

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова  
150000, Россия, Ярославль, ул. Советская, 14.  
Тел. (0852) 79-77-75. E-mail: [dcslab@uniyar.ac.ru](mailto:dcslab@uniyar.ac.ru)

Реферат. Предложена математическая модель клеточной нейронной сети, работающей в дискретном времени. Показана возможность применения такой системы к фильтрации цифровых сигналов и изображений. Приведены примеры однослойных и двухслойных клеточных нейронных сетей для обработки цифровых сигналов.

### 1. Математическая модель клеточной нейронной сети

Клеточные нейронные сети (CNN – Cellular Neural Network) впервые были предложены в работах Chua и Yang [1,2]. Этот вид нейронных сетей является очень мощным инструментом в задачах обработки сигналов, особенно в тех из них, которые решаются в реальном времени. Каждая клетка CNN связана синаптической связью со своими соседями (8 клеток) и сама с собой. Кроме синаптических связей каждая клетка имеет одну сенсорную связь с постоянным во времени внешним сигналом.

Состояние клетки  $y_{ij}$  CNN дискретного времени будет определяться следующим выражением:

$$y_{ij}[t+1] = y_{ij}[t] + \alpha \cdot [-\beta \cdot y_{ij}[t] + \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} A_{i,j;k,l} \cdot u_{k,l}[t] - I_{ij}], \quad (1)$$

где

$C(k,l)$  - клетка в узле  $(k,l)$ ;  $\alpha, \beta$  - константы;  $y_{ij}[t]$  - состояние клетки в узле  $(i,j)$  в момент  $t$ .

Выход клетки:

$$u_{ij}[t] = \frac{1}{2} (|y_{ij}[t] + 1| - |y_{ij}[t] - 1|).$$

Заметим, что сумму в (1) можно записать в виде свертки:

$$\sum_{c(k,l) \in N_r(i,j)} A_{i,j;k,l} * u_{k,l}[t] = \sum_{l=-r}^r \sum_{k=-r}^r A[i-k, j-l] * u[k, l].$$

### 2. Линейная фильтрация изображений

В общем случае сводится к вычислению свертки:

$$y[m, n] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} W[k, l] \cdot x[m-k, n-l]; \quad (2)$$

где  $x[m, n]$  - исходное изображение (вход фильтра);  $W[m, n]$  - импульсная характеристика фильтра;  $y[m, n]$  - отфильтрованное изображение (выход фильтра).

Решение на практике задачи фильтрации сводится к нахождению  $W[m, n]$ . Однако важным вопросом остается практическая реализация свертки (2). Большого сокращения числа операций при практической реализации вычисления свертки можно достигнуть, если удастся подобрать разностное уравнение невысокого порядка, с постоянными коэффициентами, решением которого является свертка (2), т.е. вместо (для одной строки):

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} W[k] \cdot x[n-k];$$

вычисляется

\* Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования Российской Федерации

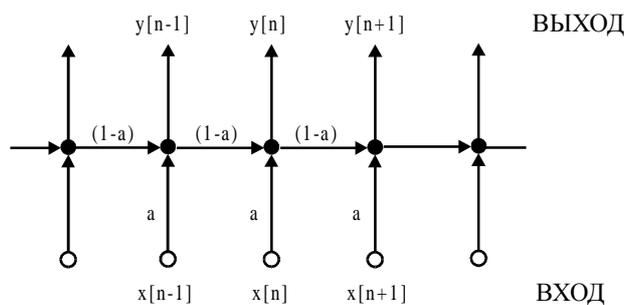


Рис. 1. Однослойная CNN для обработки строки

$$y[n] = f(x[n], x[n-1], x[n+1], x[n-2], x[n+2], \dots, y[n-1], y[n+1], y[n-2], y[n+2], \dots). \quad (3)$$

Аппаратная реализация последнего уравнения и дает структуру нейросети.

### 3. Реализация свертки с использованием CNN дискретного времени

**Пример 1.** Пусть задан одномерный односторонний фильтр

$$W[n] = a(1-a)^n, n = 0, 1, 2, \dots$$

Получаем разностное уравнение вида (3):

$$y[n] = ax[n] + (1-a)y[n-1]. \quad (4)$$

Уравнение (4) задает архитектуру и значения коэффициентов CNN (рис. 1).

**Пример 2.** Одномерный двусторонний фильтр

$$W[n] = \frac{a}{2-a} (1-a)^{|n|}.$$

Получим следующие уравнения обработки:

движение слева - направо:

$$y_1[n, t] = a \cdot x[n, t-1] + (1-a) \cdot y_1[n-1, t-1]; \quad (5)$$

движение справа - налево:

$$y[n, t] = a \cdot y_1[n, t-1] + (1-a) \cdot y[n+1, t-1]; \quad (6)$$

Уравнения (5) и (6) задают структуру нейросети, которая в данном случае имеет два слоя: при  $y[n, -1] = 0$  и  $y[N+1, t] = 0$  (т.е. за границами кадра - ноль).

