

# СНИЖЕНИЕ ВЕРОЯТНОСТИ АНОМАЛЬНЫХ ОШИБОК ПРИ СЛЕПОЙ ОЦЕНКЕ ПАРАМЕТРОВ ЧМНФ-СИГНАЛОВ

асп. Мочешников А. С., к. т. н., доц. Сергиенко А. Б.

Санкт-Петербургский государственный электротехнический университет «ЛЭТИ» (СПбГЭТУ «ЛЭТИ»),  
197376, Россия, Санкт-Петербург, ул. проф. Попова, д. 5

## Введение

В ряде задач цифровой связи является актуальным повышение спектральной эффективности передачи, то есть сужение спектра излучаемого сигнала без изменения скорости передачи данных. Одним из видов модуляции, применяемых с этой целью, является частотная модуляция с непрерывной фазой (ЧМНФ). В ряде случаев появляется необходимость оценить параметры ЧМНФ-сигналов без использования данных, это позволяют сделать методы слепой оценки параметров. К задачам, в которых требуется слепая оценка параметров, относятся, например, слепая синхронизация, адаптивная подстройка приемника под «плавающие» параметры сигнала, использование технологий когнитивного радио. Для ЧМНФ-сигнала набор оцениваемых параметров включает в себя индекс модуляции, символьную скорость и частотную расстройку.

Известен алгоритм оценки параметров ЧМНФ-сигнала на основе свойств его спектральной функции при целочисленном индексе модуляции [1]. Однако он подвержен аномальным ошибкам в тех случаях, когда поиск индекса модуляции сигнала осуществляется в широком диапазоне значений. При этом, если в диапазон поиска попадают кратные индексы, алгоритм слепой оценки может принимать решение в их пользу, что и приводит к появлению аномальных ошибок.

В данной статье рассматриваются несколько методов борьбы с этими аномальными ошибками. Проведено количественное сравнение методов, представлены результаты математического моделирования.

## 1. Оценка параметров ЧМНФ-сигнала путем приведения к единичному индексу модуляции

Математически комплексная огибающая ЧМНФ-сигнала записывается в следующем виде [2]:

$$\dot{s}(t) = \sqrt{\frac{E_s}{T}} \exp\left(j\pi h \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k q(t-kT) + j\varphi_0\right), \quad (1)$$

где  $E_s$  — энергия информационного символа (для бинарной модуляции она равна энергии бита  $E_b$ ),  $T$  — длительность символа,  $h$  — индекс модуляции,  $a_k$  — независимые и равновероятные информационные символы  $M$ -ичного алфавита  $\{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)\}$ ,  $q(t)$  — форма фазового перехода, которая связана с частотной посылкой  $g(t)$  операциями дифференцирования/интегрирования ( $g(t) = dq/dt$ ),  $\varphi_0$  — начальная фаза сигнала.

В [1] предложен алгоритм слепой оценки параметров ЧМНФ-сигнала, основанный на следующих положениях:

1. Спектральная плотность мощности (СПМ) ЧМНФ-сигнала с целочисленным индексом модуляции содержит дискретные составляющие в виде дельта-функций, причем расстояние по частоте между этими составляющими  $\Delta f$  равно  $\Delta f = h/T = h R_{\text{sym}}$ , то есть в целое число раз превосходит символьную скорость  $R_{\text{sym}}$ . В качестве примера на рис. 1 показана СПМ ЧМНФ-сигнала с индексом модуляции  $h = 1$ .

2. При возведении комплексной огибающей ЧМНФ-сигнала сигнала в степень  $g$  он остается ЧМНФ-сигналом, но его индекс модуляции  $h$  умножается на показатель степени  $g$ :

$$\dot{s}^g(t) = |s(t)|^g \exp\left(j\pi(gh) \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k q(t-kT) + jg\varphi_0\right). \quad (2)$$

