

# МЕТОДИКА ОЦЕНИВАНИЯ ДВУМЕРНОЙ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $1/f^{\gamma}$ ШУМА В НАНОЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ

Гоц С.С., Галлямов Р.Р., Бахтизин Р.З.

Башкирский государственный университет,  
кафедра физической электроники  
450074, г. Уфа, ул. Фрунзе, 32,  
тел. (3472) 23-65-74, (3472) 25-79-29 E-mail GhotsSS@ic.bashedu.ru

**Реферат.** Рассмотрена методика и погрешности цифровых методов измерения двумерной функции распределения низкочастотных случайных процессов. Показаны уникальные возможности метода ДФР при изучении  $1/f^{\gamma}$  шума в нанoeлектронных системах.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Шумы со спектром вида  $1/f^{\gamma}$  встречаются практически во всех радиотехнических и физических системах. До недавнего времени для изучения характеристик шума использовались преимущественно спектральные методы. Другие методы анализа не получили широкого распространения. Одной из причин этого является то, что для  $1/f^{\gamma}$  - шума при  $\gamma \geq 1$  наблюдается расходимость оценок некоторых моментных функций, таких как дисперсия, коэффициенты асимметрии и эксцесса. Другой причиной предпочтительного использования спектральных методов являлось неправильное убеждение в том, что исследование статистики  $1/f^{\gamma}$  шума не представляет интереса в силу выводов центральной предельной теореме о нормальной статистике большинства флуктуационных процессов в природе. Это убеждение удалось поколебать лишь относительно недавно. В результате достижения нанoeлектронных технологий были созданы субмикронные системы, в которых, как правило, наблюдается негауссовская статистика шума.

Известно, что  $n$ -мерная функция распределения является наиболее исчерпывающей характеристикой описания случайных процессов. Однако при использовании таких функций в экспоненциальной зависимости с ростом  $n$  возрастает объем памяти для записи многомерных массивов данных, определяющих функцию распределения. Наряду с этим существует проблема отображения многомерных функций в графическом виде. Так, для отображения  $n$ -мерной функции распределения необходимо обеспечить графические построения в  $n+1$ -мерном пространстве.

С учетом изложенного для каждого вида изучаемого случайного процесса необходимо найти компромисс между полнотой описания процесса и объемом проблем, которые необходимо преодолеть при разработке методики многомерного статистического анализа. В настоящее время повсеместно для описания НЧ шума используются моментные функции второго порядка, такие как АКФ, ВКФ и СПМ. Одномерная функция распределения (ОФР) не способна заменить СПМ и АКФ, т.к. не содержит информацию о динамике изменения процесса во времени, т.е. о его инерционности. В противоположность этому, если известна двумерная функция распределения (ДФР)  $w(x(t), x(t+\tau)) = w(x, x_{\tau})$ , то по формуле  $B(\tau) = \iint x \cdot x_{\tau} \cdot w(x, x_{\tau}) dx dx_{\tau}$  можно рассчитать АКФ и СПМ. Обратное утверждение верно не всегда. В

частности, для гауссовских случайных процессов  $w(x, x_{\tau}) = \frac{1}{2\pi\sigma^2 \sqrt{1-R^2(\tau)}} \exp\left(-\frac{x^2 - 2R(\tau)xx_{\tau} + x_{\tau}^2}{2\sigma^2(1-R^2(\tau))}\right)$ , где

$R(\tau)$  - нормированная на дисперсию АКФ.

Использование функций распределения более высокого порядка позволяет определить моментные функции более высоких порядков. Знание таких моментных функций позволяет более полно описывать случайные процессы. Однако в настоящий момент такой уровень описания используется только в теоретических работах и не имеет широкого распространения.

## 2. СХЕМА ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО ТРАКТА

Функциональная схема установки приведена на рис.1. В качестве объекта исследования использованы одноострийные полевые эмиттеры 1 из  $p$ -типа кремния или вольфрама. Полевой эмиттер смонтирован на специальном трехкоординатном XYZ прецизионном манипуляторе в измерительной камере 2 сверхвысоковакуумной установки УСУ-4. Использование специальной конструкции коллектора с зондирующим отверстием 3 позволяет анализировать эмиссионные токи с небольшого участка эмиттера диаметром около 100 Б.

