

Ульяновский государственный технический университет

На примере измерения параметров межкадровых пространственных деформаций изображений рассмотрена методика анализа вероятностных характеристик погрешностей измерения псевдоградиентных процедур при конечном числе итераций. Особое внимание уделено возможностям сокращения вычислительных затрат.

Под псевдоградиентным измерением вектора  $\bar{\alpha}$  неизвестных параметров изображений ниже понимается использование для получения оценки  $\hat{\alpha}$  рекуррентной процедуры вида:

$$\hat{\alpha}_{t+1} = \hat{\alpha}_t + \Delta \hat{\alpha}_{t+1} = \hat{\alpha}_t - \Lambda_{t+1} \bar{\beta}_{t+1} (Q(z, \hat{\alpha}_t)), \quad (1)$$

где  $\bar{\beta}_{t+1}(Q(z, \hat{\alpha}_t))$  - псевдоградиент (ПГ) заданной целевой функции (ЦФ)  $Q$ , характеризующей качество измерения;  $Z$  - наблюдаемые изображения, по которым требуется оценить  $\bar{\alpha}$ ;  $\Lambda_t$  - матрица усиления. В общем случае  $\bar{\beta}_{t+1}(Q(z, \hat{\alpha}_t))$  - это некоторое случайное направление в пространстве параметров, зависящее от значений  $\bar{\alpha}_t$  и от номера шага  $t+1$ . Это направление будет ПГ функционала ЦФ в точке  $\bar{\alpha}_{t-1}$ , если выполнено единственное условие

$$[\nabla Q(\bar{\alpha}_{t+1})]^T M \bar{\beta}_{t+1}(Q(z, \hat{\alpha}_t)) \geq 0, \quad (2)$$

то есть если вектор  $\bar{\beta}_{t+1}(Q(z, \hat{\alpha}_t))$  составляет в среднем острый угол с точным значением градиента функционала. Сочетание хороших точностных характеристик и устойчивости в условиях шумов с высоким быстродействием делает ПГ алгоритмы весьма привлекательными при обработке изображений. При этом становится важным исследование эффективности ПГ измерительных процедур при конечном числе итераций.

Для вектора  $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)^T$  параметров межкадровых пространственных деформаций соотношение (1) можно переписать в виде

$$\hat{\alpha}_{t+1} = \hat{\alpha}_t - \Lambda_{t+1} \bar{\varphi}_{t+1} (\nabla Q(z^{(1)}, z^{(2)}, \hat{\alpha}_t)), \quad (3)$$

где  $\bar{\varphi}_t$  - некоторая векторная функция от градиента ЦФ на  $t$ -й итерации;  $z^{(1)}$  и  $z^{(2)}$  - наблюдаемые изображения. Для уменьшения вычислительных затрат в процедуре (3) вместо  $\nabla Q(z^{(1)}, z^{(2)}, \hat{\alpha}_t)$  допустимо использование его усечения  $\nabla Q(z_{t+1}, \hat{\alpha}_t)$ , где  $z_t = \{z_{j_t}^{(1)} \in Z^{(1)}, z_{j_t}^{(2)} \in Z^{(2)}\}$  - двумерная локальная выборка ЦФ на  $t$ -й итерации. Простые и в то же время хорошо сходящиеся алгоритмы релейного типа [2] получаются при выборе в качестве  $\bar{\varphi}$  знаковой функции  $\bar{\beta}_{t+1} = \text{sgn}(\nabla Q(z_{t+1}, \hat{\alpha}_t))$ , где  $\text{sgn}(\bar{x}) = (\text{sgn}(x_1), \dots, \text{sgn}(x_m))^T$ .

