

# СИНТЕЗ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ИМПУЛЬСНЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ С ЗАДАНЫМ УРОВНЕМ БОКОВЫХ ЛЕПЕСТКОВ КОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ В ОГРАНИЧЕННОМ ДИАПАЗОНЕ ЗАДЕРЖЕК

Быстров Н.Е., Жукова И.Н.

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
173003, Великий Новгород, ул. Б. Санкт-Петербургская 41  
тел./факс 816-22-26862, E-mail: bne@novsu.ac.ru

Аннотация: в работе исследуется метод синтеза нерегулярных импульсных последовательностей по критерию минимума среднеквадратического отклонения боковых лепестков корреляционной функции от заданного значения в ограниченном диапазоне задержек. Характеристики синтезируемых последовательностей весьма близки к теоретическим показателям оптимальных кодовых последовательностей.

**Постановка задачи.** Среди большого многообразия зондирующих сигналов выделяются когерентные импульсные сигналы с регулярной структурой. Однако, сигналам с регулярной структурой присущ ряд известных недостатков, связанных с неоднозначностью измерения информативных параметров полезных сигналов по скорости или дальности [1]. Для устранения указанных недостатков применяются сигналы, модулированные по законам нерегулярных импульсных последовательностей. В работе [2] рассмотрен метод синтеза  $N$ -позиционных импульсных последовательностей (кодов) со свойством «не более одного совпадения», базирующийся на использовании свойств подобия и зависимости элементов полей Галуа. Для повышения тактико-технических характеристик необходимо увеличивать длительность когерентно обрабатываемого сигнала при минимизации его пик-фактора. В связи с этим, особый интерес представляют нерегулярные импульсные последовательности со свойством «не более  $\lambda$  совпадений». Синтез таких кодовых последовательностей связан с построением разностных множеств с характеристиками  $D(N, K, \lambda)$ . Однако регулярные правила построения разностных множеств с параметрами  $\lambda=2, 3, 4...7$  и большим значением  $N$  не представлены в научно-технической литературе.

В практических случаях, когда применяются сигналы большой длительности, уместно рассматривать обработку сигналов в ограниченном диапазоне задержек по отношению к длительности сигнала. В связи с этим очевидна актуальность исследований, связанных с синтезом нерегулярных импульсных последовательностей со свойством не более  $\lambda$  совпадений в ограниченном диапазоне задержек. В настоящей работе предлагается и исследуется метод синтеза нерегулярных импульсных последовательностей по критерию минимума среднеквадратического отклонения боковых лепестков корреляционной функции от заданного значения  $\lambda$  в ограниченном диапазоне задержек.

**Синтез нерегулярных импульсных последовательностей.** Ограничим множество синтезируемых последовательностей двоичными, которые описываются кодовой последовательностью  $\{x_i \in 0, 1, i=0..N-1\}$ , где  $N$  - длина последовательности. Примем дискретный характер изменения задержек  $\tau_m = \pm m \cdot \Delta$ ,  $m=1..M$ , где  $M < \lceil (N-1)/2 \rceil$  - протяжённость зоны оптимизации вдоль оси задержек.

Введём в рассмотрение корреляционную функцию кодовой последовательности:

$$|R(m)| = \left| \sum_{i=0}^{N-1} x_i \cdot x_{i-m} \right|. \quad (1)$$

По постановке задачи синтеза необходимо, чтобы корреляционная функция синтезируемого сигнала принимала значения:  $R(m) = \lambda$  в ограниченном диапазоне задержек  $m=1..M$  и не имела боковых лепестков соизмеримых с главным пиком в остальном диапазоне задержек. В этом случае функцию оптимизации кодовой последовательности можно представить в следующем виде:

$$III = \sum_{m=-M}^M |\lambda - R(m)|^2 \Rightarrow \min. \quad (2)$$

Таким образом, формулируется задача целочисленной оптимизации кодовой последовательности  $X = \{x_i\}$  с двоичными компонентами  $x_i \in 0, 1, i=0..N-1$ , доставляющей минимум целевой функции  $III$ .

В отличие от традиционных итерационных или переборных методов оптимизации сигнала в настоящей работе рассматривается последовательная процедура синтеза сигнала.

