

СИНТЕЗ И АНАЛИЗ ОПТИМАЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ МНОГОАЛЬТЕРНАТИВНОГО ОБНАРУЖЕНИЯ И РАЗЛИЧЕНИЯ СИГНАЛОВ ПРИ НЕИЗВЕСТНЫХ ВЕРОЯТНОСТЯХ ИХ ПОЯВЛЕНИЯ

Зинчук В.М., Максютя Ю.Н., Капаева Т.Ф.

Федеральный центр ГП Воронежский НИИ связи,
394018, Воронеж, Плехановская 14, тел.(0732) 52-58-22

Вопросы синтеза оптимальных алгоритмов многоальтернативного обнаружения сигналов хорошо разработаны для случая полной априорной информации относительно распределений вероятностей на пространствах гипотез и наблюдаемых реализаций [1-4].

Значительно меньше исследованы задачи синтеза оптимальных алгоритмов многоальтернативного обнаружения в условиях априорной неопределенности относительно статистических характеристик сигналов и помех. В упомянутых и других работах (см., например, [5-7] и дальнейшую библиографию в них) при синтезе процедур многоальтернативного обнаружения использована байесовская концепция минимума среднего риска [7]. При этом вероятности появления обнаруживаемых сигналов (гипотез) считаются известными. Байесовское оптимальное решение этой задачи по критерию минимума средней вероятности ошибок было получено Миддлтоном и Ван Митером [1]. В реальных радиотехнических системах радиолокации, радионавигации, радиосвязи и др. всегда имеет место априорная неопределенность, в частности неизвестными являются вероятности появления обнаруживаемых сигналов. Более того, в ряде случаев не может быть постулировано даже существование этих неизвестных вероятностей, так что неприемлемым оказывается и классический минимаксный подход [8].

Следствием априорной неопределенности этого вида является критериальная неопределенность, заключающаяся в том, что качество функционирования синтезируемой системы обнаружения не удастся выразить одним показателем (типа среднего риска). Возникает проблема синтеза решающих процедур по нескольким показателям качества (многокритериальная оптимизация) [9, 10].

В общей постановке задача синтеза оптимального алгоритма многоальтернативного обнаружения при неизвестных вероятностях появления сигналов была решена в [11-15]. Полученный в [11] алгоритм позднее широко использовался в работах других авторов [16,17]. Необходимо отметить, что в той работе было дано обобщение леммы Неймана-Пирсона на многоальтернативный вариант. Полученный алгоритм дает решение об обнаружении сигнала с различием, тогда как известные в математической статистике доказательства леммы Неймана-Пирсона и ее обобщения [5-7] дают решение только об обнаружении сигнала.

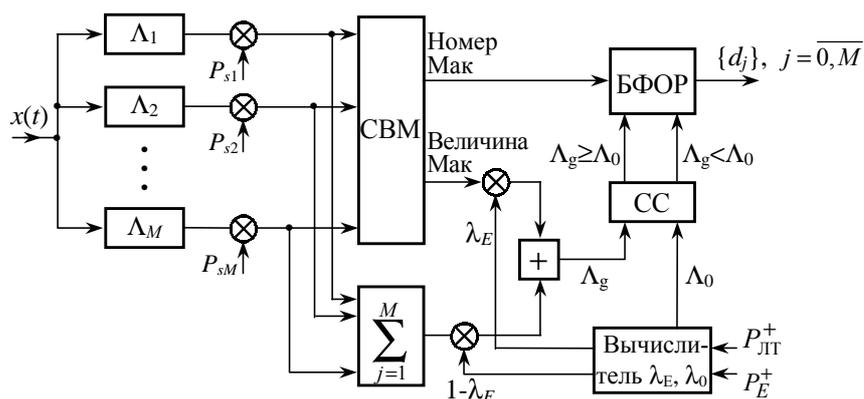


Рис. 1.

В этой работе, являющейся обобщением [11], рассматриваемая задача решается в более общей постановке и для более широкого класса априорной неопределенности.