При конечном числе итераций анализ вероятностных свойств погрешностей оценок  $\hat{\alpha}_{t+1}$  осложнен большим числом факторов, влиянием которых нельзя пренебречь: характер плотности распределения вероятностей (ПРВ) и ковариационной функции (КФ) изображений, мешающий шум  $\Theta$ , вид ЦФ  $Q$ , выбор функции  $\bar{\varphi}_t$  преобразования градиента и матрицы усиления  $\Lambda_t$ , определяющей величину  $t$ -го шага, общее число итераций  $T$  и начальное приближение  $\hat{\alpha}_0$  вектора  $\bar{\alpha}$ . В качестве величин, комплексно характеризующих влияние указанных факторов, используем переходными вероятностями (ПВ) ухудшения оценок параметров [3]  $\bar{p}$  из  $t$ -го состояния вектора оценок  $\bar{\alpha}$  в  $(t+1)$ -е состояние.

Использование ПВ  $\bar{p}(\bar{\varepsilon})$  позволяет получить явные выражения для ПРВ оценок параметров  $\bar{\alpha}$ . В частности, при оценивании параметров изображений для этого удастся использовать свойство нормализуемости проекции градиента ЦФ на ось исследуемого параметра уже при объеме двумерной локальной выборки ЦФ больше двух [4]. В качестве примера на рис. 1 приведены

графики функции  $\rho^+$  для параллельного сдвига изображений при объеме локальной выборки ЦФ  $\mu = 1, 3, 8$  и  $30$ . Там же показаны экспериментальные результаты (кружочки), полученные статистическим моделированием по 100 реализациям на имитированных гауссовских изображениях с аналогичными параметрами. Анализ показывает хорошее соответствие теоретических и экспериментальных результатов.

Для релейных алгоритмов элементы матрицы условных вероятностей переходов из состояния  $l$  в состояние  $t$  легко могут быть выражены через переходные вероятности  $\bar{p}$ . При большой размерности вектора  $\bar{\alpha}$  размер матрицы одношаговых переходов обуславливает очень высокие требования к вычислительным ресурсам. Основными факторами, определяющими вычислительные затраты, являются число возможных значений оценки каждого параметра и размерность вектора оцениваемых параметров. Рассмотрим возможности уменьшения объема вычислений для каждого из этих факторов.

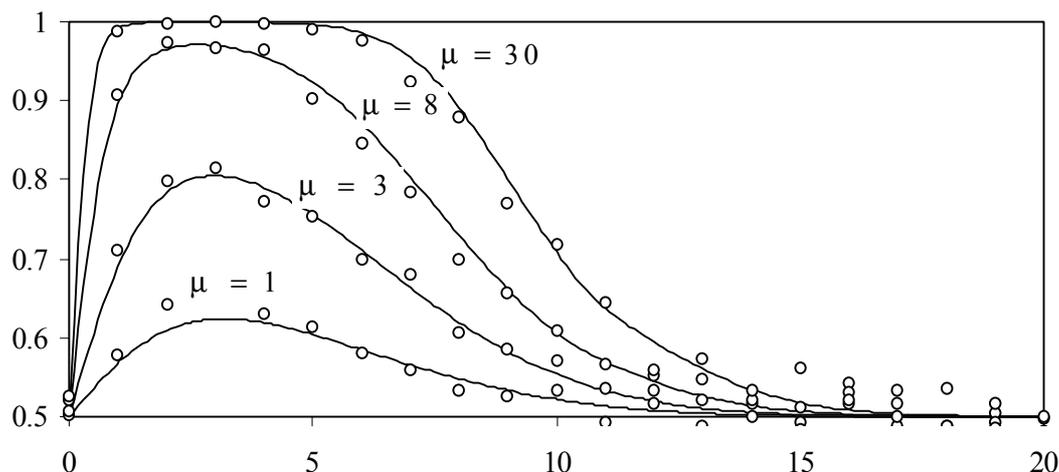


Рис. 1.

