ИССЛЕДОВАНИЕ АЛГОРИТМА ФИЛЬТРАЦИИ ТРАЕКТОРИЙ МАНЕВРИРУЮЩИХ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ЦЕЛЕЙ

[1]Бакулев П.А., [2]Сычев М.И., [3]Нгуен Чонг Лыу

Кафедра «радиолокация и радионавигация» московского авиационного института (ТУ)
E-mail: nguyenmairu@hotmail.com

Предложен подход на основе описания траектории движения РЛ цели одновременно несколькими моделями и оценивании их апостериорных вероятностей, с последующим формированием единой оценки вектора состояния системы, при этом в явном виде отсутствует обнаружитель маневра.

Рассматривается задача фильтрации траектории радиолокационной цели на участке маневра по данным на выходе РЛС кругового обзора. Предполагается, что большую часть полета траектория РЛ цели, в декартовой системе координат, адекватно описывается моделью прямолинейного и равномерного движения с возмущениями. Участки маневрирования являются кратковременными, от нескольких обзоров (3-6), до нескольких десятков обзоров.

Рассматривается подход на основе описания траектории движения РЛ цели одновременно несколькими моделями и оценивании их апостериорных вероятностей, с последующим формированием единой оценки вектора состояния системы. При этом в явном виде отсутствует обнаружитель маневра, на основе которого строятся многие известные алгоритмы фильтрации траекторий маневрирующих целей. Математическая постановка задачи выглядит следующим образом:

$$\alpha(k+1) = F[\theta(k+1)]\alpha(k) + B[\theta(k+1)]N_\alpha(k+1) \quad , \qquad (1)$$

$$z(k) = H\alpha(k) + N_z(k) \quad , \qquad (2)$$

здесь (1) – уравнение состояния, а (2) – уравнение наблюдения.

где α(k) – вектор, описывающий состояние системы. В частности, для модели прямолинейного и равномерного движения для координаты x он имеет вид $\alpha(k) = [x(k), \dot{x}(k)]^T$. θ(k+1) - дискретный параметр $\theta \in \{\overline{0, M-1}\}$, определяющий модель изменения вектора α(k) во времени от момента времени k до (k+1), M– число используемых моделей. $N_\alpha(k)$ - вектор нормальных шумов с нулевым математическим ожиданием, единичной корреляционной матрицей. Таким образом, (1) описывает совокупность M возможных уравнений изменения вектора α(k) во времени от момента k до (k+1). z(k)- вектор наблюдений в момент времени (k), $N_z(k)$ - вектор шумов наблюдения с нулевым математическим ожиданием и корреляционной матрицей R_z, а (2) – уравнение наблюдений. Считается, что θ(k+1) - односвязный Марковский случайный процесс с матрицей переходных вероятностей P[θ(k+1)| θ(k)].

В результате синтеза может быть получена следующая процедура формирования оценки вектора α(k+1). В k-й момент времени состояние системы описывается: вероятностями того, что РЛ цель двигается в соответствии с моделью m1 $P[\theta(k) = m1, Y(\overline{1,k})]$, $m1 = \overline{0, M-1}$, а так же соответствующими оценками и матрицами корреляции $\hat{\alpha}(\theta(k) = m1, k)$, $\hat{R}(\theta(k) = m1, k)$. В течении интервала между k-м и (k+1)-м моментами времени РЛ цель может двигаться в соответствии с одной из M возможных моделей движения. Поэтому формируется M*M экстраполированных оценок и соответствующих им корреляционных матриц

$$\hat{\alpha}(m \mid m1, k+1 \mid k) = F[\theta(k+1) = m]\hat{\alpha}(m1, k), \qquad (3)$$

$$\hat{R}(m \mid m1, k+1 \mid k) = B[\theta(k+1) = m]B^T[\theta(k+1)] + F[\theta(k+1)]\hat{R}(m1, k)F^T[\theta(k+1)], \qquad (4)$$

$$m = \overline{0, M-1}.$$

При получении наблюдений в (k+1)-й момент времени, каждая из M*M оценок уточняется

$$\begin{aligned} &\hat{\alpha}(m \mid m1, k+1) = \hat{\alpha}(m \mid m1, k+1 \mid k) + \\ &+ \hat{R}(m \mid m1, k+1) H^T R_Z^{-1}[z(k+1) - H\hat{\alpha}(m \mid m1, k+1 \mid k)] \end{aligned} \quad , \qquad (5)$$