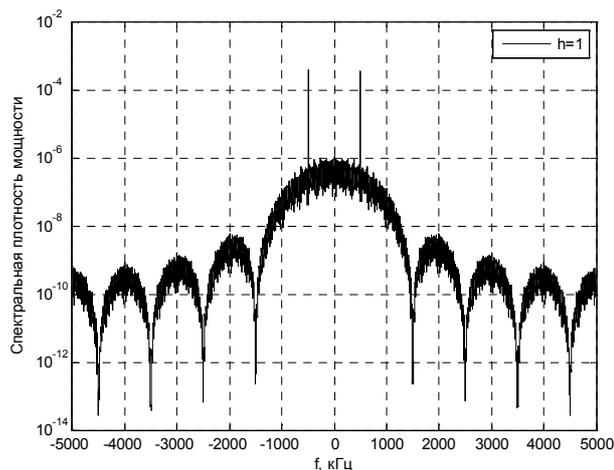


Рис. 1. СПМ ЧМНФ-сигнала при индексе модуляции  $h = 1$

Таким образом, если после возведения в степени индекс модуляции станет целочисленным (то есть если  $g h = n$ , где  $n$  — целое число), в спектре сигнала появятся узкополосные составляющие, которые можно будет зафиксировать и, таким образом, определить искомые параметры сигнала. В этом и состоит основная идея метода. Комплексная огибающая сигнала поочередно возводится в различные степени  $g$ , рассчитывается спектральная функция получившегося сигнала, определяется величина и положение максимумов этой спектральной функции.

Математически процедуру получения оценок параметров сигнала можно записать следующим образом. Для каждого значения  $g$  из перебираемого набора вариантов запоминаются положения спектральных пиков в областях положительных и отрицательных частот ( $f_L$  и  $f_R$ ), а также сумма квадратов высоты этих пиков ( $J$ ):

$$f_L(g) = \arg \max_{f < 0} r(g, f), \quad f_R(g) = \arg \max_{f > 0} r(g, f), \quad J(g) = r^2(g, f_L) + r^2(g, f_R), \quad (3)$$

где  $r(g, f)$  — амплитудный спектр комплексной огибающей анализируемого сигнала, возведенной в степень  $g$ . Здесь предполагается, что частотный сдвиг сигнала невелик, так что нулевая частота попадает в пределы основной части спектра сигнала, так что частоты искомых спектральных пиков (см. рис. 1) имеют разный знак.

Далее ищется положение максимума статистики  $J$  и определяются оценки промежуточных значений: показателя степени  $g$  и положений спектральных пиков  $f_L, f_R$ :

$$\hat{g} = \arg \max_g J(g), \quad \hat{f}_L = f_L(\hat{g}), \quad \hat{f}_R = f_R(\hat{g}). \quad (4)$$

Наконец, полученные значения пересчитываются в оценки искомых параметров сигнала: индекса модуляции  $h$ , символьной скорости  $R_{\text{sym}}$  и частотного сдвига  $\delta f$ :

$$\hat{h} = 1/\hat{g}, \quad \widehat{R_{\text{sym}}} = \hat{f}_L - \hat{f}_R, \quad \widehat{\delta f} = (\hat{f}_L + \hat{f}_R)/(2\hat{g}). \quad (5)$$

Максимальная частотная расстройка  $\delta f$ , которая может быть оценена таким образом, определяется условием  $|g_0 \delta f_0| < R_{\text{sym}}/2$ .

## 2. Причины появления аномальных ошибок

В приведенных формулах (3)–(5) предполагалось, что найденный пик целевой функции  $J(g)$  будет соответствовать ситуации, когда после возведения сигнала в степень  $g$  его индекс модуляции становится равным единице, так что  $g h = 1$ . Однако, как было сказано выше, узкополосные составляющие в СПМ появляются для *любых целочисленных* значений индекса модуляции. Поэтому описанный алгоритм слепой оценки хорошо работает в том случае, если в диапазон анализируемых индексов модуляции не попадают значения, в целое число раз меньшие истинного.

При показателе степени, соответствующем индексу, в целое число раз меньшему истинного (из условия  $g h = n$  видно, что эти показатели кратны тому, при котором достигается единичный индекс модуляции), в целевой функции возникают дополнительные пики. Пример этого явления показан на рис. 2, который был получен при анализе сигнала с индексом модуляции  $h = 1,2$  с использованием диапазона показателей степени для поиска  $g = 0,67 \dots 4,0$  (это соответствует ожидаемому диапазону индексов модуляции  $h = 0,25 \dots 1,5$ ).

