

АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПСЕВДОГРАДИЕНТНЫХ ПРОЦЕДУР ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ ПРИ КОНЕЧНОМ ЧИСЛЕ ИТЕРАЦИЙ

Ташлинский А.Г.¹ Тихонов В.О.²

¹Ульяновский государственный технический университет

²Ульяновский филиал военного университета связи

Псевдоградиентные (ПГ) процедуры оценивания параметров изображений весьма привлекательны для их реализации на базе современных вычислительных средств, поскольку в них хорошие точностные возможности и устойчивость к широкому классу помех, в том числе и импульсных, сочетаются с вычислительной простотой. Оценка с помощью ПГ процедуры некоторого вектора $\bar{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)^T$ параметров взаимных пространственных деформаций изображений

$\mathbf{z}^1 = \{z_j^{(1)}\}$ и $\mathbf{z}^2 = \{z_j^{(2)}\}$, заданных на n -мерной сетке $\Omega: \{\bar{j} = (j_1, j_2, \dots, j_n)^T\}$, $j_k = \overline{1, N_k}$, может быть описана соотношением

$$\hat{\alpha}_{t+1} = \hat{\alpha}_t + \Delta \hat{\alpha}_{t+1} = \hat{\alpha}_t - \Lambda_{t+1} \bar{\varphi}_{t+1} \left(\nabla Q(\mathbf{z}^1, \mathbf{z}^2, \hat{\alpha}_t) \right),$$

где \mathbf{z}^1 и \mathbf{z}^2 - наблюдаемые изображения; ∇Q - градиент целевой функции (ЦФ) Q ; $\bar{\varphi}_t$ - векторная функция от градиента ∇ на t -й итерации; Λ_t - матрица усиления размера $m \times m$, задающая величину шага оценки параметров на t -й итерации; $\bar{\alpha}_0$ - начальное приближение вектора параметров.

Асимптотические свойства ряда ПГ процедур изучены достаточно полно. [1,2 и др.]. Для решения практических задач очень важно также исследование возможностей ПГ процедур при конечном числе итераций. К сожалению работы, посвященные этой задаче, практически отсутствуют. При конечном числе итераций анализ вероятностных свойств погрешностей оценок ПГ процедур осложнен большим числом факторов, влиянием которых нельзя пренебречь. К таким факторам можно отнести характер ПРВ и корреляционной функции (КФ) изображений X , мешающий шум Θ , вид ЦФ Q , выбор функции $\bar{\varphi}_t$, преобразования градиента и функции $\bar{\lambda}_t$, определяющей величину t -го шага, номер итерации t и начальное приближение $\hat{\alpha}_0$ вектора $\bar{\alpha}$. Факторы, влияющие на погрешность оценки параметра можно разделить на две группы. Первую составляют факторы, которые заданы априорно и не зависят от вида ПГ процедуры; вторую - факторы, на которые можно тем или иным образом воздействовать - выбирать, подстраивать и пр. К первой группе факторов могут быть отнесены ПРВ и КФ изображений X и помех Θ , а также ЦФ ПГ процедуры Q , а ко второй - функция $\bar{\varphi}_t$, матрица усиления Λ_t , начальное приближение $\hat{\alpha}_0$ и номер итерации t . Большой набор параметров в обеих группах создает существенные неудобства и сложности (особенно в вычислительном аспекте) при анализе эффективности ПГ процедур при конечном числе итераций.

Для упрощения процедуры анализа целесообразно найти минимальный набор параметров, характеризующих ПРВ и КФ изображений X и помех Θ , а также ЦФ ПГ процедуры Q , достаточно для вероятностного анализа оценок ПГ процедуры как функции параметров $\bar{\varphi}_t$, Λ_t , $\hat{\alpha}_0$ и t . Проведенные исследования показали, что для ПГ процедур такими комплексными параметрами могут являться, в частности, вероятности ухудшения (улучшения) оценок исследуемых параметров на каждой итерации [3,4]. Заметим, что указанные вероятности являются, по сути, переходными вероятностями \bar{p} из t -го состояния вектора $\bar{\alpha}$ в $(t+1)$ -е состояние.

