

РЕКУРРЕНТНЫЙ АЛГОРИТМ ОЦЕНИВАНИЯ ТЕРМОБАРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ АТМОСФЕРЫ ВДОЛЬ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Василюк Н.Н.

Московский физико-технический институт, кафедра радиолокационных и управляющих систем,
129626, Москва, пр.Мира 102, ОАО «Импульс», отдел 3. E-mail: lab306@impuls.ru.

Реферат. Предлагается алгоритм рекуррентного оценивания значений атмосферных давления и температуры, вдоль траектории движения летательного аппарата (ЛА). Оценки производятся на основании показаний датчиков статического давления, температуры торможения и данных бортовой инерциальной системы. Получены выражения, связывающие показания датчиков, и соответствующие параметры атмосферы.

Введение.

Для выбора оптимальной формы маршевого участка траектории ЛА бортовой системе управления необходима информация о давлении и температуре атмосферы, реализующихся в текущий момент времени, и о числе Маха для набегающего потока. На основании этих данных, система удерживает ЛА на такой траектории, атмосферное давление вдоль которой обеспечивает максимальную тягу двигателей.

Для определения термобарических параметров атмосферы необходимо измерять полное и статическое давления, а также температуру торможения воздушного потока. Как правило, приёмники указанных давлений располагаются на длинной штанге, устанавливаемой в носовой части ЛА. Однако такая установка датчиков мешает работе бортового радиолокационного оборудования и увеличивает габариты ЛА. При наличии инерциальной системы, способной вычислять скорость ЛА с достаточной точностью, от датчика полного давления можно отказаться совсем, а датчики статического давления и температуры разместить на цилиндрической части корпуса ЛА. В [1] показано, что при таком размещении датчика давления, для него можно построить тарировочную функцию, не зависящую от атмосферного давления:

$$\xi_P(M_\infty, \alpha_\infty, \beta_\infty) = \frac{P_s - P_\infty}{P_\infty} \quad (1)$$

где $M_\infty = V_\infty / \sqrt{kRT_\infty}$, $\alpha_\infty, \beta_\infty$ - число Маха, углы атаки и скольжения потока, соответственно; P_s, P_∞ - показания датчика и атмосферное давление; V_∞ - скорость ЛА. Для датчика температуры торможения тарировочная функция имеет вид:

$$T_c = \xi_T(M_\infty, T_\infty, \alpha_\infty, \beta_\infty) \quad (2)$$

где T_c - температура торможения (показания датчика), T_∞ - температура атмосферы в данной точке траектории. Целью данного алгоритма является получение оценки решения нелинейной системы уравнений (1)-(2), относительно неизвестных параметров T_∞, P_∞ , при наличии некоррелированных шумов измерения давления и температуры, с дисперсиями σ_P^2 и σ_T^2 , соответственно.

Рекуррентный алгоритм оценивания.

Алгоритм оценивания атмосферных параметров построен на основе алгоритма расширенной калмановской фильтрации [2]. Такой алгоритм позволяет получать сглаженные, почти оптимальные оценки искомых параметров, при нелинейных уравнениях наблюдения, за счёт использования в обработке результатов косвенных измерений моделей атмосферы и траектории, которые хорошо описываются простыми аналитическими выражениями.

Векторы состояния и управления, для данного фильтра, имеют вид:

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} \dot{H}_k \\ P_k \\ T_k \end{bmatrix} \\ \mathbf{u}_k = \Delta \dot{H}_k$$

где: \dot{H}_k, P_k, T_k - вертикальная скорость, давление и температура в данной точке траектории; $\Delta \dot{H}_k$ - показания однократно интегрирующего акселерометра, за время измерения $\Delta t = t_k - t_{k-1} = const$;

