

## ПРИМЕНЕНИЕ ДВУМЕРНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ ПЕРВОГО ПОРЯДКА ДЛЯ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Приоров А.Л., Лукашевич Ю.А.

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова  
150000, Ярославль, ул. Советская, 14, ЯрГУ, каф. ДЭС  
Тел.: (0852) 79-77-75, e-mail: [dcslab@uniyar.ac.ru](mailto:dcslab@uniyar.ac.ru)

**Реферат.** Рассмотрена обработка зашумленных изображений двумерными цифровыми фильтрами первого порядка рекурсивного и нерекурсивного типов. Указаны условия, накладываемые на параметры системы при которых она становится фильтром верхних и нижних. Для указанных типов фильтров приведены зависимости отношения сигнал/шум на выходе от входного отношения сигнал/шум.

В цифровой обработке изображений традиционно применяются двумерные цифровые фильтры [1-2]. Фильтры нижних (ФНЧ) и верхних частот (ФВЧ) используются для сглаживания и подчеркивания границ соответственно. Если обработка изображений ведется в системах реального времени, например в радиолокационных или телевизионных, становится проблематичным использование фильтров высоких порядков. В некоторых случаях удовлетворительные результаты обработки достигаются использованием двумерных цифровых фильтров первого порядка [3], алгоритм работы которых описывается двумерным линейным разностным уравнением вида:

$$y(n_1, n_2) = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 a_{ij} x(n_1 - i, n_2 - j) + \sum_{k=0}^1 \sum_{l=0}^1 b_{kl} y(n_1 - k, n_2 - l),$$

$k+l \neq 0$

где  $x(n_1, n_2)$  – входное воздействие,  $y(n_1, n_2)$  – реакция фильтра на это входное воздействие,  $a_{ij}$ ,  $b_{kl}$  – постоянные коэффициенты фильтра. Этой системе соответствует передаточная функция вида:

$$H(z_1, z_2) = \frac{1 + a_{10}z_1^{-1} + a_{01}z_2^{-1} + a_{11}z_1^{-1}z_2^{-1}}{1 - b_{10}z_1^{-1} - b_{01}z_2^{-1} - b_{11}z_1^{-1}z_2^{-1}}.$$

В результате исследования частотных свойств таких фильтров методом, предложенным в [3], установлено, что в зависимости от коэффициентов они могут быть фильтрами нижних или верхних частот, а также фильтрами других типов, которые реже используются для обработки изображений.

В работах [3-4] приведены условия, накладываемые на параметры системы, при выполнении которых можно получить перечисленные выше фильтры. Математически эти условия представляются в виде системы неравенств, составленных из коэффициентов нерекурсивной или рекурсивной частей фильтра. Выбирая параметры фильтра в соответствии с этими условиями, можно получить ФНЧ и ФВЧ нерекурсивного и рекурсивного типов. Указанные условия имеют следующий вид:

для нерекурсивного ФНЧ

$$\begin{cases} (a_{10} + a_{11})(1 + a_{01}) > 0 \\ (a_{10} + a_{11})(1 + a_{01})(a_{01} + a_{11})(1 + a_{10}) - (a_{11} - a_{10}a_{01})^2 > 0 \\ (a_{10} - a_{11})(1 - a_{01}) < 0 \\ (a_{10} - a_{11})(1 - a_{01})(a_{01} - a_{11})(1 - a_{10}) - (a_{11} - a_{10}a_{01})^2 > 0; \end{cases}$$

для нерекурсивного ФВЧ

$$\begin{cases} (a_{10} + a_{11})(1 + a_{01}) < 0 \\ (a_{10} + a_{11})(1 + a_{01})(a_{01} + a_{11})(1 + a_{10}) - (a_{11} - a_{10}a_{01})^2 > 0 \\ (a_{10} - a_{11})(1 - a_{01}) > 0 \\ (a_{10} - a_{11})(1 - a_{01})(a_{01} - a_{11})(1 - a_{10}) - (a_{11} - a_{10}a_{01})^2 > 0; \end{cases}$$

для рекурсивного ФНЧ

$$\begin{cases} (b_{11} + b_{10})(1 - b_{01}) > 0 \\ (b_{11} + b_{10})(b_{11} + b_{01})(1 - b_{10})(1 - b_{01}) - (b_{11} + b_{10}b_{01})^2 > 0 \\ (b_{11} - b_{10})(1 + b_{01}) < 0 \\ (b_{11} - b_{10})(b_{11} - b_{01})(1 + b_{10})(1 + b_{01}) - (b_{11} + b_{10}b_{01})^2 > 0; \end{cases}$$

