

АЛГОРИТМ НЕЛИНЕЙНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ВИДЕОПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ЦИФРОВЫХ ПОЛУТОНОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Петров Е.П., Трубин И.С., Буторин Е.Л.

Вятский государственный университет, кафедра радиоэлектронных средств
 610000, г. Киров, ул. Московская д.36, тел. (8332)32-16-44, факс. (8332)62-65-78,
 e-mail: Epetrov@riac.ru, res@riac.ru, i_trubin@mail.ru

В данной работе, на основе представления видеопоследовательности цифровых полутоновых изображений многомерным дискретнозначным марковским процессом с несколькими значениями, получены уравнения оптимальной нелинейной фильтрации, требующие для своей реализации минимум временных и технических ресурсов.

В большинстве известных работ по фильтрации полутоновых изображений, обладающих большой статистической избыточностью рассматривается лишь пространственная фильтрация отдельно взятого изображения [1-4].

На практике наибольший интерес представляет фильтрация полутоновых изображений, объединенных в видеопоследовательность, в которой изображения (кадры) статистически связаны между собой. Реализация статистической избыточности последовательности связанных между собой полутоновых изображений является сложной задачей. При цифровом представлении решение такой задачи значительно усложняется из-за многоуровневого квантования выборочных значений аналоговых полутоновых изображений. В тех случаях, когда последовательность цифровых полутоновых изображений может быть представлена многомерным дискретнозначным марковским процессом с несколькими состояниями, удается получить эффективные, простые по своей структуре алгоритмы восстановления таких изображений, искаженных белым гауссовским шумом.

Уравнения фильтрации последовательности цифровых марковских полутоновых изображений.

Пусть последовательность цифровых полутоновых изображений представляет трехмерных дискретнозначный марковский процесс с 2^m значениями, где m – разрядность двоичных чисел, представляющих изображение.

Необходимо получить алгоритм оптимальной нелинейной фильтрации последовательности цифровых полутоновых изображений, искаженных белым гауссовским шумом $n(t)$ (БГШ) с параметрами $(0, \sigma_n^2)$.

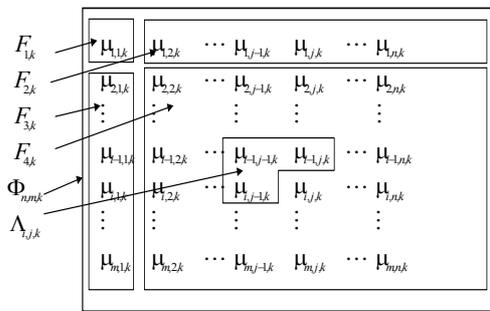


Рис 1.

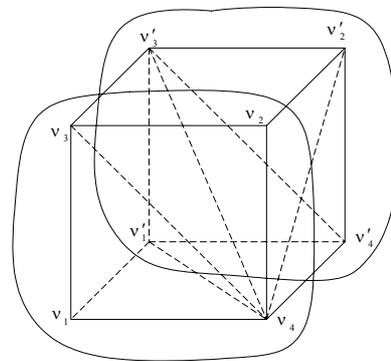


Рис 2

Разобьем в соответствии с теоремой [5] цифровое полутоновое изображение на m бинарных изображений, соответствующих разрядам двоичных чисел его представления и найдем уравнение фильтрации для последовательности бинарных изображений.

Разработка и исследование алгоритмов обработки изображений базируется на математических моделях, адекватных реальным изображениям. Учитывая, что в видеопоследовательностях полутоновых изображений максимальная статистическая связь наблюдается между ближайшими соседними выборками (элементами) изображений как внутри кадра изображения, так и между кадрами, то наилучшим решением является использование в качестве пространственно-временной математической модели многомерных марковских процессов с дискретными аргументами [6, 7].