Структура (алгоритм) системы обнаружения задается совокупностью решающих правил многоальтернативного обнаружения и различения. При условно-экстремальной формулировке критерия оптимальности с использованием обобщенной теоремы Куна-Таккера, получен оптимальный алгоритм многоальтернативного обнаружения и различения. Структурная схема которого приведена на рис. 1.

Где $x(t) \triangleq s_v(t) + \xi_v(t)$, при H_v , $v = \overline{0, M}$, $t \in [0, T]$ - наблюдаемые реализации, H_v - гипотезы

о передаче сигналов $s_v(t)$, $s_0(t) \equiv 0$; $\Lambda_v(\bar{x}) \triangleq p_v(\bar{x})/p_0(\bar{x})$, $v = \overline{1, M}$ - отношения правдоподобия; $p_v(\bar{x} | H_v)$ - условные (при H_v) плотности распределения при наблюдении векторной реализации $\bar{x} = (x_1, \dots, x_n)$ пространства наблюдений $X = \{\bar{x}\}$ ($X \subseteq \mathbf{R}^n$ - n -мерное евклидово пространство), x_i - координаты случайного процесса $x(t)$ на интервале наблюдения $[0, T]$, $i = \overline{1, n}$ [3, 4];

$P_{sv} \triangleq P\{H_v | H_1\}$ - условные (при гипотезе $H_1 = \bigcup_{v=1}^M H_v$ наличия факта передачи) вероятности передачи

«ненулевых» сигналов $s_v(t)$, $v = \overline{1, M}$, $\sum_{v=1}^M P_{sv} = 1$; λ_0, λ_E - множители Лагранжа, обеспечивающие выполнение заданных ограничений [11, 12]. Оптимальная структура содержит M ветвей обработки реализаций $x(t)$, в каждой из которых вычисляется функционал $\Lambda_v = \Lambda_v[x(t)]$, $v = \overline{1, M}$, умноженный на априорную вероятность P_{sv} , схему выбора максимума (СВМ), на выходе которой выдается номер максимума (номер МАК) и величина максимума (величина МАК), схему формирования модифицированной статистики обнаружения

$$\Lambda_g = \lambda_E \max_{1 \leq v \leq M} \{P_{sv} \Lambda_v\} + (1 - \lambda_E) \sum_{v=1}^M P_{sv} \Lambda_v.$$

Приемно-решающее устройство содержит также схему сравнения (СС) Λ_g с порогом обнаружения

$\Lambda_0 \triangleq \lambda_0 M$ и блок формирования окончательных решений (БФОР).

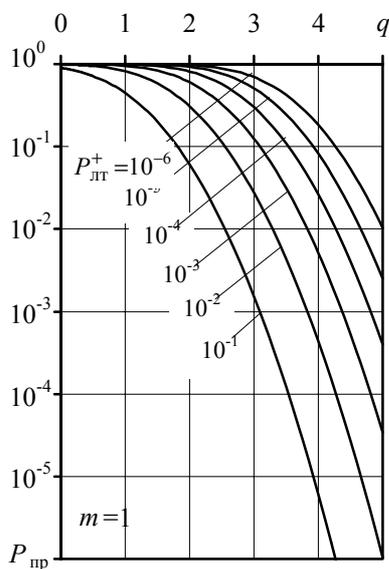


Рис.2.

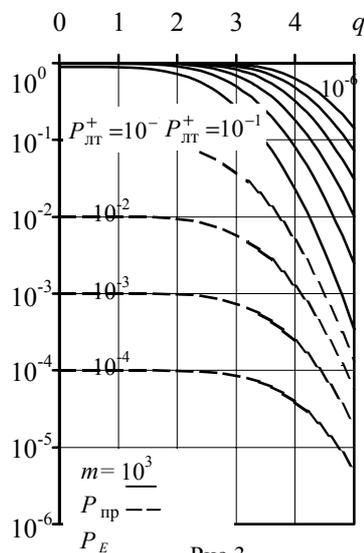


Рис.3.

Показано также, что известные ранее оптимальные байесовские алгоритмы обнаружения и различения [1-4] являются частными случаями полученных в [11-15] и данной работе оптимальных алгоритмов обнаружения и различения.

