ОЦЕНКА ЗАДЕРЖКИ РАДИОЛОКАЦИОННОГО СИГНАЛА, НЕЗАВИСИМАЯ ОТ ДОПЛЕРОВСКОГО СМЕЩЕНИЯ ЕГО СПЕКТРА

Латышев В.В.

Московский государственный авиационный институт
125871, Россия, Москва, ГСП, Волоколамское шоссе, 4, каф.ТОР
Тел. (095)158-68-39, e-mail: lvv@mai.ru

Оценка векторных параметров сигналов обычно является серьезной проблемой. Использование байесовских оценок и решающих правил сопряжено с большим объемом вычислений и трудно реализуемо, если принятие решений должно проводится в условиях жесткого дефицита времени. Для уменьшения трудоемкости подобных задач в [1] рекомендуется использовать инвариантные статистики, но одновременно отмечается, что «к сожалению, общие методы отыскания инвариантных или приближенно инвариантных статистик не разработаны, а существование строго инвариантных статистик – довольно редкое явление». Таким образом, в теории статистических решений отмечен пробел, заполнение которого позволило бы упростить решение и обеспечить практическую реализацию многих сложных задач, в том числе и рассматриваемой.

В основу представленной здесь попытки решения поставленной задачи положена идея устранения фишеровской информации из наблюдаемых данных о мешающем параметре и сохранение информации об оцениваемом. Последнее является условием обеспечения высокой точности оценивания.

Пусть N-мерный вектор – столбец данных $\mathbf{x} = \mathbf{s}(\alpha) + \mathbf{v}$ является смесью детерминированной составляющей $\mathbf{s}(\alpha)$ и вектора искажений **v**. Вектор искажений подчиняется N – мерному нормальному закону распределения вероятностей с нулевым средним и корреляционной матрицей $\mathbf{R}_v$. В [2] предложено ортогональное разложение, обеспечиваемое линейным преобразованием $\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}$ с помощью $N \times N$ – матрицы **C** столбцы которой являются собственными векторами так называемой фишеровской информационной матрицы $\mathbf{S} = E\{\mathbf{d}\mathbf{d}^H\}$, где $\mathbf{d} = \partial \ln p(\mathbf{x};\alpha)/\partial\alpha$, E - символ математического ожидания. Особенность такого разложения состоит в том, что, во-первых, диагонализируется фишеровская информационная матрица, во-вторых, обеспечивается концентрация фишеровской информации о параметре α в начальных координатах вектора $\mathbf{y}$.

Для радиолокационного сигнала, зависящего от двух параметров - задержки τ и доплеровского смещения F, можно получить два аналогичных преобразования с помощью матриц $\mathbf{C}_\tau$ и $\mathbf{C}_F$, составленных соответственно из собственных векторов матриц $\mathbf{S}_\tau = E\{\mathbf{d}_\tau \mathbf{d}_\tau^H\}$ и $\mathbf{S}_F = E\{\mathbf{d}_F \mathbf{d}_F^H\}$. Нижний индекс показывает, по какому параметру проводится дифференцирование, ^{H} - символ транспонирования с одновременным комплексным сопряжением. Для получения независимой от F оценки задержки, необходимо из наблюдаемых данных исключить фишеровскую информацию о доплеровском смещении. Для этого используется описанная в [5] процедура одновременной диагонализации матриц $\mathbf{S}_\tau$ и $\mathbf{S}_F$.

Введем вспомогательную матрицу $\mathbf{Q} = \mathbf{S}_\tau + \mathbf{S}_F$. Выберем такое линейное преобразование с помощью матрицы **C**, которое обеспечит одновременную диагонализацию **Q** и $\mathbf{S}_\tau$ со следующими требованиями:

$$\mathbf{C}\mathbf{Q}\mathbf{C}^{\mathbf{T}} = \mathbf{I}, \qquad \mathbf{C}\mathbf{S}_\tau\mathbf{C}^T = \Lambda^{(1)}, \tag{1}$$

