

## РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ВЫБОРОЧНОГО КОНТРОЛЯ ПРИ ИЗВЕСТНОМ ЗАКОНЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Шейкин В.В.

Московский Государственный институт электроники и математики  
(Технический Университет)  
109028, Москва, Б. Трехсвятительский пер., 3/12, кафедра МиС

Статистические методы выборочного приемочного контроля получили бурное развитие в годы второй мировой войны в связи с необходимостью приемки больших партий однородной продукции, проверять которую методом сплошного контроля было практически невозможно.

Построение рациональных планов контрольных испытаний на надежность фактически означает исследование различных процедур выборочного контроля.

При контроле по качественным признакам данные для планирования испытаний задают в виде двух уровней дефектности – приемочного и браковочного. Уровень дефектности  $q$  определяется отношением числа дефектных единиц продукции  $M$ , содержащихся в партии, к объему партии  $N$ .

На современном этапе развития техники поставщика и потребителя интересует не только годность изделий в момент приемки, но и поведение их в процессе эксплуатации, т.е. вопрос о том, насколько в среднем велика опасность отказа изделия за определенный период.

Исходными понятиями для описания этих свойств можно считать продолжительность безотказной работы изделия. Для партии объема  $N$  наработки изделий  $t_1, t_2, \dots, t_N$  – независимые в совокупности случайные величины с общей функцией распределения  $F(t, \theta)$ .

В качестве  $F(t, \theta)$  будем рассматривать экспоненциальное распределение, распределение Вейбулла с неизвестным параметром масштаба, нормальное распределение с неизвестным математическим ожиданием или с неизвестной дисперсией.

В математическом плане задача выборочного контроля относится к статистической проверке двух простых гипотез:

I гипотеза – ( $H_0$ ) качество партии соответствует приемочному уровню.

II гипотеза – ( $H_1$ ) качество партии соответствует браковочному уровню.

При этом возможны ошибки двух родов:  $\alpha$  – риск поставщика (вероятность принятия гипотезы  $H_1$ , когда на самом деле –  $H_0$ ) и  $\beta$  – риск потребителя (вероятность принятия гипотезы  $H_0$ , когда на самом деле –  $H_1$ ).

Если в результате испытаний установлено, что имеет место гипотеза  $H_0$  – делается вывод о приемке партии. В противном случае выносится решение о необходимости браковки партии.

Традиционно статистическое регулирование приемочного выборочного контроля проводится по последовательному методу, известному как критерий Вальда.

Основная сложность заключается в том, что если контролируемый параметр, характеризующий процесс принимает промежуточное значение, т.е. лежит в диапазоне между двумя задаваемыми гипотезами.

В этой связи отметим предложенный Л. Вейссом обобщенный последовательный критерий (ОПК), минимизирующий среднее число наблюдений, когда истинное значение контролируемого параметра равно некоторой промежуточной ( $H_0 \dots H_1$ ) величине.

Поставлена задача минимизации среднего числа наблюдений при некотором фиксированном значении неизвестного параметра из зоны «безразличия», ограниченной значениями, соответствующими гипотезам  $H_0$  и  $H_1$  (известная в математической статистике задача Кифера – Вейсса).

К настоящему времени известно несколько асимптотически оптимальных способов решения задачи Кифера – Вейсса, получаемых при предельных переходах: при неограниченном сближении гипотез  $H_0$  и  $H_1$  (критерий Айвазяна), или при неограниченном уменьшении рисков (критерии Лордена и Павлова).

Сравнение планов контроля по результатам натуральных испытаний затруднительно из-за необходимости получения большого объема статистических данных. Такие исследования с приемлимой точностью можно провести методом статистического моделирования.

При экспоненциальном распределении (частный случай Вейбулловского распределения,  $s = 1$ ) моментов наступления отказов изделий наиболее эффективным критерием при различении простых гипотез относительно параметра распределения является критерий Лордена.

При уменьшении рисков эффективность критерия Вальда резко снижается (особенно для «промежуточных» значений контролируемого параметра), а критерии Павлова и Айвазяна – повышается.

Общий вывод – при больших рисках предпочтительнее критерий Лордена, а при малых – Павлова.