где

$$\hat{R}^{-1}(m\,|\,m1,k+1)=\hat{R}^{-1}(m\,|\,m1,k+1\,|\,k)+H^{T}R_{Z}^{-1}H\ . \tag{6}$$

Кроме того, формируются M апостериорных вероятностей, соответствующих моделям движения РЛ цели.

$$\begin{aligned}P[\theta(k+1)=m\,|\,z(\overline{1,k+1})]=c\sum_{m1=0}^{M-1}P[\theta(k+1)=m\,|\,\theta(k)=m1]P[\theta(k)=m1\,|\,z(\overline{1,k})]\times\\ \times w[z(k+1\,|\,\theta(k+1)=m,\theta(k)=m1,z(\overline{1,k})]\end{aligned}\ , \tag{7}$$

$$w[z(k+1\,|\,\theta(k+1)=m,\theta(k)=m1,z(\overline{1,k})]=G[\hat{x}(m\,|\,m1,k+1\,|\,k),R_{Z}+H\hat{R}(m\,|\,m1,k+1\,|\,k)H^{T}\,],$$

здесь *c* – нормирующий множитель, *G*[*a,R*] – нормальная плотность распределения вероятностей с вектором средних значений *a* и корреляционной матрицей *R*.

После этого формируются M оценок вектора состояния и соответствующие им корреляционные матрицы для (k+1)-го момента времени.

$$\hat{x}(m,k+1)=\sum_{m1=0}^{M-1}P[\theta(k)=m1\,|\,\theta(k+1)=m,z(\overline{1,k+1})]\hat{x}(m\,|\,m1,k+1)\,, \tag{8}$$

$$\begin{aligned}\hat{R}(m,k+1)=\sum_{m1=0}^{M-1}P[\theta(k)=m1\,|\,\theta(k+1)=m,z(\overline{1,k+1})]\times\\ \times\{\hat{R}(m\,|\,m1,k+1)+[\hat{x}(m,k+1)-\hat{x}(m\,|\,m1,k+1)][\hat{x}(m,k+1)-\hat{x}(m\,|\,m1,k+1)]^{T}\}.\end{aligned} \tag{9}$$

где

$$P[\theta(k)=m1\big|\theta(k+1)=m,z(\overline{1,k+1})]=$$

$$=\frac{w[z(k+1)\big|\theta(k+1)=m,\theta(k)=m1,z(\overline{1,k})]P[\theta(k+1)=m\big|\theta(k)=m1]P[\theta(k)=m1\big|z(\overline{1,k})]}{\sum\limits_{m2=0}^{M-1}w[z(k+1)\big|\theta(k+1)=m,\theta(k)=m2,z(\overline{1,k})]P[\theta(k+1)=m\big|\theta(k)=m2]P[\theta(k)=m2\big|z(\overline{1,k})]}$$

Совместная оценка и ее корреляционная матрица в (k+1)-й момент времени формируются следующим образом

$$\hat{x}(k+1)=\sum_{m=0}^{M-1}P[\theta(k+1)=m\,|\,z(\overline{1,k+1})]\hat{x}(m,k+1)\ , \tag{10}$$

$$\begin{aligned}\hat{R}(k+1)=\sum_{m=0}^{M-1}P[\theta(k+1)=m\,|\,z(\overline{1,k+1})]\times\\ \times\{\hat{R}(m,k+1)+[\hat{x}(m,k+1)-\hat{x}(k+1)][\hat{x}(m,k+1)-\hat{x}(k+1)]^{T}\}\end{aligned}\ . \tag{11}$$