где **I –** единичная диагональная матрица, а $\Lambda^{(\tau)}$ - диагональная матрица с упорядоченными элементами $\lambda_1^{(\tau)} \geq \lambda_2^{(\tau)} \geq \ldots \geq \lambda_N^{(\tau)}$, являющимися собственными значениями матрицы $\mathbf{S}_\tau$. Если подставить определение матрицы **Q** в первое из этих равенств, получим:

$$\mathbf{I} = \mathbf{C}(\mathbf{S}_\tau + \mathbf{S}_F)\mathbf{C}^{\mathbf{T}} = \Lambda^{(\tau)} + \mathbf{C}\mathbf{S}_F\mathbf{C}^T, \text{ или } \mathbf{C}\mathbf{S}_F\mathbf{C}^T = \mathbf{I} - \Lambda^{(\tau)}. \tag{2}$$

Отсюда следует, что при выполнении указанных требований, наряду с диагонализацией $\mathbf{S}_\tau$, диагонализируется и матрица $\mathbf{S}_F$. Кроме того, для собственных значений обоих матриц справедливо

©электронная версия подготовлена ЗАО АВТЭКС Санкт-Петербург, http://www.autex.spb.ru

соотношение $\lambda_k^{(F)} = 1 - \lambda_k^{(\tau 1)}$. Из него можно получить критерий разделения сигнального пространства на подпространства, содержащие фишеровскую информацию о различных составляющих вектора параметров.

В качестве иллюстрации использован ЛЧМ-сигнал:

$$u(t) = w(t)\,E\cos\left(\omega_0 t + 2\pi\beta\, t^2\right), \qquad (3)$$

где весовая функция $w(t)$ характеризует форму огибающей, параметр β - величину изменения частоты. Эффект Доплера и задержка сигнала учитывается введением соответствующих параметров F и τ :

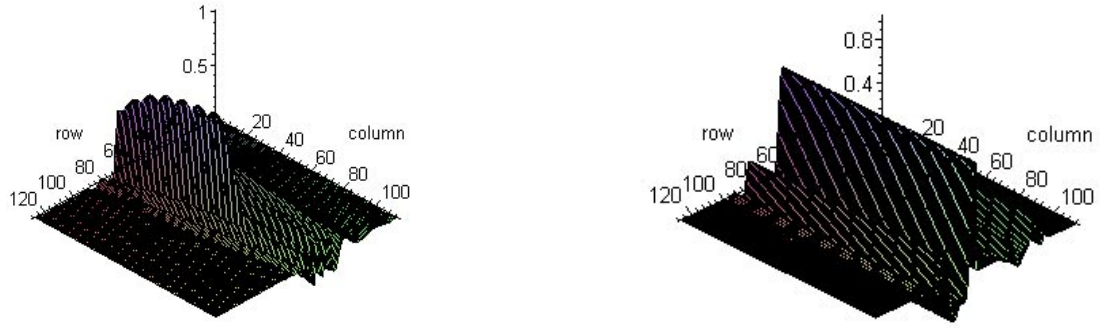
$$u(t) = w(t)\,E\cos\left((\omega_0 - 2\pi F)(t-\tau) + 2\pi\beta(t-\tau)\right)$$

В нормированном безразмерном времени сигнал определен на отрезке [-0,5;0,5], $\beta = 16$. При этом база сигнала равна 16. Весовая функция выбрана близкой к прямоугольной, но без δ -функций на краях при дифференцировании - края весовой функции формировались отрезками синусоиды.

Функция неопределенности сигнала рассматривалась согласно [3] в виде, выраженном через комплексную огибающую:

$$\Psi(\tau, F) = \int_{-\infty}^{\infty} U(t)U^*(t+\tau)e^{-j2\pi Ft}\,dt\ .$$

Графическое изображение нормированной функции неопределенности в координатах время-частота показано на рис.1а. Левая ось соответствует запаздыванию τ , правая – доплеровской частоте F. Диапазон изменения нормированных доплеровских частот от –3 до 3. Размерность сигнала N=64. Видно, что гребень функции неопределенности слегка повернут относительно оси частот, следовательно, при изменениях F максимальное значение выходного сигнала согласованного фильтра может смещаться на несколько дискрет дальности.

