

## АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ СИГНАЛОВ С ФАЗОВОЙ И ЧАСТОТНОЙ МАНИПУЛЯЦИЕЙ В ЗАДАЧЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕННОЙ ЗАДЕРЖКИ

Логинов А.А., Морозов О.А., Солдатов Е.А., Фидельман В.Р.

Научно-исследовательский физико-технический институт Нижегородского Государственного университета им. Н.И. Лобачевского

Одной из основных задач ряда технических приложений (дефектоскопия, навигация, сейсморазведка, радиосвязь) является определение временной задержки коротких информационных сигналов при многоканальном распространении. Знание временной задержки между принятыми сигналами позволяет, в частности, получать необходимую информацию о состоянии среды распространения и определять местоположение источников сигналов. Традиционные подходы к решению подобных задач основаны на свойствах взаимной корреляционной функции принимаемых сигналов [1]. Однако произвольное изменение несущей частоты любого из обрабатываемых сигналов, вызванное, например, влиянием эффекта Доплера, приводит к значительному снижению эффективности корреляционных методов. Введение перебора по частоте с целью компенсации неизвестного частотного сдвига делает возможным применение традиционных методов, но влечет за собой большие вычислительные затраты. С другой стороны, существуют алгоритмы решения подобных задач, позволяющие избежать компенсации неизвестного частотного сдвига и значительно сократить время вычислений.

Задача определения временной задержки сигналов формулируется следующим образом. Для двух сигналов  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$ , принимаемых независимыми, но синхронизированными по времени приемниками, необходимо определить временную задержку  $t_0$ :

$$x_1(t) = A_1 \sin(2\pi f_0 t + G(t) + \Phi_1(t)) + \xi_1(t)$$

$$x_2(t) = A_2 \sin(2\pi[f_0 + \Omega(t)](t - t_0) + G(t - t_0) + \Phi_2(t)) + \xi_2(t),$$

где  $A_1$  и  $A_2$  – амплитуды сигналов,  $\Omega(t)$  – отклонение несущей частоты сигнала, вызванное, например, эффектом Доплера,  $\Phi_i(t)$  – случайные изменения фазы, обусловленные различными неаддитивными шумовыми процессами,  $\xi_i(t)$  – аддитивный шум в полосе, соответствующей полосе частот сигнала,  $G(t)$  – функция, описывающая вид модуляции сигналов. Сигнал  $x_1(t)$  будем считать опорным сигналом, который либо известен априорно, либо регистрируется с хорошим отношением сигнал/шум. Сигнал  $x_2(t)$ , содержащий в себе сдвинутую по времени искаженную копию сигнала  $x_1(t)$ , представляет собой исследуемый сигнал.

**Алгоритм определения коэффициентов линейного фильтра.** В работе предлагается метод определения взаимной временной задержки сигналов, структура которых задается синусоидальной составляющей с фазовыми или частотными манипуляциями. В основе предлагаемого алгоритма лежит подход минимальной дисперсии Кейпона [3], заключающийся в минимизации дисперсии сигнала на выходе некоторого линейного фильтра при ограничении на его частотную характеристику. Такой подход позволяет сохранить энергию выходного сигнала фильтра на заданной частоте, при этом предполагается, что спектральные компоненты на прочих частотах будут в достаточной степени подавлены. Можно показать [3], что выражение для коэффициентов фильтра Кейпона имеет вид:

$$\mathbf{a}_{МД} = \frac{\mathbf{R}_p^{-1} \mathbf{e}(f_0)}{\mathbf{e}^H(f_0) \mathbf{R}_p^{-1} \mathbf{e}(f_0)}, \quad (1)$$

где  $\mathbf{R}_p$  – теплицева автокорреляционная  $(p+1) \times (p+1)$  матрица сигнала,  $\mathbf{e}(f)$  – вектор комплексных экспонент.