для рекурсивного ФВЧ

$$\begin{cases} (b_{11} + b_{10})(1 - b_{01}) < 0 \\ (b_{11} + b_{10})(b_{11} + b_{01})(1 - b_{10})(1 - b_{01}) - (b_{11} + b_{10}b_{01})^2 > 0 \\ (b_{11} - b_{10})(1 + b_{01}) > 0 \\ (b_{11} - b_{10})(b_{11} - b_{01})(1 + b_{10})(1 + b_{01}) - (b_{11} + b_{10}b_{01})^2 > 0. \end{cases}$$

Одной из основных задач обработки изображений является борьба с шумами, которые можно классифицировать по их характеристикам. Наиболее часто на практике приходится иметь дело с белым и импульсным шумами. В связи с этим возникает вопрос: как сказывается применение конкретного типа фильтра на подавление определенного вида шума. Интерес представляет влияние параметров выбранного фильтра на качество фильтрации различных типов шумов. В зависимости от присутствующего в изображении шума цифровой фильтр, обрабатывающий его, должен быть синтезирован определенным образом, чтобы обеспечить максимально возможную эффективность обработки, поскольку для устранения разных типов помех необходимо использовать фильтр с соответствующими характеристиками. В работе анализируются результаты обработки зашумленных изображений двумерными рекурсивными и нерекурсивными цифровыми фильтрами первого порядка с разными видами частотных характеристик.

На рис. 1.а приведены зависимости отношения сигнал/шум на выходе двумерного рекурсивного цифрового фильтра верхних частот от входного отношения сигнал/шум. Фильтру 1 соответствуют параметры:  $b_{01}=-0.234$ ,  $b_{10}=-0.122$ ,  $b_{11}=-0.029$ , а радиус области пропускания составляет  $0.8\pi$ . Фильтру 2 соответствуют параметры:  $b_{01}=-0.343$ ,  $b_{10}=-0.305$ ,  $b_{11}=-0.109$  и радиус области пропускания уменьшается до  $0.4\pi$ . Фильтр 3 имеет следующие параметры:  $b_{01}=-0.575$ ,  $b_{10}=-0.731$ ,  $b_{11}=-0.421$  и радиус области пропускания составляет всего  $0.1\pi$ . Пунктирная линия показывает равные отношения сигнал/шум на входе и выходе.

На рис. 1.б показана зависимость отношения сигнал/шум на выходе двумерного цифрового нерекурсивного фильтра верхних частот от входного отношения сигнал/шум. Параметры фильтра в данном случае следующие:  $a_{01}=-0.5$ ,  $a_{10}=-0.5$ ,  $a_{11}=0.5$ , радиус области пропускания составляет  $0.5\pi$ . Пунктирная линия, также как на рис. 1, показывает равные отношения сигнал/шум на входе и выходе фильтра.

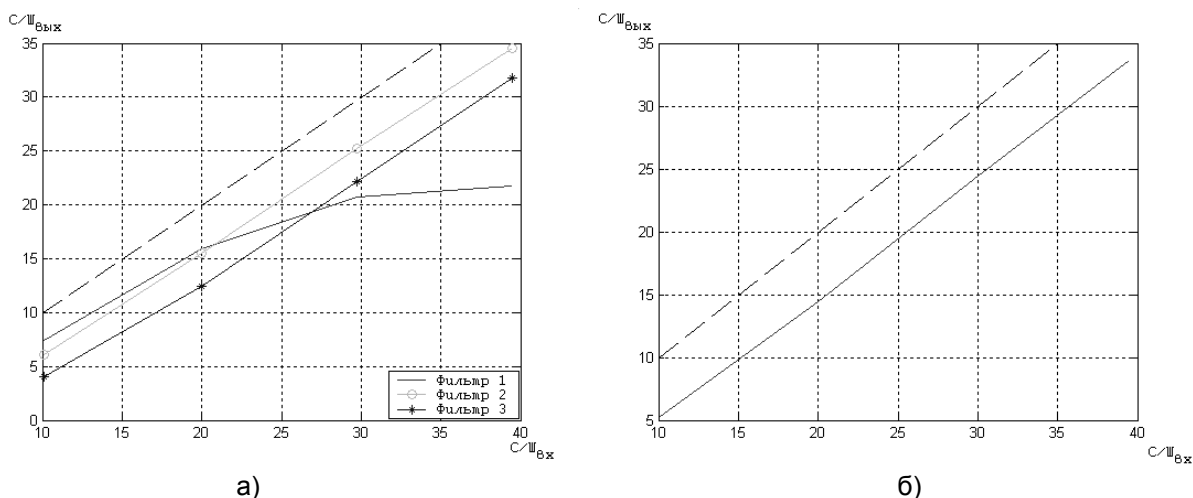


Рис. 1. Зависимость отношения С/Ш на выходе от входного отношения С/Ш для рекурсивных (а) и нерекурсивного (б) фильтров верхних частот