Модельное значение вертикальной скорости, в момент дискретного времени k , описывается рекуррентным соотношением

$$\dot{H}_k^* = \dot{H}_{k-1} + \Delta \dot{H}_k \quad (3)$$

Если предположить, что внутри интервала измерения, ЛА двигался равноускоренно, в вертикальном направлении, то приращение высоты за время измерения Δt

$$\Delta H_k^* = \dot{H}_{k-1} \Delta t + \Delta \dot{H}_{k-1} \frac{\Delta t}{2}$$

Согласно [3], абсолютная величина среднестатистического градиента температуры воздуха, на высотах 0-10000 м, равна $\tau = -0.0065^\circ K/m$, причём среднестатистические температуры на этих высотах превышают 200 К. Поскольку скорость большинства современных ЛА не превышает 3М, то изменение высоты, за время измерения 0.1сек, не будет превышать 100 м (если ЛА движется вертикально, со скоростью 3М). Таким образом, изменение температуры воздуха, за время измерения, составляет менее одного процента от начального значения, и в разложении $T(H)$, в окрестности начального значения H_{k-1} , можно ограничиться членами первого порядка. Поэтому рекуррентное выражение для температуры:

$$T_k^* = T_{k-1} + \tau \Delta H_k^* \quad (4)$$

где: τ - градиент температуры в вертикальном направлении, постоянный на интервале измерения.

Поскольку, внутри интервала измерения, атмосфера имеет постоянный высотный градиент (4), на этом интервале справедлива барометрическая формула [4]:

$$P(H) = P_{k-1} \left(1 + \frac{\tau(H - H_{k-1})}{T_{k-1}} \right)^{-\frac{g}{R\tau}} \quad (5)$$

Разложение (5) до линейных членов является рекуррентным соотношением для модели изменения давления вдоль траектории:

$$P_k^* = P_{k-1} - \frac{gP_{k-1}}{RT_{k-1}} \Delta H_k^* \quad (6)$$

где: g – ускорение свободного падения; $R = 288 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$ – удельная газовая постоянная для воздуха;

На основании выражений (3), (4), (6) получается рекуррентное выражение для модельного значения вектора состояния, и ковариационной матрицы модельного вектора:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k^* &= \Phi(k, k-1) \mathbf{x}_{k-1} + \Psi(k, k-1) \mathbf{u}_k \\ \mathbf{P}_\mathbf{x}(k|k-1) &= \Phi(k, k-1) \mathbf{P}_\mathbf{x}(k-1|k-1) \Phi(k, k-1)^T + \sigma_y^2 \Psi(k, k-1) \Psi(k, k-1)^T \end{aligned} \quad (7)$$

$$\Phi(k, k-1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\Delta t \frac{gP_{k-1}}{RT_{k-1}} & 1 & 0 \\ \Delta t \tau & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \Psi(k, k-1) = \begin{bmatrix} 1 \\ -\frac{\Delta t}{2} \frac{gP_{k-1}}{RT_{k-1}} \\ \frac{\Delta t \tau}{2} \frac{gP_{k-1}}{RT_{k-1}} \end{bmatrix}$$

где: $\mathbf{P}_\mathbf{x}(k-1|k-1)$ - ковариационная матрица предыдущего значения вектора состояния; σ_y^2 - дисперсия шума измерения приращения скорости;

Значение вектора состояния (7) уточняется результатами косвенных измерений давления и температуры, которые связаны с истинными значениями тарировочными функциями датчиков:

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{e}$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} f_P \left(P_k, \frac{V_k}{\sqrt{kRT_k}}, \alpha_k, \beta_k \right) \\ f_T \left(T_k, \frac{V_k}{\sqrt{kRT_k}}, \alpha_k, \beta_k \right) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_k \left(1 + \xi_P \left(\frac{V_k}{\sqrt{kRT_k}}, \alpha_k, \beta_k \right) \right) \\ \xi_T \left(T_k, \frac{V_k}{\sqrt{kRT_k}}, \alpha_k, \beta_k \right) \end{bmatrix} \quad (8)$$