Для релейных алгоритмов элементы матрицы условных вероятностей переходов из состояния  $l$  в состояние  $t$  легко могут быть выражены через переходные вероятности  $\bar{p}$ . При большой размерности вектора  $\bar{\alpha}$  размер матрицы одношаговых переходов обуславливает очень высокие требования к вычислительным ресурсам. Основными факторами, определяющими вычислительные затраты, являются число возможных значений оценки каждого параметра и размерность вектора оцениваемых параметров. Рассмотрим возможности уменьшения объема вычислений для каждого из этих факторов.

Разобьем область  $\Omega_i$  определения возможных значений каждого параметра  $\alpha_i$  вектора  $\bar{\alpha}$  на подобласти  $\omega_{i,k}$ ,  $k = \overline{1, K_i}$ . Такой переход от непрерывной области определения параметров к

дискретной позволяет априорно выбрать размеры  $k \times k$ ,  $k = \sum_{i=1}^m K_i$ , матрицы одношаговых

переходов, обеспечивающие реализуемость вычислений при заданном классе вычислительных средств. Дальнейшего сокращения объема вычислений можно достичь учитывая, что на  $t$ -й итерации из состояния  $a_{i,j}$  оценки параметра  $\alpha_i$  вне зависимости от состояния остальных оценок

возможны переходы только в состояния  $a_{i,k}$ , где  $k \in \{j+v_{it}+1, j+v_{it}, j-v_{it}, j-v_{it}-1\}$ ,

$v_{it} = \text{int}(\lambda_{it}/\Delta_i)$ ;  $\Delta_i$  - шаг дискретизации области определения параметра  $\alpha_i$ . Каждая

подобласть  $\omega_{i,k}$ ,  $i = \overline{1, m}$ ,  $k = \overline{1, K_i}$ , пространства оценок имеет свои вероятности  $\{\dots\}_{\epsilon}$  переходов,

однако суммируя их можно найти общую вероятность перехода оценки  $\hat{\alpha}_i$  из состояния  $a_{i,j}$  в состояние  $a_{i,k}$ . Так, для двух параметров  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  общую вероятность ухудшения оценки

$\hat{\alpha}_1 = a_{1,j}$  на  $t$ -м шаге можно записать как

$$\tilde{p}_{1j}^- = \sum_{k=1}^{K_1} p_{2k}(t-1) p^-(\varepsilon_{1j}, \varepsilon_{2k}) = \bar{p}_2^T(t-1) \bar{p}^-(\varepsilon_{1j}, \bar{\varepsilon}_2), \quad (4)$$

где  $p_{2k}(t-1) = P(\hat{\alpha}_2 = a_{2k})$ ,  $k = \overline{1, K_2}$  - вероятность того, что на  $(t-1)$ -й итерации величина  $\hat{\alpha}_2$  имеет значение  $a_{2k}$ ;  $\varepsilon_{i,j} = a_{i,j} - \alpha$  - погрешность оценки. Аналогичные соотношения легко записать и для большего числа  $m$  параметров. Соответственно модифицируется и матрица одношаговых переходов для параметра  $\alpha_i$ , размер которой при этом сокращается с  $\sum_{i=1}^m K_i \times \sum_{i=1}^m K_i$  до  $K_i \times K_i$ . Заметим однако, что указанное сокращение размерности достигается ценой потери информации о вероятности нахождения на  $t$ -й итерации оценки  $\hat{\alpha}$  вектора параметров в каждой из подобластей  $\omega_i^-$ .