Полученный алгоритм был промоделирован для случая M=2. Одна из моделей движения соответствовала прямолинейному и равномерному движению при слабом возмущении, а другая при сильном. Моделирование проводилось для РЛС кругового обзора с периодом обзора равном 6 сек., со средними квадратическими ошибками по дальности 100 м, а по азимуту 0,5 град. РЛ цель около 100 обзоров двигалась по прямой, после чего выполняла разворот на 90 град и двигалась дальше по прямой. Анализ результатов моделирования показал, что использование предложенного алгоритма фильтрации траектории позволяет уменьшить среднюю квадратическую ошибку оценивания положения РЛ цели, с учетом динамической и флюктуационной составляющих, не менее чем в 5-6 раз на участке маневра по сравнению с обычным фильтром Калмана. При этом их точность на участке движения без маневра практически одинаковая.

Список литературы

1. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и её применение в связи и управнении: Пер. с англ. –М.: Связь, 1976.
2. С. З. Кузьмин. Цифровая радиолокация. Издательство КВIЦ, Киев 2000.

RESEARCH THE FILTERING ALGORITHM FOR TRAJECTORY OF MANEUVERING TARGET

Bakulev P., Sychev M., Nguyen Trong Luu

Moscow State Aviation Institute (MAI)
E-mail: nguyenmairu@hotmail.com

Abstract: The tracking of maneuvering target with Markovian switching states is researched. The novel approach is considered on the basic description trajectory of movement target simultaneously by several models with the estimation its posterior probabilities, and formation a mixing estimation of the state vector.

The tracking problem in Track-While-Scan Radar is considered for trajectory of a maneuvering target. Trajectory targets is supposed in the Cartesian system of coordinates, that the most part of flight is adequately described by the model of regularly straight movement. Maneuvers are short-termed, from several (3-6) up to several tens scanning periods. The approach is considered on the base of that the trajectory of the moving target is described simultaneously by several models with estimation of its posterior probabilities and formation of a mixing estimation of state vector. Mathematical formalism of the problem is following:

$$\alpha(k+1) = F[\theta(k+1)]\alpha(k) + B[\theta(k+1)]N_\alpha(k+1), \tag{1}$$

$$z(k) = H\alpha(k) + N_z(k), \tag{2}$$

where θ(k+1) is a finite state Markov chain taking values {0,…,M-1} according to a transition probability matrix P[θ(k+1)|θ(k)]; M is the number of used models.

As result of synthesis, we will receive the procedure for formation of the mixing estimation of the state vector α(k+1) as follows. At the moment k the state vector of target is described by the probability $P[\theta(k)=m1, Y(\overline{1,k})]$, $m1=\overline{0,M-1}$ of that target moves according to model m1, by the estimation vector $\hat{\alpha}(\theta(k)=m1,k)$ and by the correlation matrix $\hat{R}(\theta(k)=m1,k)$. During the interval between k and (k+1) moments the target can move according to one of the M possible models. Therefore it is formed M^2 predicted estimations and correlation matrixes

$$\hat{\alpha}(m\,|\,m1,k+1\,|\,k) = F[\theta(k+1)=m]\hat{\alpha}(m1,k), \tag{3}$$

$$\hat{R}(m\,|\,m1,k+1\,|\,k) = B[\theta(k+1)=m]B^T[\theta(k+1)] + F[\theta(k+1)]\hat{R}(m1,k)F^T[\theta(k+1)], \tag{4}$$

$m=\overline{0,M-1}$.