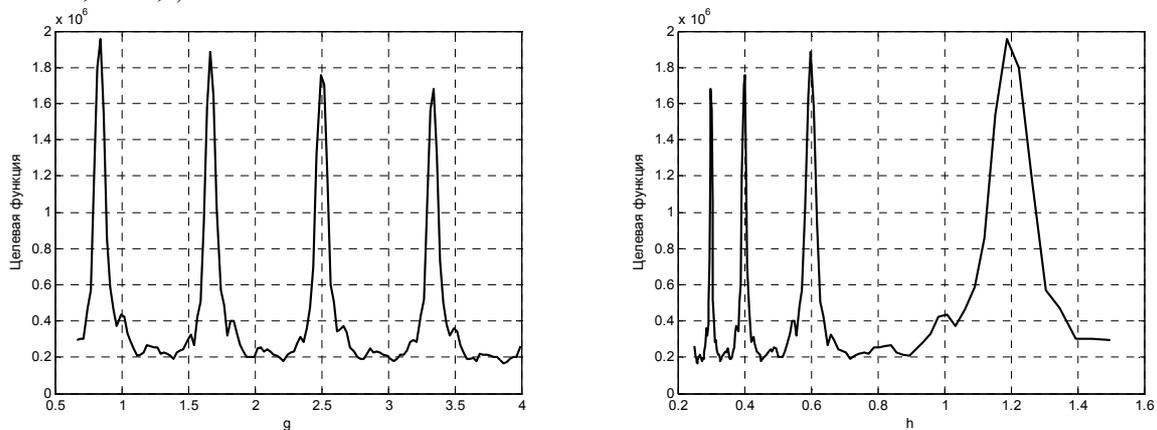


Рис.2. Зависимость целевой функции от показателя степени (слева) и от индекса модуляции (справа)

Из графиков видно, что основной пик при  $h = 1,2$  имеет максимальную высоту, пик при вдвое меньшем значении  $h = 0,6$  ниже примерно на 6%, остальные при  $h = 0,4; 0,3; 0,24$  и т. д. монотонно убывают.

При отсутствии шума высота всех пиков практически одинакова. При наличии шума высота дополнительных пиков целевой функции  $J(g)$  может быть сопоставима с высотой пика, соответствующего истинному индексу модуляции. В результате может произойти выбор неправильного пика, что и означает появление аномальных ошибок.

### 3. Предлагаемые методы борьбы с аномальными ошибками

В случае непопадания «ложных» индексов в интервал анализа индекса модуляции решение о значении индекса модуляции принимается по положению максимума целевой функции. Однако при анализе сигнала в широком интервале индексов модуляции появления «ложных» пиков не избежать. Из упомянувшегося выше условия  $g h = n$  видно, что пики целевой функции  $J(g)$  располагаются периодически, с периодом, равным обратному индексу модуляции сигнала ( $1/h$ , см. рис. 2, слева). Эту периодичность можно использовать для более точной оценки индекса модуляции и, в частности, для устранения аномальных ошибок.

Для борьбы с аномальными ошибками определения индекса модуляции и других параметров можно использовать несколько методов:

- нахождение периода целевой функции;
- поиск максимума целевой функции с последующей проверкой гипотезы о том, что найденная точка соответствует выполнению условия  $g h = n$  при  $n = 1, 2, \dots, N$ . При обнаружении дополнительных пиков при соответствующих значениях  $g$  производится оценка периода следования этих пиков;
- предварительная оценка параметров ЧМНФ-сигнала по его частотной функции для сужения интервала анализа индекса модуляции.

На рис. 3 приведены результаты моделирования. Представлены зависимости СКО оценки индекса модуляции от отношения сигнал/шум на бит для стандартного алгоритма (оценка по максимуму целевой функции), а также для всех перечисленных алгоритмов борьбы с аномальными ошибками. Индекс модуляции сигнала был равен  $h = 1,2$ , длина обрабатываемой выборки сигнала составляла 200 символов.

