

ОЦЕНКА ДИСПЕРСИИ ПОМЕХ НА ВЫХОДЕ ЦИФРОВОГО АВТОКОМПЕНСАТОРА (ЦАКП) ОТ ОБЪЕМА ВЫБОРКИ

Григорьев Л.Н., Алексеев С.Д.

Всероссийский научно-исследовательский институт радиотехники (ВНИИРТ)
Москва, 107082, ул. Б. Почтовая, 22, тел. 265 60 41

1. Сокращение временного баланса, отводимого для адаптации РЛС с фазированной антенной решеткой (ФАР), является одной из важнейших практических задач при проектировании РЛС такого класса. В РЛС с ФАР, в составе которой имеется цифровой автоматический компенсатор активных шумовых помех, принятых по боковым лепесткам основной антенны, время для адаптации ограничено. Работе ЦАКП отводится время вне рабочей зоны действия РЛС, в так называемой служебной зоне. Это время определяется промежутком до начала излучения зондирующего импульса, в течение которого возможен пассивный прием сигналов от постановщиков активных шумовых помех по основной и компенсационным антеннам, и длительностью зондирующего импульса, во время которого необходимо обработать полученные данные.

После окончания излучения зондирующего импульса, которому соответствует начало рабочей дистанции (импульс НРД), ЦАКП осуществляет в каждом дискрете дальности очистку сигналов от активных шумовых помех, принятых по боковым лепесткам диаграммы направленности основной антенны. Таким образом, для приема сигналов и вычисления нормированных весовых коэффициентов отводится время от импульса НР АКП (начало работы АКП) до импульса НРД.

2. Функциональная схема ЦАКП с разомкнутой петлей обратной связи приведена на Рис. 1. Система состоит из основной антенны с высоким КНД, обозначенной «0», и N компенсационных антенн. Компенсационные антенны имеют КНД, определенный приблизительно средним уровнем боковых лепестков основной антенны.

Суть работы устройства АКП состоит в декорреляции выходного сигнала основного канала от сигналов компенсационных каналов, коррелированных с помехами, принятыми по боковым лепесткам. Декорреляция осуществляется путем весовой обработки сигналов компенсационных каналов с последующим их вычитанием из сигнала основного канала:

$$Z_{\Sigma} = Z_O - W_1 Z_{K1} - \dots - W_N Z_{KN} \text{ или в векторном виде}$$

$$\Phi. 1 \quad Z_{\Sigma} = Z_O - \mathbf{w}^T \mathbf{z}_K$$

где Z , W – комплексные сигнал и вес соответственно, а \mathbf{z} , \mathbf{w} – комплексные вектора; $()^T$ – транспонирование, $()^H = ()^{*T}$ – эрмитово сопряжение.

Задачей АКП является установление весов, которые приводят к нулевой корреляции между остатком выходного сигнала Z_{Σ} и компенсационным комплексно-сопряженным сигналом Z_K^* . Умножим ($\Phi. 1$) на сопряженное значение сигнала помехи компенсационного канала Z_K^* и произведем усреднение. При этом должно быть обеспечено выполнение равенства $\overline{Z_{\Sigma} Z_{Ki}^*} = 0$ для всех i . В результате получаем систему N уравнений с N неизвестными:

$$W_1 \overline{Z_{K1}^* Z_{K1}} + \dots + W_N \overline{Z_{K1}^* Z_{KN}} = \overline{Z_{K1}^* Z_O}$$

...

$$W_1 \overline{Z_{KN}^* Z_{K1}} + \dots + W_N \overline{Z_{KN}^* Z_{KN}} = \overline{Z_{KN}^* Z_O}$$