где: $\mathbf{e} = [e_p, e_t]^T$ - вектор шумов измерения давления и температуры, которые предполагаются центрированными с корреляционной матрицей

$$\mathbf{R} = \mathbf{M} \{ \mathbf{e} \mathbf{e}^T \} = \begin{bmatrix} \sigma_P^2 & 0 \\ 0 & \sigma_T^2 \end{bmatrix}$$

Для уточнения вектора состояния, система (9) линеаризуется в окрестности модельного значения \mathbf{x}_k^* :

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_k &\approx \mathbf{h}(\mathbf{x}_k^*) + \mathbf{H}_\mathbf{x}^*(k) (\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_k^*) + \mathbf{e} \\ \mathbf{H}_\mathbf{x}^*(k) &= \begin{bmatrix} \frac{\partial f_P}{\partial P_\infty}(\mathbf{x}_k^*) & \frac{\partial f_P}{\partial T_\infty}(\mathbf{x}_k^*) \\ \frac{\partial f_T}{\partial P_\infty}(\mathbf{x}_k^*) & \frac{\partial f_T}{\partial T_\infty}(\mathbf{x}_k^*) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

С учётом линеаризованного уравнения наблюдения (9), и ковариационной матрицы предсказанного вектора (7), выражения для уточнённого вектора состояния \mathbf{x}_k , и ковариационной матрицы уточнённой оценки $\mathbf{P}(k|k)$, примут вид[2]:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= \mathbf{x}_k^* + \mathbf{K}(k) \{z_k - \mathbf{h}(\mathbf{x}_k^*)\} \\ \mathbf{K}(k) &= \mathbf{P}_x(k|k-1) \mathbf{H}_k^* \mathbf{T}(k) \left[\mathbf{H}_k^*(k) \mathbf{P}_x(k|k-1) \mathbf{H}_k^* \mathbf{T}(k) + \mathbf{R} \right]^{-1} \\ \mathbf{P}_x(k|k) &= \left[\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \mathbf{H}_k^*(k) \right] \mathbf{P}_x(k|k-1) \end{aligned} \quad (10)$$

Выражения (7) для предсказания и (10), для уточнения вектора состояния, представляют собой полный алгоритм получения текущих значений давления и температуры воздуха на высоте полёта ЛА:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k^* &= \Phi(k, k-1) \mathbf{x}_{k-1} + \Psi(k, k-1) \mathbf{u}_k \\ \mathbf{P}_x(k|k-1) &= \Phi(k, k-1) \mathbf{P}_x(k-1|k-1) \Phi(k, k-1)^T + \sigma_y^2 \Psi(k, k-1) \Psi(k, k-1)^T \\ \mathbf{K}(k) &= \mathbf{P}_x(k|k-1) \mathbf{H}_k^* \mathbf{T}(k) \left[\mathbf{H}_k^*(k) \mathbf{P}_x(k|k-1) \mathbf{H}_k^* \mathbf{T}(k) + \mathbf{R} \right]^{-1} \\ \mathbf{x}_k &= \mathbf{x}_k^* + \mathbf{K}(k) \{z_k - \mathbf{h}(\mathbf{x}_k^*)\} \\ \mathbf{P}_x(k|k) &= \left[\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \mathbf{H}_k^*(k) \right] \mathbf{P}_x(k|k-1) \end{aligned} \quad (11)$$

Результаты моделирования алгоритма (11), в условиях, близких к реальным при $M > 1$, представлены на рис.1. Модель показаний датчика давления рассчитывалась по экспериментальной зависимости (1), полученной в [1]. В качестве (2), при моделировании, использовалось выражение для температуры торможения за прямым скачком уплотнения [5]. К моделям показаний датчиков были добавлены шумы измерения, со среднеквадратичными отклонениями $\sigma_P = 480 \text{ Па}$, $\sigma_T = 18^\circ \text{ К}$. Среднеквадратичное отклонение для приращения вертикальной скорости полагалось $\sigma_y = 1.5 \text{ м/сек}$. Для имитации ошибки построения тарировочной функции датчика давления, в уравнениях наблюдения (8)-(9) используется аппроксимация экспериментальной кривой (1) полиномом третьего порядка.