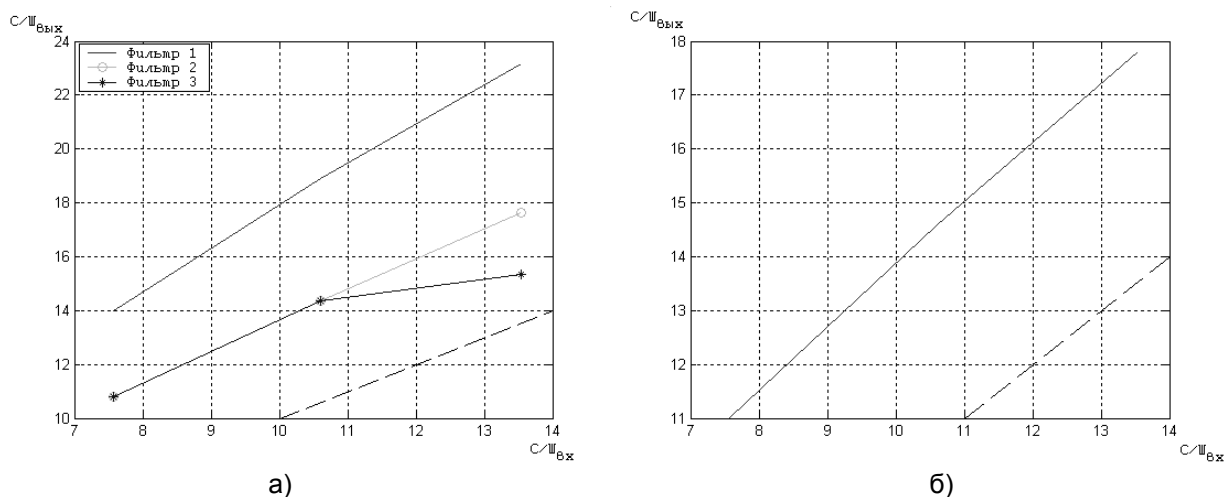


Рис. 2. Зависимость отношения С/Ш на выходе от входного отношения С/Ш для рекурсивных (а) и нерекурсивного (б) фильтров нижних частот

На рис.2.а приведены зависимости отношения сигнал/шум на выходе цифрового рекурсивного фильтра нижних частот от входного отношения сигнал/шум. В данном случае фильтру 1 соответствуют следующие параметры:  $b_{01}=0.575$ ,  $b_{10}=0.731$ ,  $b_{11}=-0.421$ , радиус линии среза  $0.1\pi$ . Фильтр 2 имеет параметры:  $b_{01}=0.343$ ,  $b_{10}=0.305$ ,  $b_{11}=-0.105$  и радиус линии среза увеличивается до  $0.4\pi$ . Параметры фильтра 3 следующие:  $b_{01}=0.234$ ,  $b_{10}=0.122$ ,  $b_{11}=-0.029$ , а радиус его линии среза вновь увеличивается и составляет уже  $0.8\pi$ . Пунктирная линия, как и ранее, показывает равные отношения сигнал/шум на входе и выходе.

На рис.2.б показана зависимость отношения сигнал/шум на выходе цифрового нерекурсивного фильтра нижних частот от входного отношения сигнал/шум. Параметры фильтра  $a_{01}=0.5$ ,  $a_{10}=0.5$ ,  $a_{11}=0.5$ , радиус линии среза составляет  $0.5\pi$ .

Видно, что при обработке фильтрами нижних частот удается повысить отношение сигнал/шум в обрабатываемом изображении. Фильтры верхних частот не дают такого эффекта – отношение сигнал/шум на выходе практически не меняется. Следовательно, их нельзя использовать для фильтрации рассмотренных шумов. Однако ФВЧ, в силу своих частотных свойств, позволяет выделять контуры изображения. Это свойство можно использовать в тех случаях, когда необходимо распознать только контуры и не существенны иные параметры изображения. Следует отметить, что в случае импульсного шума большой мощности применение ФВЧ может привести к неудовлетворительным результатам, поскольку на изображении могут начать выделяться ложные контуры.

Аналитически полученные области параметров для конкретных типов фильтров позволяют получить заданный фильтр, выбрав его коэффициенты из соответствующей области, не прибегая к более сложным методам синтеза [3-4], что в некоторых случаях может оказаться полезным. Исследованная зависимость качества обработки изображения от степени его зашумленности и типа двумерного цифрового фильтра дает возможность выбирать характеристики последнего в зависимости от поставленной задачи и ожидаемого результата обработки.

Полученные результаты можно использовать при проектировании и создании различных цифровых систем, предназначенных для обработки статических и динамических изображений, а также других двумерных и трехмерных сигналов.