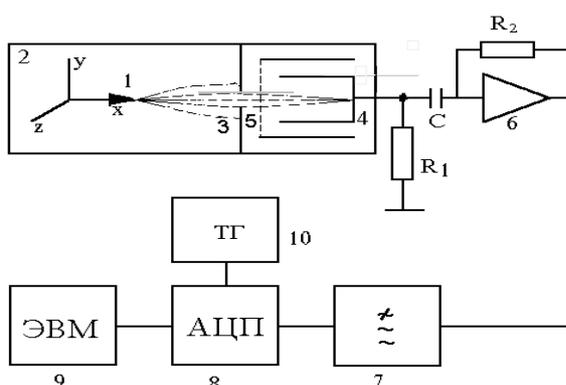


Рис. 1 Блок-схема установки для измерения ДФР.

Для осуществления статистического анализа шумового эмиссионного тока построен аппаратно-программный комплекс, позволяющий регистрировать малые токи порядка  $10^{-9}$  А с возможностью их дальнейшей обработки в цифровом виде. Комплекс включает в себя фильтры ВЧ и НЧ в необходимом диапазоне частот, усилитель тока, интегрированный в плату сопряжения АЦП, а также ЭВМ с программным обеспечением эксперимента.

Флуктуации анодного тока через разделительный конденсатор С, который позволяет избавиться от постоянной составляющей сигнала и осуществляет ограничение частотного диапазона в области низких частот, поступают на преобразователь тока в напряжение, выполненный на операционном усилителе 6 с малыми входными токами. Коэффициент преобразования зависит от сопротивления  $R$ , стоящего в цепи обратной связи и может изменяться в пределах от  $10^8$  до  $10^{10}$  Ом, что позволяет регистрировать шумовые токи в пределах от  $10^{-7}$  до  $10^{-11}$  А. Далее аналоговый сигнал через НЧ-фильтр 7 поступает на вход 12-ти разрядного АЦП 8, интегрированного в плату сопряжения L305. После преобразования сигнал в цифровом виде обрабатывается на ЭВМ 9.

### 3. АНАЛИЗ СПЕЦИФИЧЕСКИХ ПОГРЕШНОСТЕЙ ЦИФРОВЫХ МЕТОДОВ ПРИ СТАТИСТИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ ФЛУКТУАЦИЙ

По сравнению со спектральными и корреляционными измерениями при цифровом анализе статистики флуктуаций существенно возрастают требования к метрологическим характеристикам всех компонент установки. Остановимся на некоторых основных причинах появления погрешностей.