или в матричном виде:

$$\Phi. 2 \quad \mathbf{R}_Z \mathbf{w} = \mathbf{z}_K^* Z_O$$

где

$$\mathbf{z}_K = \begin{bmatrix} Z_{K1} \\ \vdots \\ Z_{KN} \end{bmatrix}, \mathbf{w} = \begin{bmatrix} W_1 \\ \vdots \\ W_N \end{bmatrix}, \mathbf{R}_Z = \begin{bmatrix} \overline{Z_{K1}^* Z_{K1}} & \dots & \overline{Z_{K1}^* Z_{KN}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \overline{Z_{KN}^* Z_{K1}} & \dots & \overline{Z_{KN}^* Z_{KN}} \end{bmatrix} - \text{ковариационная матрица}$$

Отсюда для оптимальных весовых коэффициентов следует:

$$\Phi. 3 \quad \mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}_Z^{-1} \mathbf{z}_K^* Z_O$$

Оценим мощность выходного сигнала автокомпенсатора (мощность остатка). По определению

$$P_{\Sigma} = \overline{Z_Z Z_Z^*}$$

Тогда, используя (Ф. 1), имеем:

$$\Phi. 4 \quad P_{\Sigma} = \overline{Z_0 Z_0^*} - \mathbf{w}^H \overline{\mathbf{z}_K Z_0} - \mathbf{w}^T \overline{\mathbf{z}_K Z_0^*} + \mathbf{w}^H \mathbf{R}_Z \mathbf{w}$$

Подставляя значение для оптимальных весовых коэффициентов из (Ф. 3), получаем минимальную мощность остатка равной:

$$\Phi. 5 \quad P_{\Sigma \min} = \overline{Z_0 Z_0^*} - \overline{\mathbf{z}_K^H Z_0} (\mathbf{R}_Z^{-1})^T \overline{\mathbf{z}_K Z_0^*}$$

Представляет практический интерес оценить поведение системы зависимостью статистических свойств мощности остатка P_{Σ} от объема выборки M .

Допустим, что вектор $\mathbf{z} = (Z_0, \mathbf{z}_K)^T$ сигналов, принятых соответственно основной и компенсационными антеннами, является комплексным случайным с нулевым средним с гауссовым распределением. Функция плотности вероятности $(N+1)$ -мерного комплексного гауссова распределения равна [3]

$$\Phi. 6 \quad p(\mathbf{z}) = \pi^{-(N+1)} |\mathbf{R}_{ZZ}|^{-1} \exp(-\mathbf{z}^H \mathbf{R}_{ZZ}^{-1} \mathbf{z})$$

$$\text{где } \mathbf{R}_{ZZ} = \begin{bmatrix} Z_0 \\ \dots \\ Z_0^* & | & \mathbf{z}_K^H \\ \dots \\ \mathbf{z}_K & | & \mathbf{R}_Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_0 Z_0^* & | & \mathbf{z}_K^H Z_0 \\ \dots & | & \dots \\ \mathbf{z}_K Z_0^* & | & \mathbf{R}_Z \end{bmatrix} = \left\| Z_i Z_j^* \right\|, \quad i, j = 0, \dots, N$$

$(N+1) \times (N+1)$ -мерная ковариационная матрица.

Оценкой ковариационной матрицы на основе M выборок векторов \mathbf{z} является выборочная ковариационная матрица вида

$$\Phi. 7 \quad \overline{\Sigma}_Z = (1/M) \sum_{n=1}^M \left\| Z_{ni} Z_{nj}^* \right\|$$

При наложении определенных ограничений элементы матрицы имеют совместную плотность вероятности, равную комплексной плотности распределения Уишарта [2]:

$$\Phi. 8 \quad p_W(A) = \left[A \right]^{M-N-1} / I(\Sigma_Z) \exp[-Sp(\Sigma_Z^{-1} A)],$$

где $A = M \overline{\Sigma}_Z$, $I(\Sigma_Z) = \pi^{\frac{1}{2}N(N+1)} \Gamma(M) \dots \Gamma(M-N) |\Sigma_Z|^M$, $\Gamma(M) = (M-1)!$ - гамма-функция.