Значение параметра  $p$  определяется количеством спектральных мод в исходном сигнале. Это условие позволяет исключить возможность вырождения автокорреляционной матрицы сигнала и гарантировать, что решение минимума дисперсии для коэффициентов фильтра будет единственным. Определение коэффициентов фильтра с требуемой частотной характеристикой может быть основано на увеличении значения параметра  $p$  и искусственном вырождении автокорреляционной матрицы с целью создания дополнительных параметров, варьирование которых может приблизить частотную характеристику к желаемой форме. Вырождение автокорреляционной матрицы  $\mathbf{R}_p$  достигается ее разложением по сингулярным числам с последующей заменой диагональной матрицы сингулярных чисел другой матрицей той же размерности, но содержащей только три ненулевых элемента исходной матрицы, прочие сингулярные числа приравниваются к нулю [2].

Вырождение автокорреляционной матрицы приводит к существованию не единственного вектора  $\mathbf{a}$ , минимизирующего дисперсию выходного сигнала и пропускающего без искажений синусоиду частоты  $f_0$ . Множество векторов решений дает дополнительную возможность выбрать из них тот, который обладает предпочтительными свойствами. Представляется целесообразным считать предпочтительным такой вектор  $\mathbf{a}$ , который соответствует оптимуму некоторого функционала. В условиях данной задачи оправдано

формирование функционалов, основанных на идее «минимизации спектральной полосы». Примером такого подхода может служить функционал:

$$\Phi = \int \mu(f)(f - f_0)^2 |H(f)|^2 df, \quad (2)$$

где  $H(f)$  – частотная характеристика разрабатываемого фильтра. Условие оптимальности выражения (2) приводит к тому, что коэффициент передачи фильтра на частоте  $f$  определяется ее близостью к несущей частоте  $f_0$  и уменьшается с ростом величины  $|f - f_0|$ . Здесь  $\mu(f)$  – функция частоты, позволяющая учесть дополнительные ограничения, налагаемые на  $H(f)$ . Необходимая ширина  $\Delta f$  частотной характеристики фильтра, определяемая максимальным смещением несущей частоты сигнала, может быть получена выбором соответствующего значения параметра  $p$ . Выбор функционала «минимизации спектральной полосы» позволяет снизить уровень боковых лепестков частотной характеристики фильтра по сравнению с альтернативными методами. Кроме того, построенный на коэффициентах  $a[k]$  линейный фильтр практически не внесет искажений в гармоническую составляющую принимаемого ФМ сигнала, так как близкие к несущей частоте сигнала компоненты спектра не будут подавлены (рис. 1).

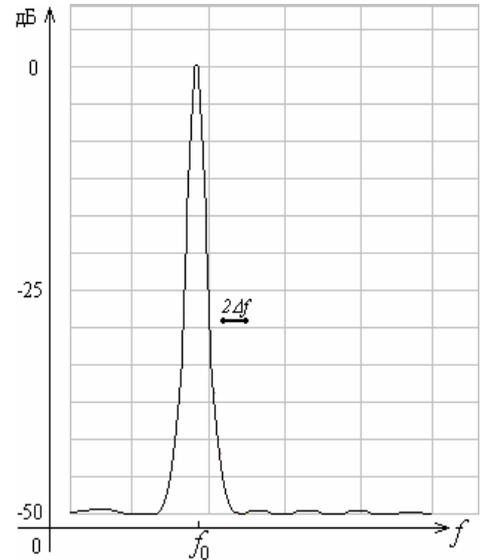


Рис. 1 Вид частотной

характеристику фильтра и условия минимальности спектральной полосы:

$$\begin{cases} \mathbf{a}^H \mathbf{R}_p \mathbf{a} \rightarrow \min \\ \mathbf{e}^H(f_0) \mathbf{a} = 1 \\ \int \mu(f)(f - f_0)^2 |H(f)|^2 df \rightarrow \min \end{cases} \quad (3)$$

Наиболее естественным способом решения задачи является прямая оптимизация функционала (2) (например, методом Хука-Дживса) при слежении за существующими ограничениями на каждой итерации алгоритма.