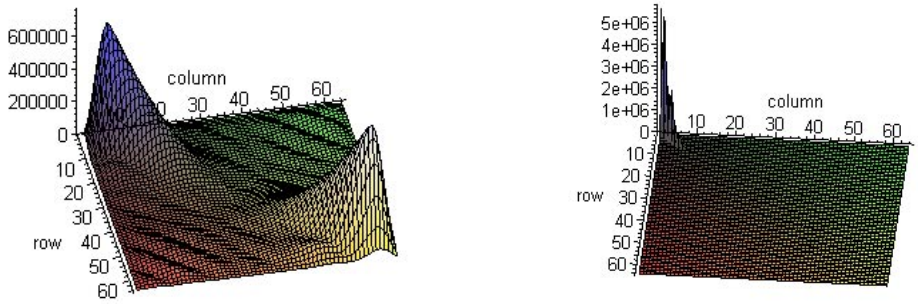


а) б)

Рис.1. Функции неопределенности ЛЧМ-сигнала

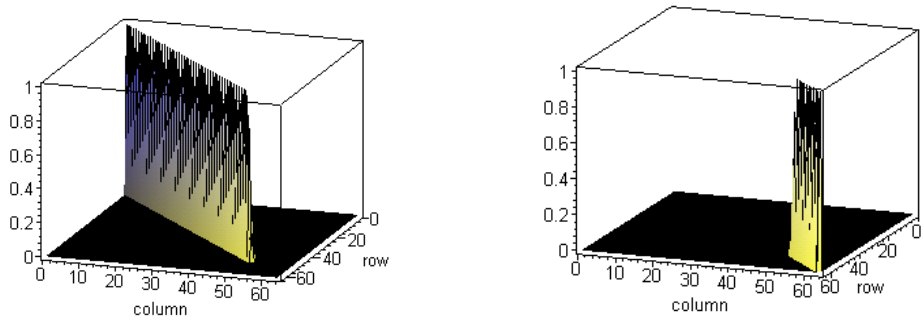
Фишеровская информационная матрица $\mathbf{S}_\tau$ в предположении равномерного распределения F в виде поверхности в трехмерном пространстве представлена на рис.2.а. Размерность матрицы 64x64. Изображение на рис.2.а иллюстрирует, как фишеровская информация о запаздывании сигнала распределена («размазана») по элементам матрицы. На рис.2.б показана та же матрица после диагонализации. Видно, что вся фишеровская информация сконцентрирована в начальном участке диагонали преобразованной матрицы.

Аналогичным образом выглядят и изображения матрицы $\mathbf{S}_F$. После использования указанной выше процедуры одновременной диагонализации изображения матриц $\mathbf{S}_\tau$ и $\mathbf{S}_F$ показаны на рис.3.а и рис.3.б, соответственно. Видно, что вся фишеровская информация как о τ , так и о F сконцентрирована вдоль одной диагонали. Кроме того, при нормировке к единичному значению видно, на каких элементах количество информации о τ преобладает над количеством информации о F. Анализ этого рисунка позволяет выбрать подпространство с существенным объемом информации о F и исключить из сигнала проекцию на него.



а) б)

Рис.2. Графическое изображение исходной матрицы $\mathbf{S}_\tau$ (а) и после диагонализации (б)



а) б)

Рис.3. Результат одновременной диагонализации матриц $\mathbf{S}_\tau$ и $\mathbf{S}_F$

Эффект от такой процедуры иллюстрирует рис.1б. с изображением функции неопределенности сигнала после удаления его компонентов, несущих фишеровскую информацию о доплеровском смещении спектра. Сравнение с рис.1а позволяет сделать вывод, что после подавления фишеровский информации о F влияние последнего на функцию неопределенности практически исчезло. Центральный гребень функции неопределенности полностью расположен в строке, соответствующей нулевому значению F, тогда как для исходного сигнала он располагался под углом $\approx 84^\circ$ к оси F. Кроме того, теперь он имеет постоянный уровень. Таким образом, представленный здесь метод формирования инвариантной статистики, позволяет осуществить независимую от F оценку времени прихода ЛЧМ-сигнала.

Литература

1. Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. – М.: Советское радио, 1977.

2. Латышев В.В. Сокращение размерности в задачах оценивания параметров.// Радиотехника и электроника, 1988, т.33, №9, с.635-637.

3. Фукунага К. Введение в статистическую теорию распознавания образов – М.: Наука, 1979.

4. Справочник по радиолокации. Ред. М. Сколник. – М.: Советское радио, 1976.

RADAR SIGNAL DELAY ESTIMATION INDEPENDENT OF DOPPLER SHIFT

Latyshev V.