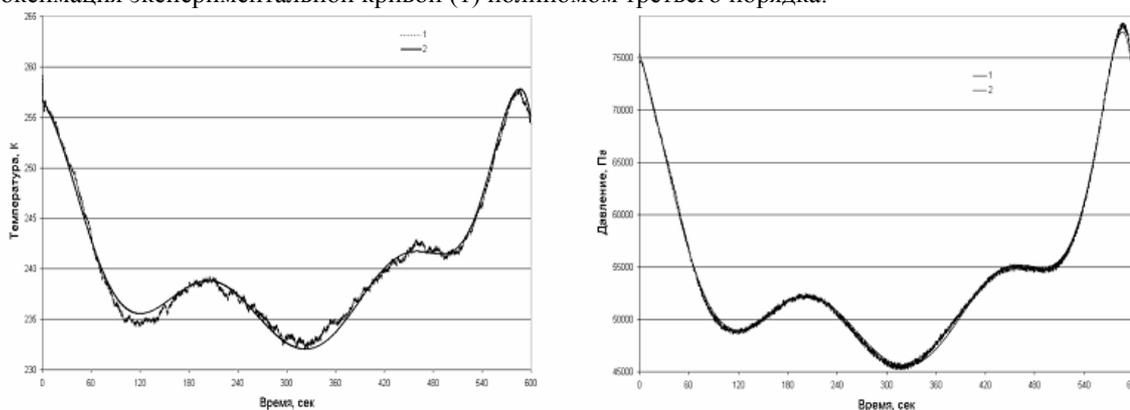


Рис.1. Истинное значение (1) и оценка алгоритма (2) для температуры и давления, вдоль траектории ЛА.

В таблице сопоставлены среднеквадратичные характеристики оценок, получаемых на выходе алгоритма и аналитическим решением системы (8), рассчитанные по ансамблю из 50-ти реализаций измерительных шумов, вдоль одной траектории.

		Алгоритм	Система (8)
Ср. кв. смещение оценки.	T, К	1.3	2.6
	P, Па	472	463
Ср. кв. отклонение оценки	T, К	0.52	17.1
	P, Па	124	553

Заключение.

В докладе предложен рекуррентный алгоритм оценивания термобарических параметров атмосферы по результатам косвенных измерений. Для вычисления требуемых оценок используются показания датчиков, расположенных на цилиндрической части корпуса ЛА. Экспериментально показано, что алгоритм устойчив к ошибке построения тарировочной функции датчика давления, и оценки на выходе алгоритма сопоставимы по точности, но превосходят по гладкости оценочных траекторий, аналогичные оценки, получаемые аналитическим решением системы уравнений наблюдения (8).

Литература.

1. Пономарёв Л.Ф., Махин Н.А., Сурина В.И. «О размещении приёмников статического давления на корпусах летательных аппаратов», Труды ЦАГИ, 1981.

2. Mendel, J.M. "Estimation Theory and Algorithms: From Gauss to Wiener to Kalman" Digital Signal Processing Handbook Ed. Vijay K. Madisetti and Douglas B. Williams. Boca Raton: CRC Press LLC, 1999.
3. ГОСТ 4401-81. атмосфера стандартная. Параметры. Издательство стандартов, 1981г. Стр. 2-12, Таблица 1.
4. Воробьёв В.Г. «Авиационные приборы, информационно-измерительные системы и комплексы». М: Транспорт, 1992г. Глава 12.
5. Арджанников Н.С., Садекова Г.С. «Аэродинамика летательных аппаратов», М: Высшая школа, 1983.