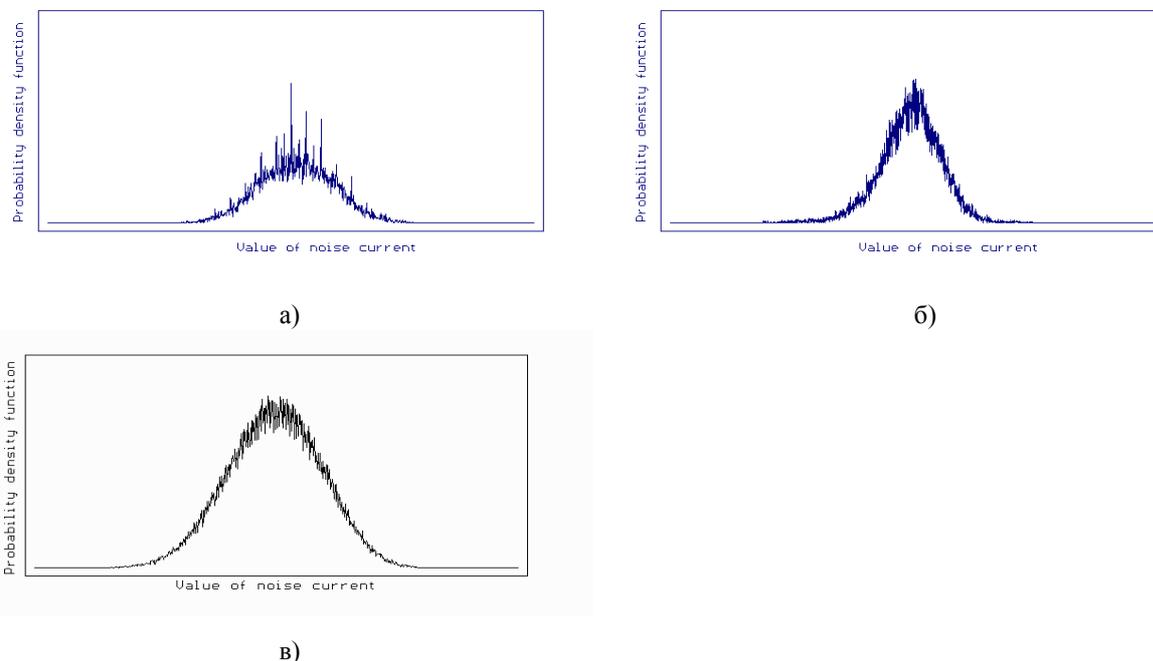


Рис.2 Одномерная функция распределения случайного сигнала с генератора шума Г2-57, полученный при использовании а) АЦП Ф4222, б) АЦП Ф4223, в) АЦП платы сопряжения.

### 3.1. Влияние дифференциальной нелинейности аналого-цифрового преобразования

При статистическом анализе флуктуаций весьма велики требования к дифференциальной линейности АЦП. Чтобы убедиться в этом, рассмотрим графики ОФР, приведенные на рис.2. При использовании АЦП типа Ф4222 с невысокой линейностью характеристики преобразования на функции распределения (рис.2а) наблюдаются характерные немонотонности (пики и провалы) заполнения каналов счета.

Существенно лучшие параметры статистического анализа обеспечивает применение более совершенных АЦП Ф4223 (рис.2б) и АЦП L305 (рис.2в). Анализ полученных распределений (рис.2б, в) показывает, что размытость кривой определяется конечным числом отсчетных значений в реализации, по которой выполнен расчет ОФР.

### 3.2. Погрешности, связанные с ошибками округления

При цифровом статистическом анализе весьма четко проявляются погрешности, связанные с ошибками округления. Одна из таких ошибок возникает при использовании операции  $\div$  целочисленного деления целых чисел.

При выполнении такой операции дробная часть частного отбрасывается, а не округляется с применением соответствующих правил. В результате этого происходит не только среднестатистическое смещение на 0.5 единиц результатов деления, но и удвоение вероятности появления нулевого частного. На ОФР это проявляется в виде характерного пика распределения, соответствующего нулевому аргументу (рис.2г).

К более серьезным последствиям приводит использование операции целочисленного деления при вычислении ДФР (рис.3). Указанные погрешности округления проявляются в виде характерных узких (шириной в один пиксель) хребтов, локализованных вдоль осей аргументов (рис.3б).

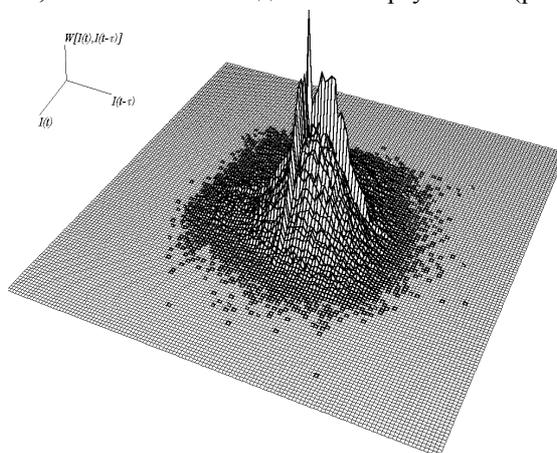


Рис. 3 ДФР гауссовского шума, полученная с использованием операции целочисленного деления.

## 4. ВОЗМОЖНОСТИ ДФР ПРИ АНАЛИЗЕ ХАРАКТЕРИСТИК ФЛУКТУАЦИЙ

В ходе экспериментальных исследований флуктуаций были установлены уникальные возможности ДФР. Методом численного моделирования [1] было доказано, что ДФР позволяет отслеживать такие тонкие эффекты, которые недоступны для традиционных методов изучения флуктуационных процессов. Рассмотрим три наиболее важные области использования ДФР.