Будем полагать, что развертка изображения осуществляется с левого верхнего угла слева-направо, сверху-вниз и обработка элемента изображения фильтрующим устройством осуществляется сразу после его получения из канала связи, то есть в апертуру фильтра могут входить только полученные ранее элементы изображения. Поэтому в качестве пространственной части ПВММ можно выбрать одностороннее марков-

ское случайное поле (ОМСП), которое называется также двумерной марковской цепью на несимметричной полуплоскости (рис. 1). В качестве ближайших соседей (окрестности) для элемента $\mu(i, j)$ пространственной части взяты три элемента $\Lambda_{i,j} = \{\mu(i, j-1), \mu(i-1, j), \mu(i-1, j-1)\}$ [6]. Вся область ОМСП с окрестностью $\Lambda_{i,j}$ может быть разбита на 4 части, каждая из которых имеет свой вид

$$\Lambda_{i,j} = \begin{cases} \emptyset, & \text{при } (i=1, j=1) \in F_1 \\ \{(i-1, j)\}, & \text{при } (i=1, j>1) \in F_2 \\ \{(i, j-1)\}, & \text{при } (i>1, j=1, k) \in F_3 \\ \{(i, j-1)(i-1, j)(i-1, j-1)\}, & \text{при } (i>1, j>1) \in F_4. \end{cases} \quad (1)$$

При числе кадров больше двух окрестность $\Lambda_{i,j,k}$ элемента $\mu_{i,j,k}$, где k -номер кадра в видеопоследовательности, увеличивается до 7 элементов $\Lambda_{i,j,k} = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v'_1, v'_2, v'_3\}$, где $v_1 = \mu_{i,j-1,k}, v_2 = \mu_{i-1,j,k}, v_3 = \mu_{i-1,j-1,k}, v_4 = \mu_{i,j,k}, v'_1 = \mu_{i,j-1,k-1}, v'_2 = \mu_{i-1,j,k-1}, v'_3 = \mu_{i-1,j-1,k-1}, v'_4 = \mu_{i,j,k-1}$. На рис. 2 представлен фрагмент ПВММ, состоящих из пространственных фрагментов принадлежащих двум смежным кадрам $(k-1)$ и k -му.

Используя ПВММ, адекватность которой показана в [7], и теорию фильтрации условных марковских процессов, получен алгоритм оптимальной нелинейной фильтрации последовательности бинарных изображений:

$$\begin{aligned} u^{(l)}(v_4) = & \left[f\left(M_{1,v_4^{(l)}}^{(l)}\right) - f\left(M_{2,v_4^{(l)}}^{(l)}\right) \right] + u^{(l)}(v_1) + z^{(l)}\left[u^{(l)}(v_1), {}^1\pi_{ij}^{(l)}\right] + u^{(l)}(v_2) + \\ & + z^{(l)}\left[u^{(l)}(v_2), {}^2\pi_{ij}^{(l)}\right] + u^{(l)}(v'_4) + z^{(l)}\left[u^{(l)}(v'_4), {}^4\pi_{ij}^{(l)}\right] + u^{(l)}(v'_3) + \\ & + z^{(l)}\left[u^{(l)}(v'_3), {}^7\pi_{ij}^{(l)}\right] - u^{(l)}(v_3) - z^{(l)}\left[u^{(l)}(v_3), {}^3\pi_{ij}^{(l)}\right] - u^{(l)}(v'_1) - \\ & - z^{(l)}\left[u^{(l)}(v'_1), {}^5\pi_{ij}^{(l)}\right] - u^{(l)}(v'_2) - z^{(l)}\left[u^{(l)}(v'_2), {}^6\pi_{ij}^{(l)}\right], \end{aligned} \quad (2)$$

где $u^{(l)}(v_4^{(l)}) = \ln \frac{P_1^{(l)}(v_4)}{P_2^{(l)}(v_4)}$ - логарифм отношения апостериорных вероятностей значений дискретного

параметра сигнала элемента изображения v_4 в l -м разряде;

$\left[f\left(M_{1,v_4^{(l)}}^{(l)}\right) - f\left(M_{2,v_4^{(l)}}^{(l)}\right) \right]$ - разность логарифмов функций правдоподобия значений дискретного пара-

