

ДИНАМИКА ДВУМЕРНОГО РЕКУРСИВНОГО ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА ВТОРОГО ПОРЯДКА ПРИ БИНАРНОМ КВАНТОВАНИИ*

Лебедев М.В., Балусов И.Л., Рудых Д.В.

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
150000, Россия, Ярославль, ул. Советская, 14.
Тел. (0852) 79-77-75. E-mail: dcslab@uniyar.ac.ru

Реферат. Исследован двумерный рекурсивный цифровой фильтр второго порядка с нелинейностью сумматора типа насыщение и бинарным квантованием. В ходе работы обнаружено более ста различных сигналов, возможных на выходе системы. Получены аналитические выражения для областей существования различных типов движений. Построены бифуркационные портреты системы при различных видах начальных условий.

Введение

Двумерные рекурсивные цифровые фильтры первого и второго порядков [1] удобно использовать для обработки статических и динамических изображений в реальном масштабе времени, поскольку вычислительные затраты при их реализации незначительны. Одним из важнейших элементов таких фильтров является сумматор, который в реальных цифровых устройствах имеет нелинейную характеристику. Учет этой нелинейности позволяет более эффективно использовать возможности цифровых фильтров и избежать некоторых нежелательных эффектов. Примером этому может служить использование двумерного рекурсивного цифрового фильтра в качестве автономного генератора двумерных цифровых сигналов [2]. В большинстве работ, посвященных исследованию нелинейных свойств таких систем, обычно рассматривается случай фильтров первого порядка [3-4]. Однако чем больше порядок фильтра, тем больше возможностей для его использования, но вместе с порядком фильтра возрастает и сложность его исследования. В работах посвященных фильтрам второго порядка, рассматривается случай, когда отличным от нуля является лишь отсчет $X(-2, -2)$. При возрастании числа отличных от нуля начальных условий изменяется вид бифуркационного портрета, при этом на выходе системы могут наблюдаться сигналы, невозможные для случая одного отличного от нуля начального условия.

Постановка задачи

Рассмотрим двумерный рекурсивный цифровой фильтр второго порядка с нелинейностью сумматора типа насыщение и бинарным квантованием, описываемый нелинейным разностным уравнением вида:

$$X(m,n)=F\{a*[X(m-1,n)+X(m-2,n-1)]+b*[X(m,n-1)+X(m-1,n-2)]+c*[X(m-1,n-1)+X(m-2,n-2)]\},$$

где a , b и c – независимые коэффициенты фильтра, а функция $F\{x\}$ учитывает нелинейные свойства фильтра, её вид зависит от выбора характеристики сумматора и количества уровней квантования.

Для анализа выходного сигнала размером $L*L$ отсчетов, нужно перебрать 2 в степени $(L+1)*4$ начальных условий, тогда как для фильтра первого порядка их 2 в степени $(2L+1)$, а для одномерной системы первого порядка начальным условием вообще является один отсчет. Такое количество начальных условий значительно осложняет исследование. Поэтому основное внимание уделяется исследованию сигналов на выходе при отсутствии входного воздействия и начальных условиях таких, что отличным от нуля являются только несколько отсчетов, а все остальные равны нулю. Но, уже исследуя систему при таких начальных условиях, оказывается, что некоторые результаты остаются справедливыми и на случай произвольных начальных условий.

Метод исследований

В настоящее время не существует единой разработанной методики исследования нелинейных явлений в двумерных цифровых системах. Ранее, задачи, связанные с изучением условий зарождения предельных циклов разных периодов в результате нелинейной характеристики сумматора решались в рамках детерминированного подхода, методов символической динамики или статистическими методами. Одним из недостатков данного метода, является невозможность получить с помощью его общих результатов, т.е. приходится строить бифуркационный портрет для каждого случая начальных условий. Причем процесс построения бифуркационного портрета требовал довольно много времени и усилий. В работе для определения в пространстве параметров

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Министерства образования России

областей существования различных сигналов использовался новый альтернативный метод исследования двумерных цифровых рекурсивных фильтров первого и второго порядков [1]. Ранее, с его помощью были доказаны необходимость и достаточность областей существования предельных циклов типа (0,1), (1,0), (1,1), отсутствия и единичного сигнала на выходе двумерного рекурсивного цифрового фильтра первого порядка для начальных условий произвольного вида [4]. Метод основан на получении наиболее общих закономерностей при помощи анализа нелинейного разностного уравнения с учетом вида функции нелинейности. Это позволяет определить принадлежность любого двумерного сигнала на реализуемость фильтром заданного порядка. Найти область в пространстве параметров, соответствующую заданному сигналу, а также подобрать необходимые для этого начальные условия.

