

НЕЙРОСЕТЕВОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ АМПЛИТУДЫ ДИСКРЕТНОГО СИГНАЛА ПО ЕГО ФАЗОВОМУ СПЕКТРУ*

Хрящев В.В., Соколенко Е.А., Приоров А.Л.

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
150000, Россия, Ярославль, ул. Советская, 14., E-mail: dcslab@uniyar.ac.ru

Реферат. Предлагается нейросетевой метод восстановления амплитуды дискретного сигнала по его фазовому спектру. Описан способ построения, обучения, тестирования и работы нейронной сети применительно к данной задаче. Полученные результаты по большинству критериев превосходят аналогичные результаты, достигаемые традиционным адаптивным методом.

1. Введение

Известно, что в общем случае для дискретных сигналов амплитуда и фаза дискретного преобразования Фурье (ДПФ) сигнала являются независимыми функциями, поэтому сигнал не может быть восстановлен без знания хотя бы одной из них. Однако, при определённых условиях между этими компонентами существует связь. Например, когда сигнал каузальный и все нули его z -преобразования находятся внутри единичного круга, то его логарифмическая амплитуда и фаза связаны преобразованием Гильберта [1].

Одномерная задача восстановления амплитуды заключается в том, чтобы восстановить дискретный сигнал, имеющий длину m , по фазе его ДПФ. Можно математически строго показать, что ограниченный непериодический сигнал, имеющий z -преобразование без обратно сопряжённых нулей, однозначно определяется (с точностью до постоянного коэффициента) фазой своего ДПФ. Для решения этой задачи для сигналов, удовлетворяющих дополнительным условиям, были предложены различные аналитические методы.

Например, предложенный в работе [2] метод представляет собой адаптивный алгоритм и является достаточно простым в реализации, однако имеет два недостатка. Во-первых, число итераций, необходимых для сходимости алгоритма, велико, и каждая из них требует вычисления прямого и обратного ДПФ, что при увеличении длительности сигнала резко увеличивает объём вычислений. Во-вторых, если существует много решений задачи восстановления амплитуды с разными начальными условиями, алгоритм сходится к разным решениям, и не существует способа для получения частного решения с заданными характеристиками. Это означает, что если из всего множества решений задачи нас интересует, например, неотрицательное частное решение, то, даже если выбрать неотрицательные начальные условия, нет гарантии, что алгоритм будет сходиться к неотрицательному решению.

Практическая важность данной задачи идёт от таких приложений, в которых необходимо восстановить полезный сигнал из его свёртки с неизвестным сигналом. Поскольку об этих сигналах известно мало, то их разделение в принципе очень сложная проблема. Однако, в частном случае, когда известно, что сигнал помехи имеет ДПФ с нулевой фазой, фазовый спектр полезного сигнала не искажён. Такие ситуации имеют место в случае, например, когда цифровые изображения размыты известным образом расфокусированными линзами [3].

2. Построение, обучение и тестирование нейронной сети

Задача восстановления амплитуды относится к классу задач глобальной аппроксимации, и лучшей нейросетевой структурой для решения подобных задач является, как известно, многослойный перцептрон (МСП). Для сигналов длительностью m и N -точечным ДПФ нейронная сеть имеет m выходных нейронов и, поскольку фаза ДПФ вещественного сигнала асимметрична, $N/2$ входов. Число нейронов в скрытом слое также равно $N/2$, т.е. совпадает с числом выходов. Для каждого нейрона в качестве нелинейной функции активации используется сигмоидная функция [4].

При обучении ставилась задача так обучить сеть, чтобы она имела наилучшие обобщающие свойства. При этом большое значение имеет то, насколько проявится явление переобучения. Наибольшая устойчивость сети к переобучению наблюдалась при использовании квазиньютоновского алгоритма Левенберга-Марквардта, дополненного методом регуляризации с автоматическим выбором параметра на основе правила Байеса [5].

Экспериментально было установлено, что увеличение числа нейронов в скрытом слое рассматриваемой сети приводит к снижению ошибки обучения (контролировалась

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и Министерства образования России

среднеквадратичная ошибка) и к большему проявлению переобучения сети (эффективность работы сети контролировалась по среднему и максимальному значениям среднеквадратичного отклонения сигнала, сгенерированного сетью по фазе ДПФ тестового сигнала от самого этого сигнала). При этом были протестированы следующие алгоритмы [6]:

- алгоритмы на основе алгоритма обратного распространения (АОР), или алгоритма градиентного спуска: «классический» алгоритм обратного распространения, алгоритм градиентного спуска с возмущением, алгоритм с выбором параметра скорости настройки, «упругий» АОР;
- алгоритмы метода сопряжённых градиентов;
- одношаговый алгоритм метода секущих, алгоритм Левенберга-Марквардта, алгоритм на основе метода масштабируемых сопряженных градиентов.

При использовании алгоритма Левенберга-Марквардта среднеквадратичная ошибка обучения уменьшалась медленно, оставаясь довольно большой, но свойства сети к воспроизведению сигнала, не входящего в обучающее множество после обучения, оказывались наилучшими.

Тестирование осуществлялось следующим образом: вначале генерировался новый случайный сигнал, он проверялся на наличие у функции его z-преобразования обратного сопряжённых нулей, после вычислялась фазовая характеристика этого сигнала, которая затем подавалась на вход сети. Выход сети сравнивался с исходным сигналом, вычислялось среднеквадратичное отклонение и выполнялось построение сигналов для визуального сравнения.