метра двоичного сигнала l -го разряда числа, представляющего элемент цифрового изображения v_4 ;

$$z^{(l)}(\cdot) = \ln \frac{{}^j\pi_{\alpha\alpha} + {}^j\pi_{\beta\alpha} \exp\{-u^{(l)}(v_i^{(l)})\}}{{}^j\pi_{\beta\beta} + {}^j\pi_{\alpha\beta} \exp\{u^{(l)}(v_i^{(l)})\}}; \quad i = \overline{1,3}; j = \overline{1,3}; \quad (3)$$

$$z^{(l)}(\cdot) = \ln \frac{{}^j\pi_{\alpha\alpha} + {}^j\pi_{\beta\alpha} \exp\{-u^{(l)}(v_i'^{(l)})\}}{{}^j\pi_{\beta\beta} + {}^j\pi_{\alpha\beta} \exp\{u^{(l)}(v_i'^{(l)})\}}; \quad i = \overline{1,4}; j = \overline{4,7}. \quad (4)$$

$${}^1\Pi^{(l)} = \begin{vmatrix} {}^1\pi_{11}^{(l)} & {}^1\pi_{12}^{(l)} \\ {}^1\pi_{21}^{(l)} & {}^1\pi_{22}^{(l)} \end{vmatrix}, l = \overline{1, m} - \text{матрица вероятностей переходов состояний элементов бинарных изо-}$$

бражений по горизонтали (строке) в k -м кадре;

$${}^2\Pi^{(l)} = \begin{vmatrix} {}^2\pi_{11}^{(l)} & {}^2\pi_{12}^{(l)} \\ {}^2\pi_{21}^{(l)} & {}^2\pi_{22}^{(l)} \end{vmatrix}, l = \overline{1, m} - \text{матрица вероятностей переходов состояний элементов бинарных изо-}$$

бражений по вертикали (столбцу) в k -м кадре;

$${}^4\Pi^{(l)} = \begin{vmatrix} {}^4\pi_{11}^{(l)} & {}^4\pi_{12}^{(l)} \\ {}^4\pi_{21}^{(l)} & {}^4\pi_{22}^{(l)} \end{vmatrix}, l = \overline{1, m} - \text{матрица вероятностей переходов состояний элементов изображений с}$$

одинаковыми пространственными координатами из $(k-1)$ -го кадра в k -ый;

$${}^3\Pi = {}^1\Pi \cdot {}^2\Pi; \quad {}^5\Pi = {}^1\Pi \cdot {}^4\Pi; \quad {}^6\Pi = {}^2\Pi \cdot {}^4\Pi; \quad {}^7\Pi = {}^1\Pi \cdot {}^2\Pi \cdot {}^4\Pi.$$

Из уравнения (2) видно, что в формировании $u_{i,j,k}^{(l)}$ участвуют входные данные, данные о значениях элементов изображений, принадлежащих окрестности $\Lambda_{i,j,k} = \{v_1, v_2, v_3, v'_4, v'_1, v'_2, v'_3\}$, и вычисленные значения нелинейных функций $z_i^{(l)}(\square), i = \overline{1,7}$ (3), (4) в которых содержится априорная информация о фильтруемом процессе.

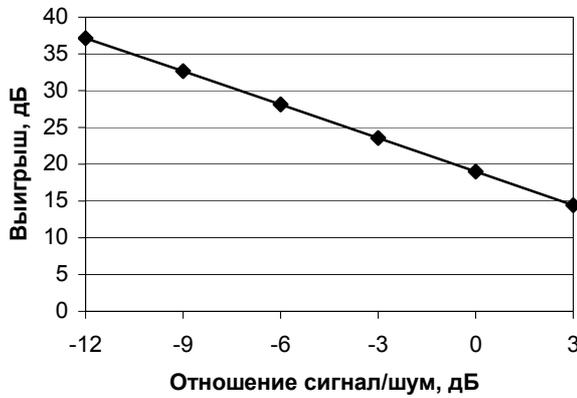


Рис. 3

Алгоритм фильтрации цифровых полутоновых изображений в соответствии с (2) представляет собой алгоритм m каналов фильтрации. При этом в каждом канале используются априорные данные соответствующие этому каналу (i -му ($i \in m$) разряду двоичного числа). В качестве критерия различения двоичных состояний $M_1^{(l)}$ и $M_2^{(l)}$ в каждом канале выбран критерий идеального наблюдателя [8], в соответствии с которым решение о наличии в принятой реализации сигнала (i, j, k)-го элемента изображения $s(\mu_{i,j,k}^{(l)})$, имею-

щего значение параметра $M_1^{(l)}$ или $M_2^{(l)}$, производится на основе сравнения логарифма отношения апостериорных вероятностей с некоторым порогом $H: u^{(l)}(v_4^{(l)}) \leq H$.