Определим математическое ожидание и дисперсию мощности остаточного сигнала шума и помехи на выходе ЦАКП. Математическое ожидание:

$$\Phi. 9 \quad E[P_{\Sigma}] = \frac{1}{M} \int_0^{\infty} x p_W(x) dx$$

Вычисляя выражение, получим

$$\Phi. 10 \quad E[P_{\Sigma}] = \frac{1}{M} (M-N) P_{\Sigma \min}$$

Начальный момент второго порядка

$$\Phi. 11 \quad m_2[P_{\Sigma}] = \frac{1}{M^2} \int_0^{\infty} x^2 p_W(x) dx$$

Вычисляя выражение, получим

$$\Phi. 12 \quad m_2[P_{\Sigma}] = \frac{P_{\Sigma \min}^2}{M^2} (M-N)(M-N+1)$$

Дисперсия случайной величины P_{Σ}

$$\Phi. 13 \quad M_2[P_{\Sigma}] = m_2[P_{\Sigma} - m_1[P_{\Sigma}]] = \frac{P_{\Sigma \min}^2}{M^2} (M-N)$$

Выражение (Ф. 13) позволяет проанализировать, как изменяется мощность остаточного шума АСП на выходе ЦАКП от количества выборок. На Рис.2 приведены результаты вычисления по формуле

при $P_{\Sigma \min} = 1$ для двух значений количества компенсационных антенн 2 и 4. Из графика следует, что при $M > 32$ дисперсия остаточной помехи практически не зависит от величины M .

При $2(M - N) = n$, $P_{\Sigma \min} = 2$ выражение имеет χ^2 -распределение с $2(M-N)$ степенями свободы:

$$P_w(z) = \frac{1}{2^{n/2} \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} z^{\left(\frac{n}{2} - 1\right)} e^{-\frac{z}{2}}$$