**Построение «функции текущей дисперсии».** Алгоритм цифровой фильтрации заключается в построении последовательности, отсчеты которой будут представлять собой отклонения наблюдаемого сигнала от чисто гармонического с частотой  $f_0$  и в неявном виде содержать информацию о модулирующей функции  $G(t)$ . Взаимная корреляционная функция таких последовательностей для процессов  $x_1(t)$  и  $x_2(t - t_0)$ , будет иметь глобальный максимум в точке задержки  $t_0$ . Предлагаемый алгоритм качественно напоминает процедуру демодуляции сигнала и сводится к прохождению исходных сигналов  $x_1(t)$  и  $x_2(t)$  через цифровой фильтр, вектор коэффициентов  $\mathbf{a}$  которого, получен в соответствии с выражением (3). В результате фильтрации отсчеты сигнала заменяются отсчетами другой функции  $\sigma(t)$ , неявно зависящей от мгновенной частоты. Функция  $\sigma(t)$  представляет собой дисперсию сигнала на выходе адаптивного фильтра и вычисляется согласно выражению:

$$y(t_i) = \mathbf{a}^H \mathbf{R}_p^i \mathbf{a},$$

где  $\mathbf{R}_p^i$  – теплицева автокорреляционная матрица сигнала, вычисляемая по короткой выборке с использованием «скользящего окна». Определенную таким образом функцию  $\sigma(t)$  будем называть текущей дисперсией.

Процедура построения функции текущей дисперсии состоит из нескольких этапов. Вначале выбирается длина «скользящего окна»  $M$  (количество отсчетов сигнала, по которому вычисляются  $p$  отсчетов АКФ). Из отсчетов АКФ строится теплицева матрица  $\mathbf{R}_p^i$ , и определяется текущее значение функции  $\sigma(t_i)$ . Затем окно передвигается на один отсчет и

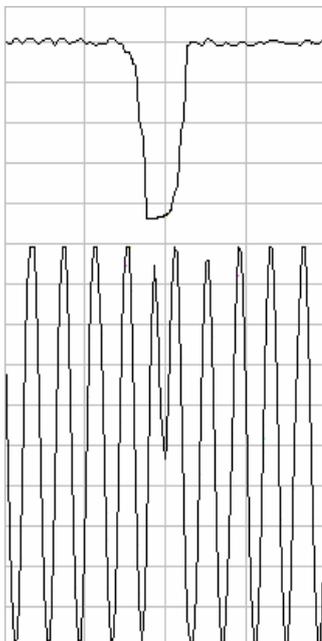


Рис. 2 Фрагмент функции текущей

процедура повторяется. В итоге получаем два набора отсчетов функции текущей дисперсии, соответствующих сигналам в различных каналах распространения.

Поведение функции текущей дисперсии, вычисленной согласно выражению (4), приведено на рис. 2. До тех пор пока в скользящее окно попадают отсчеты сигнала, соответствующие немодулированной синусоиде на частоте  $f_0$ , откликом будет некоторое постоянное число  $\sigma(f_0)$ . Как только в окно начнут попадать отсчеты сигнала, соответствующие либо другой частоте  $f_1$ , либо изменению фазы, откликом будет иное число, «следящее» за изменением мгновенной частоты сигнала. Таким образом, получаемая функция текущей дисперсии будет являться неким аналогом модулирующей функции сигнала. Взаимная корреляционная функция обработанных сигналов будет иметь явный максимум, соответствующий величине временной задержки  $t_0$  исходных сигналов. Предлагаемый алгоритм может быть достаточно просто реализован на базе цифровой программируемой логической интегральной схемы и сигнального процессора и имеет высокую вычислительную эффективность. Поскольку алгоритм малочувствителен к плавным изменениям частоты заполнения сигнала, его практическое применение должно быть ограничено классом фазо- и частотно-манипулированных функций. В настоящее время алгоритм реализован на программной модели и успешно протестирован на реальных сигналах.

#### Литература

1. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. М.: Мир, 1989. – 540 с.
2. Каханер Д., Моулер К, Нэш С. Численные методы и программное обеспечение. М.: Мир, 1998. – 575 с.
3. Кейпон Дж. Пространственно-временной спектральный анализ с высоким разрешением. // ТИИЭР. 1969, т. 57, № 8, с. 69-79.