На основе рассмотренной методики расчета ПРВ погрешностей измерения параметров межкадровых пространственных деформаций изображений разработана библиотека прикладных программ, предназначенная для анализа вероятностных характеристик погрешностей и оптимизации ПГ процедур.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Поляк Б.Т., Цыпкин Я.З. Псевдоградиентные алгоритмы адаптации и обучения // Автоматика и телемеханика, 1973, N 3. - С. 45-68.
2. Цыпкин Я.З. Информационная теория идентификации - М.: Наука. Физматлит, 1995. - 336 с.
3. Ташлинский А.Г. Анализ точности псевдоградиентных алгоритмов оценки параметров изображений при конечном числе итераций // Спутниковые системы связи и навигации: Труды Междунар. научн.-техн. конф. в 4 томах. Т. 3. - Красноярск: Изд-во КГТУ, 1997.- С. 31-33.
4. Tachlinskii A.G. The Efficiency of Pseudogradient Procedures for the Estimation of Image Parameters with a Finite Number of Iterations // Pattern Recognition and Image Analysis, Vol.8, 1 2, 1998. - Pp. 260-261.



ERRORS' ANALYSIS OF PSEUDOGRADIENT MEASUREMENTS OF IMAGES' PARAMETERS

Tashlinskii A., Tikhonov V.

Ulianovsk state technical university

Pseudogradients measurement of a vector  $\bar{\alpha}$  which is a vector of unknown parameters of the images we realize usage for obtaining an estimation  $\hat{\alpha}$  a recurrent procedure below [1]:

$$\hat{\alpha}_{t+1} = \hat{\alpha}_t + \Delta \hat{\alpha}_{t+1} = \hat{\alpha}_t - \Lambda_{t+1} \bar{\beta}_{t+1} (Q(Z, \hat{\alpha}_t)),$$

where  $\bar{\beta}_{t+1}(Q(Z, \hat{\alpha}_t))$  - pseudogradient (PG) of the preset goal function (GF)  $Q$ , describing measurement 's quality;  $Z$  - watched images required to estimate  $\bar{\alpha}$ ;  $\Lambda_t$  - matrix of amplification. Generally  $\bar{\beta}_{t+1}(Q(Z, \hat{\alpha}_t))$  is some random direction in space of parameters depending from  $\bar{\alpha}_t$  value and  $t+1$  step number. The combination of good accuracy characteristics and positive stability in conditions of noises with high speed makes PG algorithms rather attractive at image processing. Thus becomes to the important probing of PG's efficiency of measuring procedures at limited number of iterations.

At limited number of iterations the analysis of probability properties of estimations' errors  $\hat{\alpha}_{t+1}$  is complicated by large number of the factors, which influence cannot be neglected: character of an elementary probability law (EPL) and covariance function of the images, noise disturbance  $\Theta$ , kind of GF  $Q$ , choice of conversion function  $\bar{\varphi}_t$  of a gradient and matrix of amplification  $\Lambda_t$ , defining value of  $t$  step, total number of iterations  $T$  and initial approximation  $\hat{\alpha}_0$  of a vector  $\bar{\alpha}$ . As the values completely describing influence of the pointed factors, we use transition probabilities (TP) of deterioration of estimation's parameters [2]  $\bar{p}$  from condition  $t$  of a estimation's vector  $\bar{\alpha}$  into  $(t+1)$  condition.  $\bar{p}(\bar{\epsilon})$  TP's usage allows to receive obvious expressions for EPL of parameters'  $\bar{\alpha}$  estimations.

At large dimension of a vector  $\bar{\alpha}$  the dimension of a one-step junctions' matrix stipulates a very high requirements to computing operational lifes. Main factors which define computing expenditures, are number of possible values of an estimation of each parameter and dimension of a vector of evaluated parameters. The possibilities of reduction of calculations' volume for each of these factors are considered.

On the basis of a procedure of calculation EPL of measuring errors of parameters of interpersonnel space deformations of the images the library of applications intended for the analysis of the probability characteristics of errors and optimization of PG procedures is developed.

Bibliography

1. Цыпкин Я.З. Информационная теория идентификации - М.: Наука. Физматлит, 1995.-336 с.
2. Tashlinskii A.G. The Efficiency of Pseudogradient Procedures for the Estimation of Image Parameters with a Finite Number of Iterations // Pattern Recognition and Image Analysis, Vol.8, 1 2, 1998. - Pp. 260-261.