3. Результаты моделирования нейросетевого метода

На рис. 1 изображена зависимость энергии ошибки от номера тестового сигнала (для $m = 16$). Среднее значение энергии ошибки равно 0,0392; минимальное – 0,0088; максимальное – 0,281. Энергия ошибки вычислялась как сумма квадратов отклонений двух сигналов:

$$E = \sum_{i=0}^{m-1} e_i^2 = \sum_{i=0}^{m-1} (x_{\text{мечт}}(i) - x_{\text{восст}}(i))^2.$$

Для проверки устойчивости методов к присутствию на входе шума проводилось восстановление сигнала по отсчетам фазовой характеристики, к которым добавлялся белый гауссов шум с заданным отношением сигнал/шум. На рис. 2 показано среднее выходное отношение сигнал/шум в зависимости от входного для 500 сигналов. Анализ этих результатов показывает, что нейронная сеть гораздо более устойчива к присутствию шума во входных данных, чем традиционный алгоритм. Для него усиление шума иногда настолько преобладает над усилением полезного сигнала, что последний становится неразличимым на фоне шумов (отрицательное отношение сигнал/шум на выходе).

В таб. 1 сравнивается время получения решения нейросетевым и традиционным методами. Видно, что, во-первых, нейросетевой метод работает значительно быстрее, а во-вторых, при увеличении длительности сигнала затрачиваемое на получение решения время в случае нейросетевого метода растет гораздо медленнее, чем в случае традиционного метода.

4. Заключение

Объем вычислений, необходимых для формирования сигнала по фазовой характеристике его ДПФ при помощи НС существенно меньше, чем для традиционного метода. Если шум в данных отсутствует, то традиционный адаптивный метод предпочтительнее, т.к. позволяет получить точное решение, не содержащее ошибок. В этом случае можно уменьшить время вычислений и увеличить точность, объединив оба метода. Например, можно использовать выход НС как начальные условия для традиционного метода. Поскольку сигнал, получаемый на выходе НС, является очень близким к точному решению, то достаточно небольшого количества итераций для получения точного решения. Используя комбинированный метод для данных, в которых отсутствует шум, можно обнаружить, что число итераций, необходимых для сходимости алгоритма, будет в среднем в 40 раз меньше, чем при инициализации метода случайным сигналом.

NEURAL NETWORK RECONSTRUCTION OF AMPLITUDE OF DISCRETE SIGNAL FROM ITS PHASE SPECTRUM*

Khryashchev V., Sokolenko E., Priorov A.

Yaroslavl State University
150000, Russia, Yaroslavl, Sovetskaya st., 14
Phone (0852) 79-77-75. E-mail: dcslab@uniyar.ac.ru

Abstract. This work presents a neural network method for reconstruction of amplitude of discrete signal from its phase spectrum. The way of construction, training, testing and working of a neural network with reference to the given problem is described. The received results on the majority of criteria surpass similar achievable by a traditional adaptive method.

The one-dimensional amplitude reconstruction problem is to repair a discrete-time signal having duration m from the phase of its discrete Fourier transform (DFT). Different analytical methods have been proposed to solve this problem under certain constraints on the signal [1].

The practical importance of amplitude reconstruction problem stems from applications such as blind deconvolution that a desired signal is to be recovered from an observation, which is the convolution of the desired signal with an unknown signal. Since little is known about either the desired signal or the distorting signal, deconvolution of the two signals is generally a very difficult problem. However, in a special case in which the distorting signal is known to have a zero-phase Fourier transform, the spectral phase of the desired signal is undistorted. Such situation occur, at least approximately, when digital images are blurred by severely defocused lenses.

The amplitude reconstruction problem lies in the class of global approximation problems and the best neural network (NN) structure for global approximation is known to be multi-layer perceptron (MLP). For signals with duration m and N -point DFT coefficient, the proposed NN has m output neurons, and because of odd-symmetry of the DFT-phase for real signals, it has $N/2$ inputs. The number of neurons in the hidden layer is also $N/2$, i.e., the same as number of inputs. For everyone neurons as nonlinear function of activation is used sigmoid function [2].

At training the main task was to train the network that it had the best generalizing properties. Thus the great value has as far as the phenomenon of conversion training will be shown. The greatest stability of a network to conversion training was observed at use Levenberg-Marquardt algorithm with Bayesian Regulation backpropagation [3].

The number of calculations for construction of signal from their DFT-phases by NN is significantly lower than of the traditional adaptive method. When the data is noise-free, the adaptive algorithm can generate the exact solution without any error. In this case, traditional adaptive method is superior to the NN approach. In this case we may combine these two methods. To this end, we may use the NN output to initialize the traditional adaptive algorithm. Using this method for noise-free data, we found that the number of iterations, needed for the traditional adaptive algorithm, was on average 1/40 of the method with random initialization.

REFERENCES

1. M.H. Hayes, J.S. Lim, A.V. Oppenheim, Signal reconstruction from phase or magnitude, IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Processing, ASSP-28 (December 1980), pp. 672-680.
2. Galushkin A.A. The theory of neural network Vol. 1. - M.:IPRGR, 2000.
3. Gill P., Murray W., Wright M. Practical optimization. - N.Y.: Academic Press, 1981.

* Work is supported by Russian Foundation of Fundamental Research and Ministry of Education of Russian Federation