При дискретном изменении оценки $\hat{\alpha}_{it}$ возможны только три события: улучшение оценки с вероятностью $p_i^+(\bar{\epsilon}_t)$; ухудшение оценки с вероятностью $p_i^-(\bar{\epsilon}_t)$; состояние оценки не изменяется ($\Delta \alpha_{i,t+1} = 0$) с вероятностью $p_i^0(\bar{\epsilon}_t)$, где $\bar{\epsilon}_t = \hat{\alpha}_t - \bar{\alpha}$ - ошибка оценки. При этом $p_i^+(\bar{\epsilon}_t) + p_i^-(\bar{\epsilon}_t) + p_i^0(\bar{\epsilon}_t) = 1$. Получены выражения для переходных вероятностей $\bar{p}(\bar{\epsilon}) = (p^+(\bar{\epsilon}), p^-(\bar{\epsilon}), p^0(\bar{\epsilon}))^T$ оценок параметров $\bar{\alpha}$, в частности, для ситуации, когда вектор параметров $\bar{\alpha}$ включает в себя угол поворота ϕ , параллельный сдвиг (h_1, h_2) относительно центра поворота и масштабный коэффициент k .

В качестве примера на рис. 1 приведены графики функции $\rho_h^+(\epsilon_h)$. Там же показаны экспериментальные результаты (кружочки), полученные статистическим моделированием по 100 реализациям на имитированных гауссовских изображениях с аналогичными параметрами. Анализ показывает хорошее соответствие теоретических и экспериментальных результатов.

Основными факторами, определяющими вычислительные затраты ПГ процедур, являются число возможных значений оценки каждого параметра и размерность вектора оцениваемых параметров. Рассмотрены пути уменьшения объема вычислений для каждого из этих факторов.

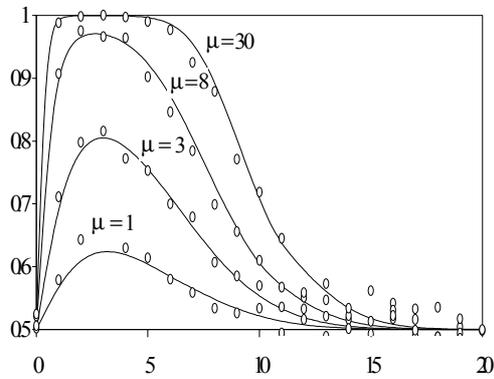


Рис. 1.

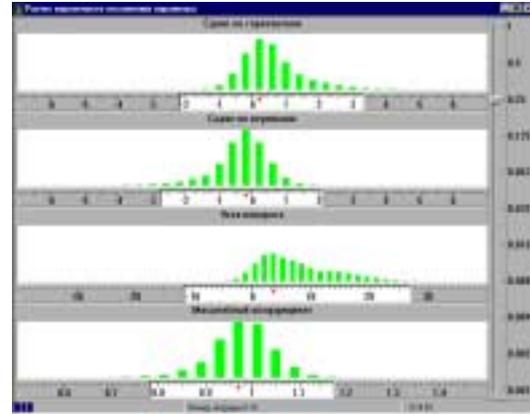


Рис. 2.

На основе предложенной методики разработана библиотека прикладных программ, предназначенная для анализа вероятностных характеристик оценок параметров и оптимизации ПГ процедур. При этом исходной информацией служит либо заданная модель изображения с известными параметрами, либо совокупность характерных кадров исследуемых изображений.

Библиотека разработана в среде Borland C, C++ для Windows. В процессе расчета для каждого параметра на экране монитора динамически отображается ПРВ оценок параметров, текущее положение наиболее вероятной оценки (моды) и интервал в шесть СКО, центр которого совпадает с текущим средним значением оценки.

Литература

1. Вазан М. Стохастическая аппроксимация // Пер. с англ. Под ред. Д.Б.Юдина. - М.: Мир. - 1972. - 295 с.
2. Невельсон М.Б., Хасьминский Р.З. Стохастическая аппроксимация и рекуррентное оценивание. - М.: Наука, 1972. - 304 с.
3. Ташлинский А.Г. Методика анализа эффективности процедур оценивания параметров геометрических трансформаций изображений // Радио и волоконно-оптическая связь, локация и навигация: Материалы Всерос. научн.-техн. конф. в 3 томах. - Воронеж, 1997, Т.3. -С. 1649-1654.
4. Tachlinskii A.G. The Efficiency of Pseudogradient Procedures for the Estimation of Image Parameters with a Finite Number of Iterations // Pattern Recognition and Image Analysis, Vol.8, № 2, 1998. - Pp. 260-261.