### 4.1. Проявление нелинейных эффектов в исследуемой системе.

На протяжении двух последних десятилетий в научной литературе дискутировался вопрос о том, какой - линейный или нелинейный тип процессов ответственен за появление  $1/f$  флуктуаций? Ни один из используемых ранее методов изучения флуктуаций не позволял дать утвердительный ответ на поставленный вопрос. Существенный прогресс в этом направлении был достигнут благодаря использованию ДФР [1]. На рис.4. приведены ДФР флуктуаций гауссовского типа до (рис.4а) и после (рис.4б) прохождения через нелинейную цепь. Как видно из рисунков, следствием прохождения шума через нелинейную цепь является появление характерных ненулевых областей распределения, локализованных вдоль осей аргументов ДФР.

### 4.2. Динамические характеристики флуктуаций

В отличие от ОФР ДФР весьма чувствительна к динамическим характеристикам флуктуаций. Для  $\delta$ -коррелированных случайных последовательностей форма ДФР не зависит от времени  $\tau$  задержки второго аргумента ДФР относительно первого. Совершенно иная ситуация возникает при анализе низкочастотных флуктуаций. В этом случае при  $\tau$ , меньшем времени корреляции шума, ДФР имеет вытянутую форму вдоль биссектрисы угла между осями аргументов. Для гауссовского НЧ шума при  $\tau$ , большем времени корреляции, все параллельные оси аргументов сечения ДФР приобретают форму окружностей.

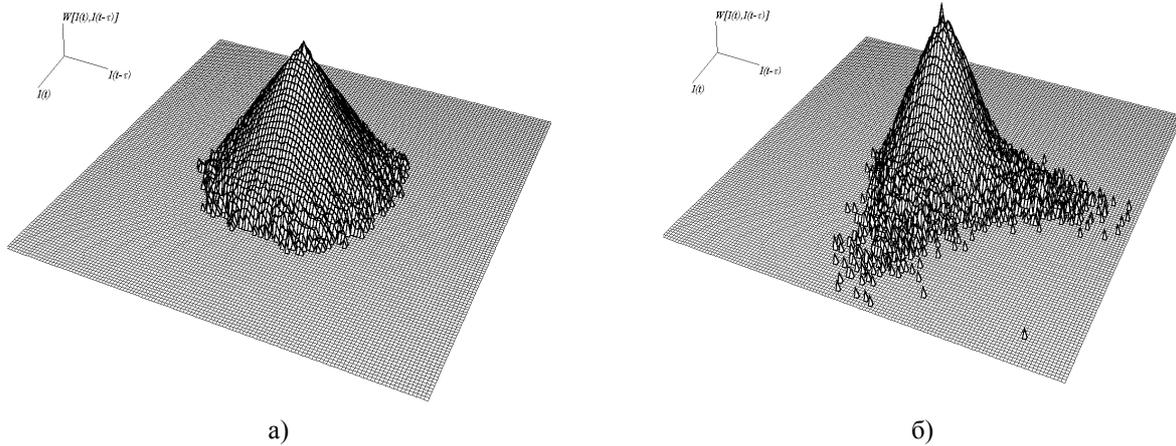
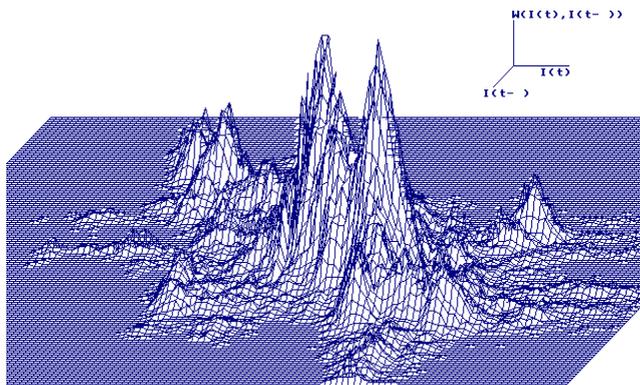


Рис. 4 Пример ДФР в масштабе  $\sqrt{\ln W(i(t), i(t - \tau))}$

а) БГШ до прохождения через нелинейную цепь. б) БГШ после прохождения через нелинейную цепь

#### 4.3. ДФР мультитудной формы

При изучении низкочастотных флуктуаций в нанoeлектронных системах довольно часто встречаются реализации, в которых шумовой сигнал имеет импульсную форму [2]. Проведенные нами



исследования показали, что для таких реализаций ДФР из моноконтинуумного типа переходит в мультиконтинуумную или мультитудную форму (рис.5). Графики таких ДФР приобретают вид нескольких холмов, случайным образом расположенных на плоскости аргументов. Даже для одного и того же образца ДФР, рассчитанные по различным реализациям, имеют различную конфигурацию расположения холмов. По мере увеличения продолжительности реализаций  $1/f$  шума существует тенденция стремления формы ДФР к моноконтинуумному типу.