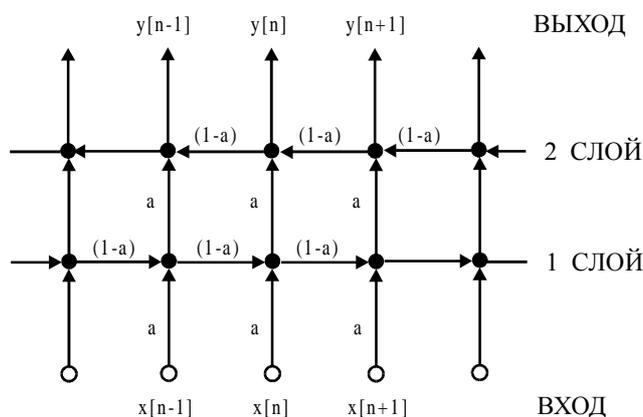


Рис. 2. Двухслойная CNN для обработки строки

**Пример 3.** Двумерная двусторонняя свертка

$$y[m, n] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} W[k, l] \cdot x[m-k, n-l].$$

Получим следующие четыре уравнения обработки:

движение по строке слева - направо:

$$y_1[m,n,t] = a \cdot x[m,n,t-1] + (1-a) \cdot y_1[m-1,n,t-1]; \quad (7)$$

движение по строке справа - налево:

$$y_2[m,n,t] = a \cdot y_1[m,n,t-1] + (1-a) \cdot y_2[m+1,n,t-1]; \quad (8)$$

движение по столбцу снизу - вверх:

$$y_3[m,n,t] = a \cdot y_2[m,n,t-1] + (1-a) \cdot y_3[m,n-1,t-1]; \quad (9)$$

движение по столбцу сверху - вниз:

$$y[m,n,t] = a \cdot y_3[m,n,t-1] + (1-a) \cdot y_3[m,n+1,t-1]; \quad (10)$$

(начальные условия во всех уравнениях - нулевые).

Уравнение (7) - (10) задают структуру 4-х слойной CNN.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Chua L.O., Yang L. "Cellular Neural Networks: Theory" // IEEE Trans. on Circuits and Systems, V. 35, № 10, 1988, P. 1257-72.
2. Chua L.O., Yang L. "Cellular Neural Networks: Applications" // IEEE Trans. on Circuits and Systems, V. 35, № 10, 1988, P.1273-90.



Yaroslavl State University  
150000, Russia, Yaroslavl, Sovetskaya st., 14. Phone (0852) 79-77-75  
E-mail: dcslab@uniyar.ac.ru

**Abstract.** The mathematical model of cellular neural network working in discrete time is offered. The possibility of application of such system to filtration of digital signals and image is shown. The examples of single-layer and two-layers cellular neural network for processing digital signals are indicated.

Cellular neural network (CNN) have proposed by Chua and Yang and extensively analyzed [1,2]. This kind of neural network is very powerful in signal processing, particularly in real-time signal processing. A basic cellular neural network has a two – dimensional connection structure whose processing unit, called a cell, is connected only to its neighboring cells.

A cellular neural network is completely characterized by the nonlinear equation in discrete time:

$$y_{ij}[t+1] = y_{ij}[t] + \alpha \cdot [-\beta \cdot y_{ij}[t] + \sum_{C(k,l) \in N_r(i,j)} A_{i,j;k,l} \cdot u_{k,l}[t] - I_{ij}]$$

The linear filtration of images is generally reduced to calculation of convolution:

$$y[m,n] = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} W[k,l] \cdot x[m-k, n-l];$$

there  $x[m,n]$  - original image (input of a filter);  $W[m,n]$  - impulse characteristic of filter;  $y[m,n]$  - image which has been filtered (output of a filter).

The solution of a problem of filtration in practice is reduced to finding  $W[m,n]$ .

However the important problem is a practical implementation of convolution. The major decrease of operations numbers at practical implementation of calculation of convolution can be reached, if it is possible to select a difference equation, with stationary values by coefficients of the low order, which solution is the convolution, i.e. instead of (for one string):

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} W[k] \cdot x[n-k];$$

we will calculate:

$$y[n] = f(x[n], x[n-1], x[n+1], x[n-2], x[n+2], \dots, \\ y[n-1], y[n+1], y[n-2], y[n+2], \dots).$$

The hardware implementation of last equation is given the structure of neural network.

## REFERENCES

1. Chua L.O., Yang L. "Cellular Neural Networks: Theory" // IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol. 35, No. 10, 1988, P. 1257-72.
2. Chua L.O., Yang L. "Cellular Neural Networks: Applications" // IEEE Trans. on Circuits and Systems, Vol. 35, No. 10, 1988, P.1273-90.