Moscow state aviation institute
125871, Russia, Moscow, Volokolamskoe shosse, 4.
Tel. (095) 158-68-39, e-mail: lvv@mai.ru

Let $\mathbf{x} \in C^N$ denote available data column vector $\mathbf{x} = \mathbf{s}(\tau, F) + \mathbf{v}$, where $\mathbf{s}(\tau, F)$ - linear FM signal with delay τ and Doppler frequency shift F. Additive noise vector $\mathbf{v}$ is a zero-mean Gaussian with diagonal correlation matrix R_v. The focus of this paper is on the τ estimation based on invariant to F version of $\mathbf{x}$. To obtain the latter we have to suppress Fisher information concerning Doppler shift. Consider $\mathbf{S}_\tau = E\{\mathbf{d}_\tau \mathbf{d}_\tau^H\}$ and $\mathbf{S}_F = E\{\mathbf{d}_F \mathbf{d}_F^H\}$, where $\mathbf{d}_\tau = \partial \ln p(x)/\partial\tau$ $\mathbf{d}_\tau = \partial \ln p(x)/\partial\tau$, $\mathbf{d}_F = \partial \ln p(x)/\partial F$, the superscript ^{H} denotes complex conjugate matrix transpose. Matrices $\mathbf{S}_\tau$ and $\mathbf{S}_F$ can be interpreted as the partial Fisher information matrices with respect τ and F correspondingly. In [2] the eigenvalues and the eigenvectors of an analogous matrix $\mathbf{S}$ ware used to concentrate Fisher information on diagonal elements [2]. Diagonal form of $\mathbf{S}_F$ reveals actual dimension of subspace in initial signal space, which contain the most part of Fisher information about F. To provide invariant to F statistics one can obtain projection $\mathbf{x}$ onto mentioned subspace and exclude it from $\mathbf{x}$. The same we can conclude concerning $\mathbf{S}_\tau$. On the other hand, diagonal form of $\mathbf{S}_\tau$ reveals actual dimension of subspace containing Fisher information about τ. We have to keep this information because it is connected with accuracy of the τ estimator through CRB. To provide both intentions simultaneously let us bring into use auxiliary matrix $\mathbf{Q} = \mathbf{S}_\tau + \mathbf{S}_F$. We need linear transformation Cx that provides diagonal form both Q and $\mathbf{S}_\tau$ [3]: $\mathbf{CQC^T} = \mathbf{I}$, $\mathbf{CS}_\tau\mathbf{C}^T = \Lambda^{(1)}$, where I is the identity matrix of order N, $\Lambda^{(\tau)}$ is the diagonal matrix containing ordered eigenvalues of $\mathbf{S}_\tau$: $\lambda_1^{(\tau)} \geq \lambda_2^{(\tau)} \geq ... \geq \lambda_N^{(\tau)}$. Note, that C provide diagonal $\mathbf{S}_F$ too [3]:

$$\mathbf{I} = \mathbf{C}(\mathbf{S}_\tau + \mathbf{S}_F)\mathbf{C^T} = \Lambda^{(\tau)} + \mathbf{CS}_F\mathbf{C}^T \text{ , or } \mathbf{CS}_F\mathbf{C}^T = \mathbf{I} - \Lambda^{(\tau)}.$$

So we have $\lambda_k^{(F)} = 1 - \lambda_k^{(\tau)}$. It gives us the criterion to divide the original signal space into two orthogonal subspaces containing Fisher information about F and τ, respectively.

Linear FM signal was used as illustration [4]:

$$s(t) = w(t)E\cos((\omega_0 - 2\pi F)(t-\tau) + 2\pi\beta(t-\tau))$$

with complex amplitude $\dot{U}(t) = w(t)Ee^{j[2\pi\beta(t-\tau)^2 + 2\pi F(t-\tau)]}$. Here $w(t)$ is a smooth window function, $\beta = 16$. Fig.1.a shows it's normalized delay-Doppler ambiguity function; the number of samples is fixed to N=64. Fig.2 displays original (a) and diagonal (б) forms of matrix $\mathbf{S}_\tau$. Fig.3 illustrates diagonal forms of $\mathbf{S}_\tau$, $\mathbf{S}_F$ and equation $\lambda_k^{(F)} = 1 - \lambda_k^{(\tau)}$. At last Fig.1 (б) shows normalized delay-Doppler ambiguity function for invariant to F version of $\mathbf{x}$ after Doppler frequency Fisher information excluding. From Fig.1 we can see that the ambiguity function of original signal is under $\approx 84^\circ$ to F axis, but the ambiguity function of invariant to F version of signal is strictly parallel to F axis. So, subspace decomposition through Fisher information is a means of decoupling τ and F estimators from one another.