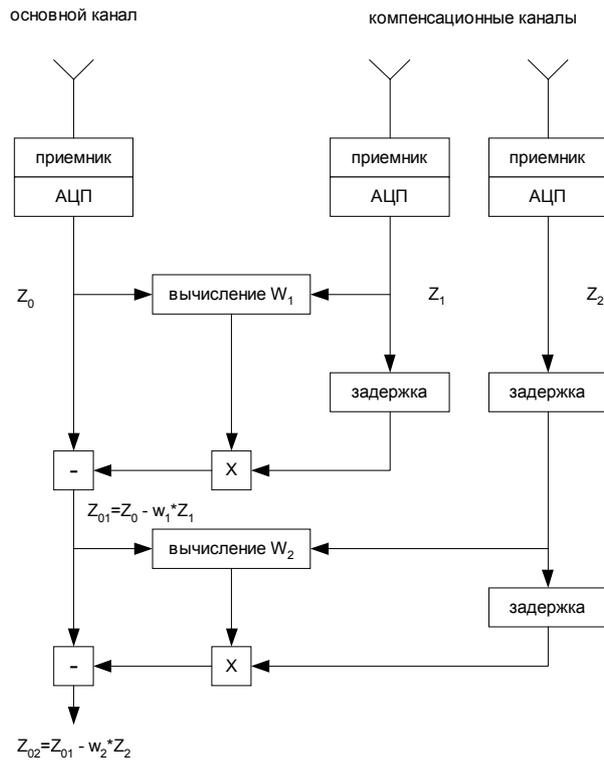


Рис. 1. Структурная схема ЦАКП с разомкнутой петлей обратной связи

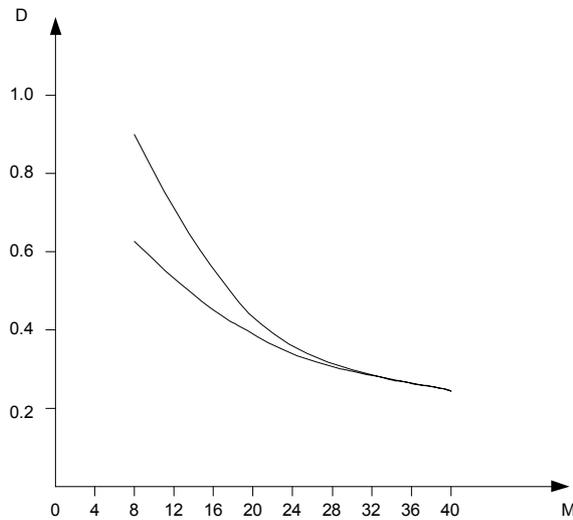


Рис. 2. Зависимость дисперсии помех на выходе ЦАКП от количества выборок

Литература

1. Р.А. Монзинго, Т.У. Миллер. Адаптивные антенные решетки. Введение в теорию. М., «Радио и связь», 1986.
2. N.R. Goodman. Statistical analysis based on a certain multivariate Gaussian distribution. Ann. Math. Stat., vol. 34 March 1963, pp. 152-177.
3. A.B. Baggeroer. Confidence intervals for regression (MEM) spectral estimates. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. IT-22, No 5, September 1976, pp. 534-545.



VARIANCE ESTIMATION OF INTERFERENCES IN THE DIGITAL AUTOCOMPENSATOR OUTPUT

Grigoriev L., Alexeyev S.

The All-Russia research institute of radio engineering (ARIRE)
107082, Moscow, 22 Bolshaya Pochtovaya st., Ph. 265-6041

Lately more and more attention in the field of development of the radar systems is paid to the digital processing of received data. One of the significant places in such a system is assigned to the digital automatic compensator of interference (DACI).

Optimal spatial treatment is used to neutralize the interference received by side petals of the diagram of the oriented aerial antenna. Optimal spatial treatment consist of a such comprehensive weight summing of output signals of aerial systems which provides mutual compensation of the interference components received by side petals.

For this realization complex treatment is used together with interference signals received by the main aerial through the side petals and by the compensatory aerals. The number of compensatory aerals shall correspond to that of sources of interference available.

$$Z_{\Sigma} = Z_0 - \mathbf{w}^T \mathbf{z}_C$$

Spatial selection could be carried out using principles of autocompensation. Schematically the autocompensation could be done with closed loop of regulation or opened one.

Recently thanks to the fast development of digital device base the digital automatic compensator were widely used. DACIs with opened loop have some advantage over those with closed loop. One of the algorithms of the opened loop DACI is demonstrated on the fig.1.

It is valuable to estimate behavior of system by the dependence of statistical properties of remainder power from the sample volume. Allow, that the signal vector accepted by main and N compensatory aerals, is complex variable with zero average and Gaussian distribution. Density function of the probability of (N+1)-dimensional complex Gaussian distribution is equal [3]

$$p(\mathbf{z}) = \pi^{-(N+1)} |\mathbf{R}_{ZZ}|^{-1} \exp(-\mathbf{z}^H \mathbf{R}_{ZZ}^{-1} \mathbf{z})$$

$$\text{where } \mathbf{R}_{ZZ} = \begin{bmatrix} Z_0 & & \\ & \dots & \\ & & \mathbf{z}_C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_0^* & & \\ & \dots & \\ & & \mathbf{z}_C^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_0 Z_0^* & | & \mathbf{z}_C^H Z_0 \\ \dots & | & \dots \\ \mathbf{z}_C Z_0^* & | & \mathbf{R}_Z \end{bmatrix} = \|Z_i Z_j^*\|, \quad i, j = 0, \dots, N$$

Estimation of covariance matrix on the basis of M samples vectors \mathbf{z} is the matrix of a kind

$$\bar{\Sigma}_Z = (1/M) \sum_{n=1}^M \|Z_{ni} Z_{nj}^*\|$$

At imposing the certain restrictions elements of a matrix have the joint density of probability equal to complex density of Wishart's distribution [2]:

$$p_W(A) = \left[|A|^{M-N-1} / I(\Sigma_Z) \right] \exp[-Sp(\Sigma_Z^{-1} A)],$$

where $A = M \bar{\Sigma}_Z$, $I(\Sigma_Z) = \pi^{\frac{1}{2}N(N+1)} \Gamma(M) \dots \Gamma(M-N) |\Sigma_Z|^M$, $\Gamma(M) = (M-1)!$