Предлагаемая последовательная процедура оптимизации предусматривает выбор такого текущего значения символа  $x_i$  кодовой последовательности, которое минимизирует в каждый дискретный момент времени  $t_i = i \cdot \Delta$  значения корреляционной функции.

С этой целью установим взаимосвязь значения функции (1) в текущий ( $i$ )-тый и в предыдущий ( $i-1$ )-ый моменты времени:

$$R(m)^i = \sum_{l=0}^{i-1} x_l \cdot x_{l-m} + x_i \cdot x_{i-m} = R(m)^{i-1} + x_i \cdot x_{i-m} \quad (3)$$

Учитывая соотношение (3) и известное свойство чётности по задержке корреляционной функций двоичных последовательностей, представим целевую функцию оптимизации (2) в виде:

$$Ш(x_i) = 2 \cdot \sum_{m=1}^M \left[ \lambda \cdot \xi_i^N - \left( R(m)^{i-1} + x_i \cdot x_{i-m} \right) \right]^2. \quad (4)$$

Полученное выражение (4) определяет критерий оптимизации, как функцию от текущего значения символа  $x_i$ . Параметр  $\xi_i^N = f(i, N)$  - представляет функцию, задающую скорость нарастания значения  $\lambda$  в текущем времени, например:  $\xi_i^N = i/N$ .

После раскрытия выражения (4) и приведения в нём подобных членов, получим:

$$Ш(x) = \sum_{m=1}^M \left[ \left( \lambda \cdot \xi_i^N - R(m)^{i-1} \right) \right]^2 + \sum_{m=1}^M \left[ x_i \cdot x_{i-m} \right]^2 + 2 \cdot x_i \cdot \sum_{m=1}^M \left[ \left( \lambda \cdot \xi_i^N - R(m)^{i-1} \right) \cdot x_{i-m} \right]. \quad (5)$$

Можно видеть, что при принятом ограничении на допустимые значения символов синтезируемой последовательности  $x_i \in \{0, 1\}$ , необходимым и достаточным условием минимума целевой функции (5) будет:

$$x_i = \operatorname{sgn} \left( \sum_{m=1}^M \left( \lambda \cdot \xi_i^N - R(m)^{i-1} \right) \cdot x_{i-m} \right), \quad i=1..N-1 \quad (6)$$

где:  $\operatorname{sgn}(\alpha) = \begin{cases} 1, & \text{если } (\alpha \geq 0) \\ 0, & \text{если } (\alpha < 0) \end{cases}$  - решающая функция.

Таким образом, полученное выражение (6) определяет последовательную процедуру синтеза нерегулярных импульсных последовательностей по критерию минимума среднеквадратического отклонения боковых лепестков корреляционной функции от заданного значения в ограниченном диапазоне задержек.

**Анализ спектрально-корреляционных свойств синтезированных последовательностей.** Оценка эффективности синтеза последовательностей производилась путём вычисления корреляционных функций  $R(m)$  и анализа их характеристик в заданном диапазоне задержек и частот.

В качестве примера рассмотрим результаты синтеза двух кодовых последовательностей с периодом  $N=8192$  для значений  $\lambda$ , равных 3 и 7, при диапазоне оптимизации по задержке  $\Delta M=512$ . На рис.1 изображены корреляционные функции  $R(m)$  анализируемых кодовых последовательностей. Анализ корреляционных функций показал, что в диапазоне оптимизации по задержке уровень боковых лепестков соответствует требуемым значениям  $\lambda=3$  (рис.1, а) и  $\lambda=7$  (рис.1, б). При этом уровень боковых лепестков в диапазоне оптимизации практически равномерный и относительное среднеквадратическое отклонение для первой последовательности составляет  $\bar{\sigma}/\bar{\lambda}=0.2$ , а для второй последовательности  $\bar{\sigma}/\bar{\lambda}=0.12$ . Для первой последовательности относительный среднеквадратический уровень боковых лепестков  $\bar{\lambda}$  составляет -34.6 дБ, а для второй последовательности  $\bar{\lambda}=-30.8$  дБ.