Проведен численный расчет вероятностей ошибок. Для $M=1$ и 10^3 зависимости вероятностей пропуска $P_{пр}^*$, и ошибочного различения P_E^* от отношения сигнал-шум q при различных значениях вероятности ложных тревог $P_{лт}^+ = 10^{-1} \div 10^{-6}$ изображены на рис. 2, 3. С ростом M вероятность $P_{пр}^*$ возрастает быстрее P_E^* , для которой выполняется условие $P_E^*(q, M) \leq F$ для любых q и M .

Подробно рассмотрены частные случаи оптимального многоальтернативного обнаружения и различения сигналов при когерентной и некогерентной обработке. Приведены результаты аналитических и численных расчетов вероятностей ошибок обнаружителя. Проведен сравнительный анализ с результатами полученными Добрушиным [18] и Вайнштейном и Зубаковым [19]. Приведены структурные (функциональные) схемы возможной практической реализации оптимальных алгоритмов многоальтернативного обнаружения и различения сигналов в системах радиолокации, радиосвязи, радионавигации и др. радиотехнических системах.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Middleton D., Van Meter D. On Optimum Multiple-Alternative Detection of Signals in Noise. - IRE Trans. On Inform. Theory, 1955, vol.IT-1, № 1, pp. 1-9.
2. Denner A., Drenick R. On the Problem of Optimum Detection of Pulsed Signals in Noise. - RCA Review 16, 1955, pp. 461-479.
3. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи. Т. 2. - М., Сов. радио, 1962.
4. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Пер. с англ. под ред. В. Т. Горяинова. - М., Сов. радио, Т. 1, 1972; Т. 2, 1975; Т. 3, 1977.
5. Fraser D.A.S. Nonparametric Methods in Statistics. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1957. - X+299 p.
6. Леман Э. Проверка статистических гипотез. Пер. с англ. М.:Наука,1979.
7. Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применения. Пер. с англ. под ред. Ю.В. Линника. - М., Наука, 1968.
8. Вальд А. Статистические решающие функции. Пер. с англ. в сб. Позиционные игры. - М., Наука, 1967.
9. Гуткин Л.С. Оптимизация радиоэлектронных устройств по совокупности показателей качества. - М., Сов. радио, 1975.
10. Подиновский В.В., Ногин В.Д. Парето-оптимальные решение многокритериальных задач. - М., Наука, 1982.
11. Зинчук В.М. Синтез оптимальных многоальтернативных обнаружителей в условиях априорной неопределенности относительно вероятностей появления сигналов. - Техника средств связи: серия ТРС, 1979, - Вып. 7(24) - с. 7-20.
12. Зинчук В.М. Синтез оптимальных алгоритмов многоальтернативного совместного обнаружения и оценивания параметров сигналов при неизвестных вероятностях их появления. - Обзорение прикладной и промышленной математики, 1999, Т. 6, Вып. 1, с. 141-143.
13. Зинчук В.М. Синтез и анализ оптимальных алгоритмов многоальтернативного совместного обнаружения и оценивания параметров сигналов при неизвестных вероятностях их появления. - Междунар. научно-техн. конф.: АВИАЦИЯ XXI ВЕКА, 12-13 октября 1999г., Воронеж, Россия. Труды конф., с. 341-361.
14. Зинчук В.М., Капаева Т.Ф., Максютя Ю.Н., Баханова Н.О. Синтез и анализ оптимального алгоритма многоальтернативного обнаружения и различения в условиях априорной неопределенности относительно вероятностей появления сигналов. - Шестая международная научно-техническая конференция: Радиолокация, навигация, связь. 25-27 апреля 2000 г., Воронеж, Россия. Труды конференции, Том 1, с. 39-61.
15. Зинчук В.М., Максютя Ю.Н. Синтез и анализ оптимальных алгоритмов многоальтернативного обнаружения и различения сигналов при неизвестных вероятностях их появления. - Первый Всероссийский симпозиум по прикладной и промышленной математике. (Осенняя сессия). (г. Сочи, 1-6 октября 2000 г.) Тезисы докладов. - Обзорение прикладной и промышленной математики, 2001, т. 8, Вып. 1, с. 180-181.
16. Башин Г.М., Дмитриенко А.Н., Тимошенко В.М. Многоальтернативное обнаружение сигналов на фоне нестационарной помехи. - Радиотехника, 1986, № 2, с. 11-16.
17. Башин Г.М. Многоальтернативное, инвариантное обнаружение слабо федингующего сигнала на фоне стационарной помехи неизвестной интенсивности. - Радиотехника, 1992, № 4, с. 26-30.
18. Добрушин Р.Л. Одна статистическая задача теории обнаружения сигнала на фоне шума в многоканальной системе, приводящая к устойчивым законам распределения. - Теория вероятностей и ее применение, 1958, т. III, № 2, с. 173-184.
19. Вайнштейн Л.А., Зубаков В.Д. Выделение сигналов на фоне случайных помех. - М., Сов. радио, 1960.