Рис. 5. ДФР мультитудной формы, полученные по различным реализациям НЧ шума тока полевой эмиссии.

#### БИБЛИОГРАФИЯ

1. Гоц С.С., Галямов Р.Р., Бахтизин Р.З. Исследование природы низкочастотных флуктуаций методом двумерной функции распределения. - Письма в ЖТФ, 1998, т.24, № 21, с.87-93
2. Bakhtizin R.Z., Ghots S.S., Glazer P.V., Rameev Sh.R. Elementary acts of field emission current fluctuations from semiconductors/ Surface Science, 1991, v.247, p.333-337

THE METHOD OF 2D PROBABILITY DISTRIBUTION EVALUATION OF  $1/f^\gamma$  FLUCTUATIONS IN NANO-ELECTRONIC SYSTEMS

Ghots S.S., Gallyamov R.R., Bakhtizin R.Z.

Bashkir State University, Department of Physical Electronics  
32, Frunze street, Ufa, Russia, 450074  
phone: (3472) 23-65-74, (3472) 25-79-29, E-mail: GhotsSS@ic.bashedu.ru

**Abstracts:** We consider the experimental setup and technique for numerical measure and account of 2D probability distribution (2DPD) during analysis of  $1/f^\gamma$  fluctuations. The measure errors and numerical account errors of 2DPD are analyzed. Unique possibilities of 2DPD are discussed.

### 1. INTRODUCTION

The processes with  $1/f^\gamma$  type of spectrum can be often found in various physical systems. A spectral analysis is remained as most widespread method for studying such type of noises. Other analysis methods didn't get such wide acknowledgment. One of the underlying reasons is that the  $1/f^\gamma$  fluctuations with values of factor  $\gamma > 1$  has a divergence in evaluation of some moment functions, such as dispersion, skewness and kurtosis coefficients. The famous statistical theorem can give us one more wrong opinion that the investigation of  $1/f^\gamma$  noise probability distribution does not reveals a significant results. The most convincing argument against the mentioned delusions are achievements of modern nano-electronic technologies to creation submicron systems, during study of that the statistical methods of analysis gains a significant importance.

It is known that a  $n$ -dimensional probability distribution allows describing most full characteristics of noise in comparison with other ways of analysis. However during exploitation of such functions the processing costs are increasing in according to exponential proportions with the growing of parameter  $n$ . In addition, there are a serious problem for graphic representation of multidimensional functions. In particular, for displaying a  $n$ -dimensional probability distribution it is necessary to ensure graphic buildings in  $(n+1)$ -dimensional space.

So for each type of investigated processes we have to come to compromise between a description fullness of the processes and volume of problems, which must be solved during development of multidimensional statistical analysis. At present for low-frequency noise description the second order moment functions (such as autocorrelation and mutual correlation functions and spectral power density) are commonly used. Unlike them 1D probability distribution less usefull since does not give information about time characteristics (dynamics) of the process. But if 2D probability distribution  $w(x(t), x(t+\tau)) = w(x, x_\tau)$  is known, we can determine correlation and spectral characteristics by formula

$$B(\tau) = \iint x \cdot x_\tau \cdot w(x, x_\tau) dx dx_\tau \cdot$$

The conversion permits determine 2DPD for some processes, i.g. for Gaussian random noise as

$$w(x, x_\tau) = \frac{1}{2\pi\sigma^2\sqrt{1-R^2(\tau)}} \exp\left(-\frac{x^2 - 2R(\tau)xx_\tau + x_\tau^2}{2\sigma^2(1-R^2(\tau))}\right),$$

but it is not possible for any random processes.