At the (k+1) moment a receipted measurement, each of M^2 estimations is specified

$$\begin{gathered}\hat{\alpha}(m\,|\,m1,k+1) = \hat{\alpha}(m\,|\,m1,k+1\,|\,k) + \\ + \hat{R}(m\,|\,m1,k+1)H^T R_Z^{-1}[z(k+1) - H\hat{\alpha}(m\,|\,m1,k+1\,|\,k)]\end{gathered}, \tag{5}$$

where

$$\hat{R}^{-1}(m\,|\,m1,k+1) = \hat{R}^{-1}(m\,|\,m1,k+1\,|\,k) + H^T R_Z^{-1} H, \tag{6}$$

besides are formed M posterior probabilities, which is appropriate to models of movement target.

$$\begin{gathered}P[\theta(k+1)=m\,|\,z(\overline{1,k+1})] = c\sum_{m1=0}^{M-1} P[\theta(k+1)=m\,|\,\theta(k)=m1]P[\theta(k)=m1\,|\,z(\overline{1,k})]\times \\ \times w[z(k+1\,|\,\theta(k+1)=m, \theta(k)=m1, z(\overline{1,k})]\end{gathered}, \tag{7}$$

where

$$w[z(k+1\,|\,\theta(k+1)=m,\theta(k)=m1,z(\overline{1,k})] = G[\hat{\alpha}(m\,|\,m1,k+1\,|\,k), R_Z + H\hat{R}(m\,|\,m1,k+1\,|\,k)H^T].$$

c is a normalizing constant, *G*[*a, R*] is normal probability density distribution with the mean vector *a* and the correlation matrix *R*.

After that the M estimations of the state vector and the correlation matrixes are formed at the (k+1) moment.

$$\hat{\alpha}(m,k+1) = \sum_{m1=0}^{M-1} P[\theta(k)=m1\,|\,\theta(k+1)=m, z(\overline{1,k+1})]\hat{\alpha}(m\,|\,m1,k+1), \tag{8}$$

$$\hat{R}(m,k+1)=\sum_{m1=0}^{M-1}P[\theta(k)=m1\,|\,\theta(k+1)=m,z(\overline{1,k+1})]\times$$
$$\times\{\hat{R}(m\,|\,m1,k+1)+[\hat{x}(m,k+1)-\hat{x}(m\,|\,m1,k+1)][\hat{x}(m,k+1)-\hat{x}(m\,|\,m1,k+1)]^T\},\qquad(9)$$

where

$$P[\theta(k)=m1\big|\theta(k+1)=m,z(\overline{1,k+1})]=$$
$$=\frac{w[z(k+1)\big|\theta(k+1)=m,\theta(k)=m1,z(\overline{1,k})]P[\theta(k+1)=m\big|\theta(k)=m1]P[\theta(k)=m1\big|z(\overline{1,k})]}{\sum_{m2=0}^{M-1}w[z(k+1)\big|\theta(k+1)=m,\theta(k)=m2,z(\overline{1,k})]P[\theta(k+1)=m\big|\theta(k)=m2]P[\theta(k)=m2\big|z(\overline{1,k})]}$$

At last the mixing estimation and correlation matrix are formed at the (k+1) moment as follows

$$\hat{x}(k+1)=\sum_{m=0}^{M-1}P[\theta(k+1)=m\,|\,z(\overline{1,k+1})]\hat{x}(m,k+1),\qquad(10)$$

$$\hat{R}(k+1)=\sum_{m=0}^{M-1}P[\theta(k+1)=m\,|\,z(\overline{1,k+1})]\times$$
$$\times\{\hat{R}(m,k+1)+[\hat{x}(m,k+1)-\hat{x}(k+1)][\hat{x}(m,k+1)-\hat{x}(k+1)]^T\}.\qquad(11)$$

The received algorithm was simulated for the case M=2. One of the models corresponded to regularly straight movement with weak noise and the other - with strong. The simulation was carried out according to radar with the 6s scanning period, the 100m range and 0,5° azimuth standard deviations. During 100 scanning periods the target moved on a straight line, turned 90°, and then moved further straightly. The analysis of the simulation results has shown that the use of this filtering algorithm allows reduce RMS error of position and velocity estimations of target.

References

1. Сейдж Э., Мелс Дж. Теория оценивания и её применение в связи и управнении: Пер. с англ. –М.: Связь, 1976.
2. С. З. Кузьмин. Цифровая радиолокация. Издательство КВIЦ, Киев 2000.