Результаты исследования

В системе обнаружено более ста различных сигналов, возможных на выходе системы. Для каждого сигнала найдены условия, налагаемые на коэффициенты двумерного рекурсивного цифрового фильтра, необходимые для его достижения. Построены бифуркационные портреты системы при различных типах начальных условий. Проанализирована динамика выходного сигнала при смещении единичного начального условия по векторам $X(-2, m)$, $X(-1, m)$, $X(-2, n)$, $X(-1, n)$ и переборе всех возможных начальных условий в квадрате $X(-2, -2)$, $X(-2, -1)$, $X(-1, -2)$ и $X(-1, -1)$.

Пространство параметров двумерного рекурсивного цифрового фильтра второго порядка трехмерно, однако ввиду сложности восприятия и отображения трехмерных рисунков оно представлено в виде плоскости при фиксированном коэффициенте c . При изменении коэффициента c вид этой плоскости будет меняться. Анализ бифуркационных портретов для различных начальных условий выявил законы, по которым происходит это изменение. Каждая область, ограниченная линиями бифуркационного портрета, представляет собой множество значений коэффициентов фильтра a , b и $c = \text{const}$, при задании которых на выходе системы будет конкретный сигнал. На рис.1 и рис.2 показаны плоскости пространства параметров двумерного рекурсивного цифрового фильтра второго порядка при различных начальных условиях (изображенных в левом нижнем углу рисунков). Каждой, выделенной различным цветом, области сопоставлен сигнал на выходе фильтра, достигаемый при выборе коэффициентов фильтра из данной области. Белый цвет соответствует единичному значению сигнала, а серый - нулевому. Обнаружены области бифуркационного портрета, сигналы соответствующие которым, получаются простым сложением или перемножением. Например, сигнал из области 3(6) получается сложением сигналов из областей 1(4) и 2(5) или сигнал из области 9 получается умножением сигналов из областей 7 и 8. Кроме того, легко заметить симметричность бифуркационного портрета, относительно прямой $a=b$, это получилось вследствие симметричного задания начальных условий фильтра. Несмотря на различия в начальных условиях, можно заметить, что некоторые области бифуркационных портретов (рис.1, рис.2) совпадают. Например, в 3 четверти плоскости коэффициентов a , b при положительном коэффициенте c и любом виде начальных условий будет наблюдаться двумерный единичный импульс. Подобные закономерности наблюдаются и для некоторых других сигналов.

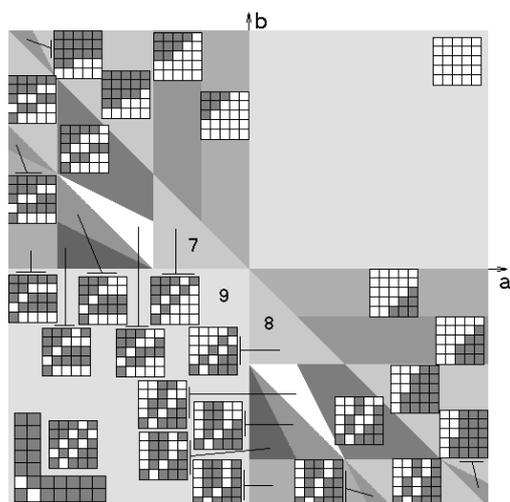


Рис.1. Бифуркационный портрет фильтра для первого случая начальных условий

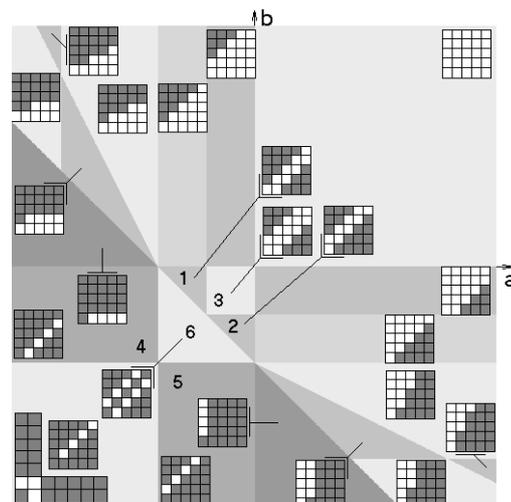


Рис.2. Бифуркационный портрет фильтра для второго случая начальных условий

Заключение

В работе была затронута тема нелинейных эффектов в двумерных рекурсивных цифровых фильтрах второго порядка с бинарным квантованием. Данный вопрос является ещё недостаточно изученным, и представляет большой интерес для исследования. Описан механизм формирования выходного сигнала различного типа в зависимости от вида начальных условий. Некоторые результаты работы могут быть обобщены на случай начальных условий и уровня квантования произвольного вида. Аналитически найдены уравнения плоскостей, разбивающих пространство коэффициентов двумерного рекурсивного цифрового фильтра. Результаты исследований могут быть использованы для дальнейшего исследования и разработки многомерных цифровых телекоммуникационных систем, обработки и передачи двумерных цифровых сигналов и изображений.