Как видно из представленных на рис. 3 графиков СКО индекса модуляции, СКО для стандартного алгоритма (сплошная линия) уменьшается с увеличением отношения сигнал/шум (ОСШ) на бит примерно до 17 дБ, а потом начинает расти. Это связано с тем, что при низком ОСШ целевая функция демонстрирует лишь один выраженный максимум, а при ОСШ, превышающем 17 дБ, в ней появляются соизмеримые по высоте регулярно расположенные пики.

Модифицировать стандартный алгоритм для поиска периода целевой функции можно следующим образом. Производится поиск пиков целевой функции по определенному порогу; в случае, если пиков оказывается больше одного, производится оценка периода целевой функции; в случае, если период не был определен либо пик обнаружен только один, решение принимается по положению максимума целевой функции. Характеристики данного алгоритма показаны на рис. 3 пунктирной линией. Небольшой подъем в области 10...13 дБ определяется «переходным процессом» между двумя указанными режимами работы (выбор максимума целевой функции и поиск ее периода). Порог для поиска дополнительных пиков был равен  $0,2 J(g)_{\max}$ . Период целевой функции определялся с использованием преобразования Фурье.

Пунктирной линией с точечными маркерами на рис. 3 показаны результаты для алгоритма на основе проверки гипотез о номере найденного максимального пика. При этом проверяется набор гипотез о том, что найденный максимальный пик имеет конкретный номер (то есть что его положение  $g_0$  удовлетворяет условию  $g_0 h = n$ ). После проверки всех гипотез решение об индексе модуляции выносится исходя из набора подтвердившихся и не подтвердившихся гипотез. При моделировании рассматривались гипотезы  $n = 1$  и  $n = 2$ , при этом гипотеза  $n = 1$  не нуждается в проверке, так как она выполняется всегда. Для обнаружения дополнительных пиков при ожидаемых значениях  $g$  использовался порог, равный удвоенному среднему значению целевой функции  $J(g)$ . При проверке гипотезы о том, что  $g_0 h = 2$ , сравнивается с порогом значение целевой функции при  $g = g_0/2$ . Если высота пика в данной точке превышает порог, гипотеза считается подтвержденной. В общем случае (гипотеза о том, что  $g_0 h = n$ ) сравнивается с порогом значение целевой функции при минимальном значении  $g$  из набора  $\{g = k g_0/n, k = 1, 2, \dots, n - 1\}$ , попа-

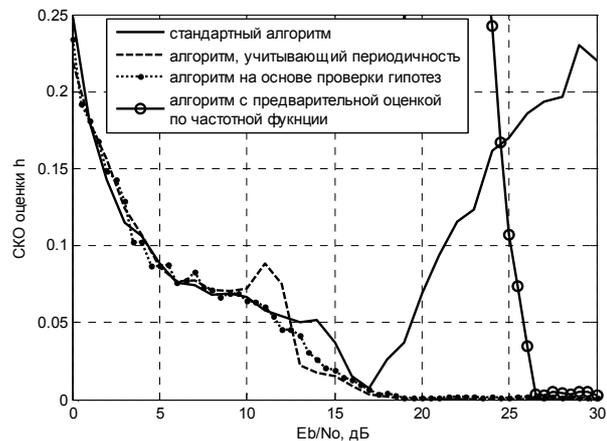


Рис. 3. Зависимость СКО оценки индекса модуляции от отношения сигнал/шум на бит

дающем в диапазон анализа. В качестве окончательного значения  $n$  выбирается максимальный номер подтвердившейся гипотезы.

Из графиков рис. 3 видно, что оба рассмотренных алгоритма позволяют избавиться от возрастания СКО оценки при увеличении ОСШ, при этом алгоритм проверки гипотез о номере найденного пика не имеет выброса в районе средних ОСШ.

Алгоритм, рассчитывающий период целевой функции, позволяет оценить параметры ЧМНФ-сигнала даже в случае, если истинное значение индекса модуляции не попадает в интервал анализа, но при этом требуется большее ОСШ.

Алгоритм на основе проверки гипотез также способен определить индекс модуляции в случае, если основной пик не попадает в интервал анализа, но для этого требуется подтверждение хотя бы одной из перебираемых гипотез.