SYNTHESIS AND ANALYSIS OF OPTIMUM ALGORITHMS FOR MULTIALTERNATIVE SIGNAL DETECTION AND RECOGNIZING UNDER UNKNOWN PROBABILITIES OF SIGNAL OCCURRENCES

Zinchuk V., Maksyuta Yu., Kapayeva T.

Federal Centre State Enterprise Voronezh Scientific Research Institute of Communication
Plekhanovskaya str., 14, Voronezh, Russia, 394018, Phone: (0732) 52-58-22.

Problems of synthesis of optimum algorithms for multialternative signal detection are well developed for the case of total a priori information about probability distribution on hypotheses and observable realizations spaces [1]-[4].

The tasks of synthesis of optimum algorithms for multialternative detection under a priori uncertainty conditions in signal and interference statistic characteristics are substantially less investigated. In afore-mentioned and other works (e. g. [5]-[7] and references to them) during multialternative detection procedures synthesis Bayesian concept of average risk minimum is used [7]. Probabilities of detectable signal (hypotheses) occurrences are considered known. Bayesian optimum solution of this problem on the test of mean error probability minimum was obtained by Middleton and Van Meter [1]. In real radar, radio communication systems always takes place a priori uncertainty, in particular the probabilities of detectable signal occurrences are unknown. Moreover in many cases we can not postulate even existence of these unknown probabilities, so even the classical minimax approach becomes unsuitable [8].

As a consequence of such a priori uncertainty is a test uncertainty, consisting in the fact that quality of detection system operation cannot be expressed in terms of one measure (such as an average risk). Inevitably the problem of synthesis of decision procedures on some figures of merit arises (multicriterion optimization) [9], [10].

In general statement the synthesis problem of optimum algorithm for multialternative detection under unknown probabilities of signal occurrences has been solved in [11]-[15]. Later the obtained algorithm [11] is widely used by other authors [16], [17]. It should be noted that generalization of Neyman-Pearson Lemma for multialternative version was given in [11]. The obtained algorithm gives a decision on signal detection with recognizing, while the well-known in mathematical statistics Neyman-Pearson Lemma proofs and its generalizations [5]-[7] give solutions only in signal detection.

In this paper, which is a generalization of [11], the problem at issue is solved in more general statement and as applied to wider class of a priori uncertainties.

Detection system structure (algorithm) is specified by decision rules set for multialternative detection and recognizing. According to conditionally extremal formulation of optimality criterion under using the generalized Coon-Tucker Theorem we have obtained the optimum algorithm for multialternative signal detection and recognizing.

It is shown as well that previously known optimum Bayesian algorithms for detection and recognizing [1]-[4] are particular cases over cases, obtained in [11]-[15] and in the present work.

Particular cases of optimum multialternative signal detection and recognizing under coherent and noncoherent processing were discussed in more detail. Results of analytical and numerical computation of detector error probabilities are presented. We carried out comparative analysis of obtained results with results, obtained by Dobrushin [18] and Weinstein and Zubakov [19]. Structure (operating) diagrams for possible practical realization of optimum algorithms for multialternative signal detection and recognizing in radar, radio communication, navigation and other systems are presented.