The using of higher order probability distribution allows to find moment functions of more high orders. Knowledge of them permits us to describe a random process in more detail. Such description level is used in theoretical work as a rule and is not used in most applications.

### 2. EXPERIMENTAL SETUP

Block diagram of the experimental setup is shown on the fig.1. Single tip field emitters from  $p$ -Si or W were studied. All experiments were provided in high vacuum. The using of special collector with probe aperture permits us to measure an emission current from small emitter areas with diameter about 100 Å.

To provide digital statistical analysis of noise emission current with magnitude less then  $10^{-9}$  A we used the hardware-software complex, which includes signal filtration in the necessary frequency range, amplifier of current, the analog to digital converter and personal computer with software.

Anode current fluctuations through the blocking capacitor C, which allows to cut off the direct component of current and limits a low boundary of a frequency range, are entered to the current-voltage converter. Transformation factor of the said converter depends on value of resistance R and can varied from  $10^8$  to  $10^{10}$  Ohm. Further analog signal is rejected by LF-filter and is entered to ADC. After conversion to digital form a signal is accepted into personal computer.

### 3. SPECIFIC ERRORS OF NUMERICAL STATISTICAL ANALYSIS

Numerical statistical analysis requires higher quality of metrological features of all setup components in comparison with correlation and spectral methods. We consider some causes of main errors.

### **3.1. Differential non-linearity of analog to digital converters**

Numerical statistical analysis requires high differential linearity of ADC. On fig.2 we present 1D probability distributions of Gaussian noise from noise generator G2-57. One can see that ADC F4222 (fig.2a) has poor quality of converting linearity. Considerably more quality was observed by using ADC F4223 or interface L305 (fig.2б,в). Also the irregularity of distribution curve depends from sample size.

### **3.2. Round-up errors.**

Statistical analysis clearly reveals errors caused by rounding of meaningful values. Typical error appears at using of integer division operation. Here a fractional part is rejected but not rounding according to conventional rules. As a result a shift of quotient is happened and a probability of zero values is reduplicated. This error shows on fig.2r in 1DPD case as well as on fig.3 for 2DPD. In second case the mentioned error looks as narrow crests at zero regions of arguments.

## **4. THE 2DPD ABILITIES FOR FLUCTUATION ANALYSIS**

Using of 2DPD method during studying low-frequency field emission current fluctuation reveals a number of advantages relatively some recognized analysis methods. Lets discuss three most essential areas of effective application of offered method.

### **4.1. Detection of non-linearity effects in system under investigation**

During latest years the question about linear or non-linear nature of flicker noise is arisen. It must be mentioned that the most prevalent methods as a spectral or correlation analysis can not give an answer to above question. It is also difficult to detect the nonlinear effects in the system under investigation by 1DPD. But these effects can be clearly found on 2DPD by deflection of distribution shape from normal form [1]. On fig.4 one can see 2DPD of Gaussian type noise before (fig.4a) and after (fig.4б) passing through a nonlinear circuit. As it is shown the shape of distribution is damaged by non-linear transformation.

### **4.2. Dynamical fluctuation characteristics**

Unlike with 1DPD the 2DPD is highly sensitive to dynamic features of processes. Although the shape of 2DPD is invariant relatively delay time  $\tau$  for  $\delta$ -correlated random sequences but the situation is changes considerably during analysis of low-frequency fluctuations. Here the 2DPD have sections are stretched along bisector between argument axes if the correlation time of noise is less then delay time  $\tau$ . So the 2DPD able to separate at the same time long and short correlation times of various processes.

### **4.3. Multi tips form of 2DPDs.**

It is generally known that the low-frequency noise frequently exhibits pulse form of fluctuations [2]. In this case a 2DPD becomes multitude (fig.5) where every tip reveals Gaussian form.

## **REFERENCES**

1. Ghots S.S., Gallamov R.R., Bakhtizin R.Z. Investigation of the nature of low-frequency fluctuations of the field emission current using a two-dimensional probability distribution. - Tech. Phys. Lett. V.24 (11), November 1998, p.87.
2. Bakhtizin R.Z., Ghots S.S., Glazer P.V., Rameev Sh.R. Elementary acts of field emission current fluctuations from semiconductors/ Surface Science, 1991, V.247, p.333-337