При моделировании нормального распределения с неизвестным мат. ожиданием оказалось, что при больших рисках наиболее эффективным оказался критерий Айвазяна. Его использование также предпочтительнее при различении близких гипотез. При уменьшении рисков поставщика или потребителя наиболее эффективным становится критерий Лордена.

При больших значениях  $\sigma$  ( $\sigma \geq \Theta_0/3$ ) наименьшая продолжительность испытаний достигается при использовании критерия Лордена, а с уменьшением рисков оптимальным становится критерий Павлова.

При моделировании нормального закона с неизвестной дисперсией наиболее экономичным по продолжительности испытаний до принятия решений оказался критерий Айвазяна.

Таким образом, при выборе наиболее рационального последовательного критерия для контроля надежности элементов систем управления необходимо учитывать величины рисков и близость проверяемых гипотез. При не слишком малых рисках ( $\alpha, \beta \geq 0,05$ ) наиболее эффективен критерий с параболическими границами зон приемки и браковки.

При малых рисках ( $\alpha, \beta \leq 0,001$ ) наиболее эффективен критерий Павлова. Причем, при ( $\alpha, \beta \leq 0,001$ ) критерии Павлова и Айвазяна становятся одинаково эффективными. В случаях, когда значения рисков лежат в интервале (0,001 ... 0,05) наиболее эффективны критерии Лордена и Павлова. В случае несимметричных рисков предпочтительнее использование критерия Лордена.

Полученные результаты могут оказаться весьма полезными при организации выборочного контроля качества изделий или испытаний на надежность, т.к. позволяют при заданных рисках выбрать наиболее экономичный критерий. Это тем более важно, что прежде сравнение эффективности этих критериев не проводилось, а полученные ранее асимптотические формулы представляют лишь теоретический интерес.

При приемочном контроле погрешность измерения взаимодействует с фактическими размерами и оказывает влияние на окончательные результаты измерения только тех деталей, у которых размеры находятся близко к границам поля допуска. Практически это условие касается деталей, которые имеют действительные отклонения от границы допуска в зоне соответствующей погрешности измерения.

Таким образом, на результаты измерения при приемочном контроле оказывает влияние не только погрешность измерения, но и фактический размер, который имела в этот момент контролируемая деталь.

В зависимости от состояния и конструкции измерительного средства и условий проведения измерений погрешность измерения проявляется в определенной закономерности. Действительные размеры обработанных деталей также подчиняются определенным закономерностям, т. е. имеют определенный закон распределения. Следовательно, сочетание погрешности измерения и действительного размера контролируемой детали является событием случайным и определить результаты неправильной забраковки при определенном сочетании можно только вероятностным путем.

Распределение погрешности измерения повсеместно принимается по нормальному закону (закону Гаусса). Исследование распределения погрешностей измерения устанавливает, что при строгом анализе можно обнаружить отсутствие математического подтверждения абсолютно точного закона нормального распределения. Но эти отклонения настолько незначительны, что для практических целей во многих случаях можно безошибочно принимать нормальный закон.

Сущность нормального закона распределения полностью соответствует сущности проявляемых погрешностей измерения:

- а) положительные и отрицательные случайные ошибки, равные по абсолютной величине, одинаково вероятны;
- б) большие по абсолютной величине ошибки встречаются реже, чем ошибки меньшие по абсолютной величине;
- в) с увеличением числа измерений одной и той же величины среднее арифметическое случайных ошибок стремится к нулю;
- г) для данного метода измерения случайные ошибки не превосходят по абсолютной величине известного предела, т. е. практически имеет место предельная погрешность

Как было указано, для результатов забраковки не безразлично состояние размеров контролируемых деталей. В предельном случае это может быть представлено в следующем виде. Когда в партии деталей, которая должна быть проверена, размеры деталей находятся в пределах поля допуска, то естественно, что при измерении среди проверенных не будет неправильно принятых деталей, поскольку их нет в действительности, но будут неправильно забракованные из-за погрешности измерения. Если же контролируется партия деталей, размеры которых все выходят за пределы поля допуска, т. е. все они негодные, то в проверенной партии не будет неправильно забракованных деталей, а будут только детали неправильно принятые. Во всех остальных промежуточных случаях будут неправильно приняты бракованные детали, и неправильно забракованы годные. Количество таких неправильно забракованных деталей будет зависеть не только от погрешности измерения, но и от законов распределения отклонений размеров контролируемых деталей.