References

1. D. Middleton, D. Van Meter. On Optimum Multiple-Alternative Detection of Signals in Noise. - IRE Trans. On Inform. Theory, 1955, vol.IT-1, № 1, pp. 1-9.
2. A. Denner, R. Drenick. On the Problem of Optimum Detection of Pulsed Signals in Noise. - RCA Review 16, 1955, pp. 461-479.
3. D. Middleton. An Introduction to Statistical Communication Theory. - M., Sov. Radio, 1962, vol 2.
4. G. Van Triss. Detection, Estimation and Modulation Theory. Transl. from English under edition of V.T. Goryainov. - M., Sov. Radio, 1972, Vol. 1; 1975, Vol. 2; 1977, Vol. 3.
5. D.A.S. Fraser. Nonparametric Methods in Statistics. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1957. - X+299 p.
6. E. Lehman. Statistical Hypothesis Test. Transl. from English. - M.: Nauka, 1979.
7. S.P. Rao. Linear Statistical Methods and its Application. - Transl. from English under edition of Yu.V. Linnik. - M.: Nauka, 1968.
8. A. Wald. Statistical Decision Function. Transl. from English in collected articles „Positional Games”. - M.: Nauka, 1967.

9. L.S. Gutkin. Radioelectronic Devices Optimization on the Basis of Quality Factors Set. - M., Sov. Radio, 1975.
10. V.V. Podinovsky, V.D. Nogin. Pareto-Optimum Solution of Multicriterion Problems. - M.: Nauka, 1982.
11. V.M. Zinchuk. Syntheses of Optimum Multialternative Detectors under a Priory Uncertainty in Relation to Signal Occurrence Probabilities. – Tekhnika Sredstv Svyazy: Series TRS, 1979, - № 7(24), pp. 7-20.
12. V.M. Zinchuk. Syntheses of Optimum Algorithms for Multialternative Joint Signal Detection and Signal Parameter Estimation under Unknown Probabilities of their Occurrences. – Review of Applied and Industry Mathematics, 1999, Vol. 6, № 1, pp. 141-143.
13. V.M. Zinchuk. Syntheses of Optimum Algorithms for Multialternative Joint Signal Detection and Signal Parameter Estimation under Unknown Probabilities of their Occurrences. – International Scientific and Technical Conf.: Aviation of XXI Century, October 12-13, 1999, Voronezh, Russia. Conf. Proc., pp. 341-361.
14. V.M. Zinchuk, T.F. Kapayeva, Yu.N. Maksyuta, N.O. Bakhanova. Syntheses and Analysis of Optimum Algorithm for Multialternative Signal Detection and Recognizing under a Priory Uncertainty in Relation to Signal Occurrence Probabilities. – The 6-th International Scientific and Technical Conf.: Radar, Navigation, Communication. April 25-27, 2000, Voronezh, Russia. Conf. Proc., Vol 1, pp. 39-61.
15. V.M. Zinchuk, Yu.N. Maksyuta. Syntheses and Analysis of Optimum Algorithms for Multialternative Signal Detection and Recognizing under Unknown Probabilities of their Occurrences. – The First All-Ryssian Symposium on Applied and Industry Mathematics. (Autumn Session). Sochy, October 1-6, 2000, Report Theses. - Review of Applied and Industry Mathematics, 2001, Vol. 8, Part. 1, pp. 180-181.
16. G.M. Bashin, A.N. Dmitriyenko, V.M. Timoshenko. Multialternative Signal Detection in the Time-Variable Interference. - Radiotekhnika, 1986, № 2, pp. 11-16.
17. G.M. Bashin. Multialternative Invariant Detection of Signal with Faint Fading in the Background of Permanent Interference with Unknown Intensity. - Radiotekhnika, 1992, № 4, pp. 26-30.
18. R.L. Dobrushin. A Statistical Problem of Signal Detection Theory in the Background of Noise in Multichannel System resulting in Stable Distribution Laws. – Teoriya Veroyatnostey i yeyo Primeneniye, 1958, Vol. III, № 2, pp. 173-184.
19. L.A. Weinstein, V.D. Zubakov. Signal Extraction in the Background of Random Interference. - M., Sov. Radio, 1960.