При больших ОСШ перед применением алгоритма слепой оценки параметров можно предварительно грубо оценить параметры ЧМНФ-сигнала по его частотной функции. Это позволяет сильно сузить интервал для последующего поиска значения индекса модуляции, чтобы исключить возможность появления дополнительных пиков при кратных значениях  $g$ . За счет этого можно снизить вычислительные затраты на получение оценок параметров ЧМНФ-сигнала по формулам (3)–(5) — за счет сужения интервала анализа индекса модуляции.

Параметры ЧМНФ сигнала по его частотной функции  $f(t)$  можно оценить следующим образом:

- разность частот манипуляции  $\Delta f$  может быть оценена как  $\widehat{\Delta f} = \overline{(f(t) > 0)} - \overline{(f(t) < 0)}$ , где  $\overline{(f(t) > 0)}$  и  $\overline{(f(t) < 0)}$  — среднее значение, соответственно, положительных и отрицательных величин мгновенной частоты сигнала;
- символьная скорость  $R_{\text{sym}}$  может быть определена из следующих соображений. Если возвести частотную функцию  $f(t)$  в квадрат, то в спектре преобразованного сигнала появятся дискретные составляющие на частотах, кратных  $R_{\text{sym}}$ . Таким образом, символьная скорость может быть оценена по положению первого пика в спектре сигнала  $f^2(t)$ ;
- индекс частотной модуляции  $h$  после нахождения оценок  $\widehat{\Delta f}$  и  $\widehat{R}_{\text{sym}}$  оценивается как  $\widehat{h} = \widehat{\Delta f} / \widehat{R}_{\text{sym}}$ .

Результаты моделирования показали (см. рис. 3, сплошная линия с кружками), что точность предварительных оценок становится достаточной лишь при ОСШ на бит, превышающем 24 дБ. Это связано прежде всего с отсутствием предварительной фильтрации сигнала (при моделировании использовалось 10 отсчетов на символ, так что ОСШ на бит, равное 24 дБ, соответствует ОСШ по мощности, равному 14 дБ). Однако в условиях априорной неопределенности параметров сигнала реализовать достаточно узкополосную фильтрацию затруднительно, поэтому сильно снизить пороговое ОСШ на бит не удастся. Таким образом, использование данного метода актуально лишь при высоком ОСШ.

### Заключение

В статье были рассмотрены несколько методов борьбы с аномальными ошибками при слепой оценке параметров ЧМНФ-сигналов. Результаты моделирования показывают, что метод поиска периода целевой функции и метод проверки гипотез о номере найденного пика позволяют предотвратить появление аномальных ошибок при высоких ОСШ, при этом метод проверки гипотез о номере пика следует считать предпочтительным, так как он не дает ухудшения показателей при средних ОСШ. Предварительная оценка параметров сигнала по его частотной функции позволяет сократить вычислительные затраты и сделать маловероятными аномальные ошибки при ОСШ, превышающем 24 дБ.

### Литература

1. P. Bianchi, P. Loubaton, F. Sirven. On the Blind Estimation of the Parameters of Continuous Phase Modulated Signals. *IEEE J. on Selected Areas in Communications*, Vol. 23, No. 5, May 2005, pp. 944–962.
2. Simon M. K. *Bandwidth-Efficient Digital Modulation with Application to Deep-Space Communications*. — Wiley-Interscience, 2003. — 238 pp.

## ELIMINATING ANOMALOUS ERRORS IN BLIND ESTIMATION OF CPM SIGNAL PARAMETERS

Mocheshnikov A. S., Sergienko A. B.

St. Petersburg Electrotechnical University «LETI», 5 Prof. Popov Street, St. Petersburg, 197376, Russia

### Abstract

In some cases it is necessary to perform blind (non-data-aided) estimation of continuous-phase modulated (CPM) signal parameters. The problems that require blind estimation are, for example, blind synchronization, adaptive fine-tuning of the receiver to “drifting” signal, use of cognitive radio technologies, etc.

A known algorithm for estimating parameters of CPM signals is based on the spectrum properties of CPM signals with integer modulation index. However, it is prone to anomalous errors in the cases when the search for modulation index is carried out in a wide range of values. Thus, if the search range includes divisors of a true modulation index, the blind estimate algorithm may decide in their favor, that leads to anomalous errors.

The article discusses several methods for elimination of anomalous errors. Quantitative comparison of the methods and results of computer simulation are presented.