#### Литература

1. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов Пер. с англ.: - М.; Мир. 1978. 848 с.
2. Каппелини В., Константиноидис А.Дж., Эмилиани П. Цифровые фильтры и их применение: Пер. с англ. М.: Энергоатомиздат, 1983. 360 с.
3. Брюханов Ю.А., Приоров А.Л., Мясников Е.А., Калинин С.А. Частотные свойства двумерных рекурсивных цифровых систем первого порядка //Радиоэлектроника.-1995.- № 4.-С.26-30. (Изв. высш. учеб. заведений).
4. Лукашевич Ю.А., Балусов И.Л., Приоров А.Л. Характеристики двумерных нерекурсивных цифровых цепей первого порядка в частотной области // Материалы 3-й Всеросс. науч.-техн. конф. "Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем", Чебоксары, 1999. С.273-275.

Yaroslavl State University 150000, Russia, Yaroslavl, Sovetskaya st., 14  
 Phone.: (0852) 79-77-75, e-mail: [dcslab@uniyar.ac.ru](mailto:dcslab@uniyar.ac.ru)

**Abstract.** The processing of the noisy images by two-dimensional recursive and nonrecursive first order digital filters is surveyed.

In digital image processing the two-dimensional digital filter [1] are traditionally applied. The low-pass filters and high-pass filter are used for flattening and emphasis of borders accordingly. In real time systems, for example in radar or television becomes to problematic use of filters of the high orders. In some cases the satisfactory results of processing are reached by use of two-dimensional first order digital filters, which is featured by a two-dimensional linear difference equation of a view:

$$y(n_1, n_2) = \sum_{i=0}^1 \sum_{j=0}^1 a_{ij} x(n_1 - i, n_2 - j) + \sum_{\substack{k=0 \\ k+l \neq 0}}^1 \sum_{l=0}^1 b_{kl} y(n_1 - k, n_2 - l),$$

where  $x(n_1, n_2)$  - input action,  $y(n_1, n_2)$  - response of the filter to this input action,  $a_{ij}$ ,  $b_{kl}$  - constant filter coefficients. To this system there corresponds a transfer function of a view:

$$H(z_1, z_2) = \frac{1 + a_{10} z_1^{-1} + a_{01} z_2^{-1} + a_{11} z_1^{-1} z_2^{-1}}{1 - b_{10} z_1^{-1} - b_{01} z_2^{-1} - b_{11} z_1^{-1} z_2^{-1}}.$$

As a result of research of frequency properties of such filters sets that depending on coefficients they can be low-pass or high-pass filters and also filters of other types, which are used for image processing less often.

The requirements superimposed on parameters of a system at which execution it is possible to receive the listed above filters are obtained. Mathematically these requirements it are represented as a system of inequalities made of coefficients of nonrecursive or recursive parts of the filter. Sampling parameters of the filter according to these requirements it is possible to receive a low-pass filter and high-pass filter of nonrecursive and recursive types. One of basic problems of image processing is the struggle with noises, which can be classified under their characteristics. Most often in practice it is necessary to deal with white and pulse noises. In this connection there is a question: as the application of a concrete type of the filter on suppression of a particular kind of noise has an effect. The interest represents influence of parameters of the chosen filter to quality of a filtering of different types of noises. Depending on the noise, present in the image, the digital filter processing it, should be synthesized definitely to ensure the greatest possible efficiency of processing, as for elimination of different types of noises it is necessary to use the filter with the relevant characteristics. In work the results of processing of the noisy images by two-dimensional recursive and nonrecursive first order digital filters with different views of frequency responses are analyzed.

At processing by low-pass filters possible to boost a signal-to-noise ratio in the processed image. The high-pass filters do not give such effect - signal-to-noise ratio on an output practically does not vary. Hence, they cannot be used for a filtering of surveyed noises. However high-pass filter, by virtue of the frequency properties, allows to emphasis of borders of the image. This property can be used when it is necessary to recognize only borders and other parameters of the image are not essential. It is necessary to mark that in case of a impulse noise high-power modulation application of a high-pass filter can give in unsatisfactory results, as on the image can appear false edges. The analytically obtained areas of parameters for concrete types of filters allow to receive the given filter, by picking its coefficients from the relevant area, not resorting to more composite methods of synthesis, that in some cases can appear useful. Explored quality dependency of processing on and type of two-dimensional digital filter enables to sample the characteristics last depending on a delivered problem and expected result of processing.

The obtained results can be used at design and making of different digital systems intended for processing of the static and dynamic images and also other two-dimensional and three-dimensional signals.

#### LITERATURE

1. L.R. Rabiner and B.Gold Theory and Application of Digital Signal Processing. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1975