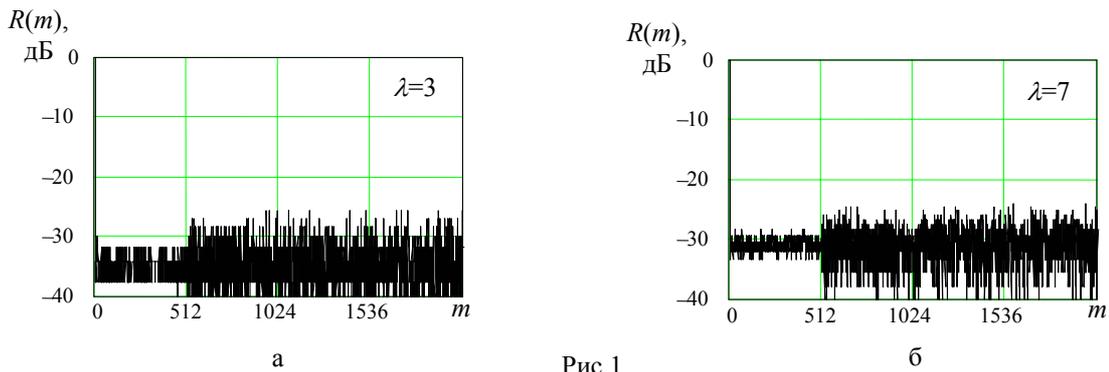


Рис.1

Анализ результатов моделирования позволил установить, что пик-фактора кодовых последовательностей практически не зависит от размера зоны оптимизации по задержке и полностью определяется заданным уровнем боковых лепестков корреляционной функции и длиной последовательности. На рис. 2 приведены графики зависимости пик-фактора  $q$  синтезированных последовательностей от их длины  $N$  для значений бокового лепестка  $\lambda=1, 3, 5$  и 7. Характеристики отношения главного пика к среднеквадратическому боковому лепестку корреляционной функции  $\eta = K/\bar{\lambda}$  в зависимости от длины  $N$  синтезированных последовательностей для заданных значений уровня корреляции  $\lambda=1, 3, 5$  и 7 представлены на рис. 3.

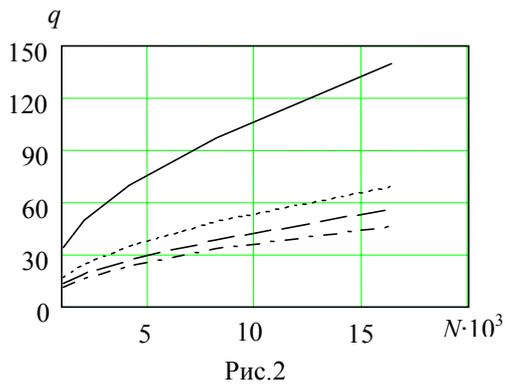


Рис.2

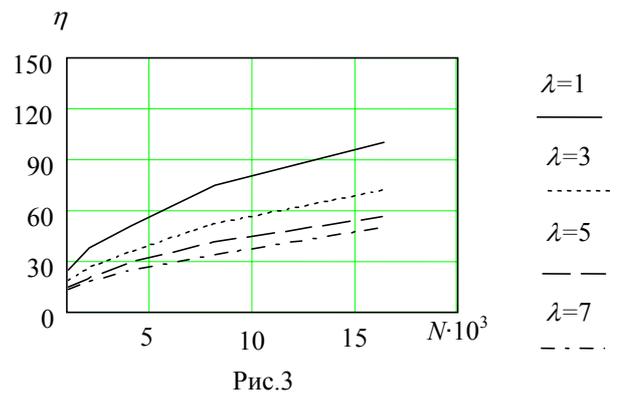


Рис.3

#### Заключение.

1. В работе предложена последовательная процедура синтеза нерегулярных импульсных последовательностей с заданным уровнем боковых лепестков корреляционной функции в ограниченном диапазоне задержек. Процедура синтеза не накладывает, каких либо ограничений на размеры зоны оптимизации по задержке.

2. Синтезируемые последовательности по своим показателям весьма близки к оптимальным кодовым последовательностям, однако свободны от свойственных им жёстких ограничений на длину и пик-фактор.

#### Библиографический список

1. Ч. Кук, М. Бернфельд. Радиолокационные сигналы. Пер. с английского. Под ред. В.С. Кельзона. М.: «Сов.радио», 1971, -568с.
2. Свердлик М.Б. Оптимальные дискретные сигналы. -М.: Сов. радио. 1975. -200с.