Согласно критерию идеального наблюдателя, порог H устанавливается таким образом, чтобы минимизировалась средняя вероятность ошибки: $p_{\text{ош. ср}} = \frac{1}{2}(p'_{\text{ош}} + p''_{\text{ош}}) = \min$, где $p'_{\text{ош}}$ и $p''_{\text{ош}}$ - ошибки неправильного распознавания значений дискретного параметра сигнала. В симметричной системе, когда $p_1^{(l)} = p_2^{(l)}$, порог $H = 0$.

Для получения полутонового изображения на выходе m -канального устройства фильтрации необходимо оценки параметров разрядов двоичных чисел $y_{i,j,k} = (y_{i,j,k}^{(1)}, y_{i,j,k}^{(2)}, \dots, y_{i,j,k}^{(m)})$ умножить на весовые коэффициенты и просуммировать. В действительности умножение и сложение оценок с весовыми коэффициентами отсутствует, так как эти операции заменяются местоположением оценки дискретного параметра l -го разряда $\mathcal{E}_{i,j,k}^{(l)}, l = \overline{1, m}$ в оценке двоичного числа $\mathcal{E}_{i,j,k}$. Таким образом, при реализации системы уравнений (2) фактическое количество вычислительных операций не изменяется.

В соответствии с уравнением (2) и принятым критерием оптимальности синтезировано m -канальное устройство нелинейной фильтрации цифровых полутоновых изображений. Работа устройства фильтрации была проверена на искусственных и реальных видеопоследовательностях изображений при различных отношениях сигнал/шум и статистических связях между элементами изображения внутри кадра и между кадрами.

На рис. 3 представлен выигрыш по мощности сигнала η полученный при фильтрации последовательности из 512 кадров искусственных изображений с числом элементов в кадре 512×512 , сформированной на основе ПВММ [7] для различных отношений сигнал/шум на входе устройства фильтрации при $m = 8; j \pi_{ii}^{(8)} = 0,95; j = 1, 2, 4$.

Выводы

Полученные результаты показывают высокую эффективность синтезированного алгоритма фильтрации полутоновых изображений. Структура алгоритма (2) обладает высокой однородностью, что позволяет синтезировать достаточно простые в реализации устройства фильтрации, значительно сократить количество вычислительных операций и объем памяти. Например, при нелинейной фильтрации видеопоследовательности изображений размер запоминающего устройства определяется количеством элементов изображения одного кадра.

Характерной особенностью полученного алгоритма является удобство построения адаптивных алгоритмов при априорно неизвестной степени пространственной и временной корреляции между элементами изображений и возможность наращивания числа каналов при увеличении разрядности представления полутонового изображения двоичными числами.

Литература

1. William K. Pratt. Digital Image Processing: PIKS Inside, Third Edition, Willey-Interscience Publication, John Willey & Sons. - New York, 2001.
2. Джайн А.К. Успехи в области математических моделей для обработки изображений // ТИИЭР. - 1981. - т. 69. - № 5. - С. 9 - 39
3. Петров Е.П. Нелинейная цифровая фильтрация полутоновых изображений / Е.П. Петров, И.С. Трубин, И.Е. Тихонов // Радиотехника. - 2003, № 5. - С. 7-10.
4. Методы обработки сигналов и полей: Сб. науч. трудов / Ульянов. политехн. ин-т. - Ульяновск, 1992.
5. Петров Е.П., Частиков А.В. Фильтрация дискретных многоуровневых сигналов // Радио и волоконно-оптическая связь, локация и навигация: Сб. тр. науч.- техн. конф.: В 3 т. - Воронеж, 1997. - Т.1. - С. 423-431.
6. Дерин Х., Келли П. Случайные процессы марковского типа с дискретными аргументами // ТИИЭР. - 1989. - т. 77. - № 10. - С. 42 - 71.
7. Петров Е.П. Пространственно-временная модель цифровых марковских изображений / Е.П. Петров, И.С. Трубин, Е.Л. Буторин // Сборник трудов IX международной научно-технической конференции "Радиолокация, навигация, связь" т. 1, Воронеж, 2003, с. 330-337.
8. Тихонов В.И. Статистическая радиотехника. - М.: Совет. радио, 1966.