Литература

1. Д.В. Рудых, М.В. Лебедев, А.Л. Приоров, И.Л. Балусов. Двумерные рекурсивные цифровые фильтры первого и второго порядков с нелинейным сумматором // Труды 8-й междунар. науч.-технич. конф. "Радиолокация, навигация, связь". Воронеж, 2002. Т.1. С. 387-399.
2. Рудых Д.В., Лебедев М.В., Балусов И.Л. Использование двумерного рекурсивного цифрового фильтра в качестве автономного генератора // Материалы третьей областной науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых вузов «Ярославский край. Наше общество в третьем тысячелетии». Ярославль, 2002. С. 13-14.
3. Балусов И.Л., Рудых Д.В., Приоров А.Л. Динамика двумерного рекурсивного цифрового фильтра второго порядка при трехуровневом квантовании // Докл. 4-ой междунар. конф. и выставки "Цифровая обработка сигналов и ее применения", М., 2002. Т.2, С. 394-396.
4. Рудых Д.В., Лебедев М.В., Балусов И.Л., Приоров А.Л. Предельные циклы в двумерных рекурсивных цифровых фильтрах первого порядка с бинарным квантованием и характеристикой сумматора типа насыщение // Труды LVII научн. сессии, посвященной Дню радио. Москва, 2002. Т.2., С.114-116.



THE DINAMICS OF A TWO-DIMENSIONAL RECURSIVE DIGITAL FILTER OF THE SECOND ORDER AT TWO-LEVEL QUANTIZATION*

Lebedev M., Balusov I., Rudyh D.

Yaroslavl State University
150000, Russia, Yaroslavl, Sovetskaja st., 14.
Phone (0852) 79-77-75, E-mail: dcslab@uniyar.ac.ru

The two-dimensional digital second order recursive filter with non-linearity of the adder of a type saturation and two-level quantization featured by a difference equation of a view is explored:

$$X(m,n)=F\{a*[X(m-1,n)+X(m-2,n-1)]+b*[X(m,n-1)+X(m-1,n-2)]+c*[X(m-1,n-1)+X(m-2,n-2)]\},$$

where a , b and c - independent coefficients of the filter, and function $F(x)$ takes into account nonlinear properties of the filter, and its view depends on a choice of the characteristic of the adder and quantity of quantizing levels.

It is necessary to take into account that the complexity of one-dimensional nonlinear systems is not compared to complexity two-dimensional. Even because any terminal conditions for a two-dimensional system of the second order represents two infinite-dimensional in two directions vectors, whereas for an one-dimensional first order system the initial conditions is one sample. So to touch the every possible initial condition for a two-dimensional system becomes unreal at it's probing. For the analysis of an output signal by a size $L*L$ of counting, it is necessary to sort out 2 in a degree $(L+1) * 4$ initial conditions, whereas for a filter of the first order them 2 in a degree $(2L+1)$, and for an one-dimensional first order system the initial condition in general is one sample. Therefore main attention is given to research of signals on an output at absence of entry effect and initial conditions such, that distinct from zero are only a few counting, and all remaining are peer to zero. But already exploring a system at such terminal conditions it appears, that some results remain valid and at other initial conditions.

In the system it is revealed of more hundred various signals, possible on an output of the system. For each signal the conditions of coefficients of a two-dimensional recursive digital filter are imposed, necessary for his reaching are retrieved. The bifurcation portraits of the system at various types of the initial conditions are constructed. Is parsed of the speaker of an output signal at offset of the single initial condition on vectors $X(-2, m)$, $X(-1, m)$, $X(-2, n)$, $X(-1, n)$ and exhaustive search of all possible initial conditions in quadrate $X(-2, -2)$, $X(-2, -1)$, $X(-1, -2)$ and $X(-1, -1)$.

In operation the theme of nonlinear effects in two-dimensional recursive digital filters of the second order with binary quantization was affected. The given problem is insufficiently investigated, and represents major interest for research. The mechanism of creation of an output signal of a various type is circumscribed depending on sort of the initial conditions. Some outcomes of operation can be generalized on a case of the initial conditions and level of quantization of arbitrary sort. The equations of planes dividing space of coefficients of a two-dimensional recursive digital filter are analytically retrieved.

The knowledge of nonlinear effects can help in design and use of digital filters and also in making on the basis of digital systems of oscillators of different motions. The analytical expressions for areas of existence of different types of motions, dissection of spaces of parameters into the relevant areas was obtained. The results of the investigations can be used for the further investigation and development of digital systems with quantization.

* Work is supported by Russian Foundation of Fundamental Research and Ministry of Education of Russian Federation