It can be shown, that expectation of remainder power on the DACI output is equal

$$E[P_{\Sigma}] = \frac{1}{M} (M-N) P_{\Sigma \min},$$

where M – volume of samples, $P_{\Sigma \min} = \overline{Z_0 Z_0^*} - \overline{\mathbf{z}_C^H Z_0} (\mathbf{R}_Z^{-1})^T \overline{\mathbf{z}_C Z_0^*}$

Then variance is equal

$$\text{Var}[P_{\Sigma}] = m_2 [P_{\Sigma} - m_1 [P_{\Sigma}]] = \frac{P_{\Sigma \min}^2}{M^2} (M-N)$$

This expression allows to analyze, as power of residual noise + interference on DACI output from sample amount changes. On Fig. 2 results of calculation are given for two values of number of compensatory aerals (2 and 4). From the diagram follows, that at $M > 32$ variance of a residual power practically does not depend on size M.

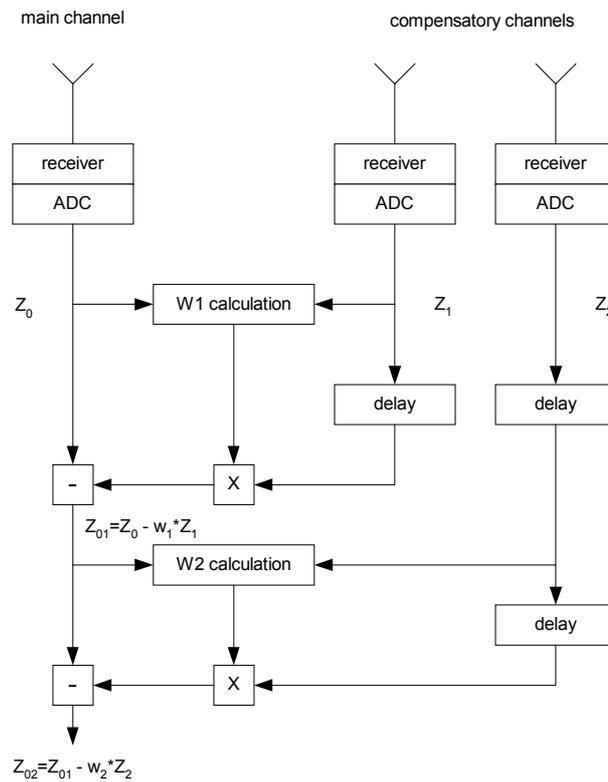


Figure 1. DACI structure

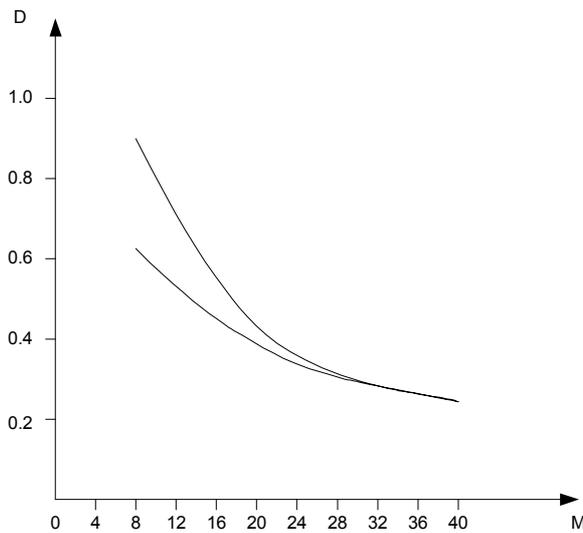


Figure 2. Variance dependance from number of samples

Bibliography

1. R.A.Monzingo, T.W.Miller. Introduction to Adaptive Arrays. John Willey & Sons, N.Y.
2. N.R. Goodman. Statistical analysis based on a certain multivariate Gaussian distribution. Ann. Math. Stat., vol. 34 March 1963, pp. 152-177.
3. A.B. Baggeroer. Confidence intervals for regression (MEM) spectral estimates. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. IT-22, No 5, September 1976, pp. 534-545.