Анализ всевозможных технологических процессов обработки деталей показывает, что распределения размеров контролируемых деталей обычно не имеют строго выраженных законов. Вместе с тем для практического применения и, в частности, для выявления результатов неправильной забраковки, вызванных погрешностями измерения деталей, можно остановиться на двух-трех законах распределения. Такими законами распределения являются закон нормального распределения (Гаусса), закон существенно-положительных величин (Максвелла) и закон равной вероятности (прямоугольника).

Целесообразность введения производственного допуска должна подтверждаться технико-экономическими расчетами, и критерием таких расчетов, помимо затрат на средства производства и контрольное оборудование, должны являться результаты забраковки.

Из вышеперечисленного можно сделать следующие выводы:

1. Результаты разбраковки деталей зависят не только от погрешности измерения, но в общем случае и от распределения размеров контролируемых деталей относительно допустимых отклонений и от закона распределения погрешностей.

2. Существует предельное количество неправильно принятых и забракованных деталей, которое зависит только от погрешности измерения. Предельная величина выхода размера у неправильно принятых деталей равна половине погрешности измерения, а не полной ее величине.

3. Количество неправильно принятых и забракованных деталей должно приниматься исходным для технико-экономических расчетов при назначении погрешности измерения и разработке измерительных средств.

4. Количество неправильно забракованных деталей всегда больше, чем количество неправильно принятых.

5. На неправильную разбраковку деталей состояние технологического процесса оказывает большее влияние, чем погрешность измерения.

6. При введении производственных допусков, для того чтобы не было неправильно принятых деталей, резко увеличивается количество неправильно забракованных.

7. Систематические ошибки измерения приводят при нормальном законе распределения контролируемых параметров к разным результатам неправильной разбраковки у верхней и нижней границы.

Приведенные данные по определению результатов разбраковки могут быть использованы не только для случаев линейно-угловых измерений, но также для анализа любых других аналогичных явлений, которые можно рассматривать как взаимодействие двух законов распределения.

Многokратное пропускание забракованных деталей через контрольный автомат дает эффект только при контроле по уменьшенным (производственным) допускам.

Рассматриваемая методика может быть эффективно реализована при наличии информации о применяемых средствах измерений для выборочного контроля при известном законе распределения. Уровень брака, как следует из работ Маркова зависит не только от методики выборочного контроля, но и от метрологических характеристик средств измерений.

На первом этапе предполагается рассмотреть практическую реализацию предложенной методики в машиностроительных предприятиях, в частности, подшипниковой промышленности. В связи с высокими требованиями к точности измерений предполагается использовать результаты научного направления МИЭМ в области струнных преобразователей перемещения.

#### Литература

1. Neyman J., Pearson E. S. On the problem of the most efficient tests of Statistical hypotheses. //Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 1933, v.231, ser. A, p. 289-337.

2. Вальд А. Последовательный анализ. //М.: Физматгиз, 1960. - 325 с.

3. Айвазян С. А. Различение близких гипотез о виде плотности распределения в схеме обобщенного последовательного критерия. //Теория вероятностей, 1965, т. X, вып. 4, с. 713-726.

4. Павлов И. В. Последовательная процедура различения многих сложных гипотез. //Теория вероятностей и ее применения, 1987, т. 32, вып. 1, с. 149-153.

5. Гродзенский С. Я. Выбор оптимального плана контроля изделий электронной техники. //Электронная промышленность, 1975, №4, с. 12- 14.

6. Гродзенский С. Я. Исследование рациональных планов приемочного контроля методом статистических испытаний. //Электронная техника, сер. 1 «Электроника СВЧ», 1976, вып. 3, с. 94-102.

7. Цейтлин Я. М., Скачко Ю. В., Капырин В. В. Модифицированные струнные преобразователи для измерения геометрических величин. -М.; Изд-во стандартов, 1989. -264 с.

8. Марков Н. Н., Кайнер Г. Б., Сацердотов П. А. Погрешность и выбор средств при линейных измерениях. – М.; Машиностроение, 1967. -388 с.

