

# ЛОКАЛЬНАЯ ОЦЕНКА УРОВНЯ ШУМА НА ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ

студ. Мамаев Н. В., к.ф.-м.н. Лукин А. С., к.ф.-м.н. Юрин Д. В.

Московский Государственный Университет имени М. В. Ломоносова,  
факультет вычислительной математики и кибернетики,  
лаборатория математических методов обработки изображений (МГУ, ВМК, ММОИ)

## 1. Введение

Многие алгоритмы подавления шума зависят от параметра, характеризующего уровень шума на изображении. Так, для алгоритмов среднего по  $\varepsilon_v$  [1], билатеральной фильтрации [2] и нелокального среднего [3] параметр алгоритма имеет смысл величины размаха яркости, которую следует расценивать как шум и подавлять. Естественным подходом являлось бы выбрать в качестве этого параметра величину пропорциональную среднеквадратичному отклонению шума (считая среднее шума нулевым). Однако уровень шума на реальных изображениях является обычно неизвестным.

В том случае, если известно, что шум постоянен по всей площади изображения, типичным подходом является сканирование изображения небольшой рамкой, расчет дисперсии яркости в пределах этой рамки и выбор в качестве оценки шума наименьшего значения по всем возможным положениям рамки. Этот подход основан на предположении, что в пределах изображения содержится фрагмент размером не менее рамки, имеющий почти постоянную яркость. Пример подобного подхода описан в работе [4], где усредняется величина градиента в гладких или малотекстурных областях изображения. Также в [4] рассматривается случай зависимости уровня шума от уровня яркости изображения – такая зависимость наблюдается при получении изображений с фотокамер с гамма-коррекцией.

В случае, когда уровень шума может варьироваться в пределах изображения, естественным подходом было бы вычислять значение дисперсии для каждой точки изображения. Однако, если в пределах рамки оказывается граница объектов различной яркости, значение дисперсии представляет собой смесь величин, обусловленных как шумом так и разностью яркостей объектов. В настоящей работе предлагается подход, позволяющий разделить эти факторы и получить локальную оценку уровня шума для изображений не слишком сложной структуры. Это означает, что текстура будет интерпретироваться как шум, а наиболее корректная работа будет обеспечиваться для кусочно-постоянных зашумленных изображений.

## 2. Модель зашумленного изображения с границами

Рассмотрим модельное изображение идеальной границы с аддитивным гауссовым шумом:

$$I(x, y) = \begin{cases} a + v(x, y), & x > 0 \\ -a + v(x, y), & x < 0 \end{cases}, \quad \langle v(x, y) \rangle = 0, \quad \langle v^2(x, y) \rangle = \beta^2, \quad (1)$$

где параметр  $a$  характеризует яркость изображения, а  $v(x, y)$  – шумовую добавку. Усреднение будем осуществлять по окну с гауссовым весом, т.е.

$$\langle f(x, y) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x - \xi, y - \eta) \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{\xi^2 + \eta^2}{2\sigma^2}} d\xi d\eta \quad (2)$$

Локальная дисперсия изображения (1) с учетом (2) задается выражением:

$$D(x, y) = \langle I^2(x, y) \rangle - \langle I(x, y) \rangle^2 \quad (3)$$

Используя усреднение (2) и учитывая, что среднее от шума равно нулю несложно получить:

$$\langle I(x, y) \rangle = a \cdot \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}\sigma}\right), \quad \langle I^2(x, y) \rangle = a^2 + \beta^2 \quad (4)$$

Здесь мы несколько расширенно трактуем равенство среднего значения шума нулю, полагая, что равен нулю интеграл по части гауссовой окрестности, например:

$$\int_{-\infty}^x v(\xi) e^{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}} d\xi = 0, \quad (5)$$

или, в дальнейшем, по произвольной окрестности с произвольными весами. В случае знакопеременных весов область интегрирования можно разбить на две части с постоянным знаком. Кроме того, будем считать, что область отличных от нуля весов значительно больше радиуса корреляции шума.

В том случае, если радиус корреляции шума значительно меньше  $\sigma$ , а статистика распределения шума симметрична, это условие выполняется.

Подставляя (4) в (3), для значения локальной дисперсии модельного изображения (1) получим:

$$D_{\sigma}(x, y) = \beta^2 + a^2 f_{\sigma}(x), \quad f_{\sigma}(x) = 1 - \operatorname{erf}^2(x/(\sqrt{2}\sigma)) \quad (6)$$

Видно, что (6) не равно желаемому значению дисперсии шума  $\beta^2$ , а содержит дополнительное слагаемое, дающее существенную добавку в районе границы. С другой стороны, границы на изображении могут быть найдены с помощью модуля градиента яркости [5]. Для модельного изображения (1) градиент может быть вычислен [5,6] как свертка с производной функции Гаусса, и, опять расширительно трактуя равенство среднего шума нулю, получим:

$$g_{\sigma} = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} I(x-\xi) \frac{\xi}{\sigma^2} e^{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}} d\xi = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} (2ae^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} + \int_{-\infty}^{+\infty} \nu(\xi) \frac{\xi}{\sigma^2} e^{-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}} d\xi) = -\frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (7)$$

И квадрат (модуля) градиента

$$g_{\sigma}^2(x, y) = \frac{2a^2}{\pi\sigma^2} F_{\sigma}(x), \quad \text{где } F_{\sigma}(x) = e^{-\frac{x^2}{\sigma^2}} \quad (8)$$

Сравнивая выражения (6) и (8) видим, что вдали от границы модуль градиента равен нулю, а дисперсия равна дисперсии шума. Вблизи границы оба выражения имеют горб, причем его профили похожи: выражение  $f_{\sigma}(x)$ , входящее в (6), имеет профиль сходный  $F_{\sigma_0}(x)$  в (8), при надлежащем выборе параметра  $\sigma_0$  (рис. 1). Решая численно задачу минимизации:

$$\sigma_0^2 = a \arg \min_{\sigma_0} \int_{-\infty}^{+\infty} (F_{\sigma_0}(x) - f_{\sigma}(x))^2 dx \quad (9)$$

получим, что минимум достигается при  $\sigma_0 \approx 1.27\sigma$ . При этом норма разности равна 0.009.

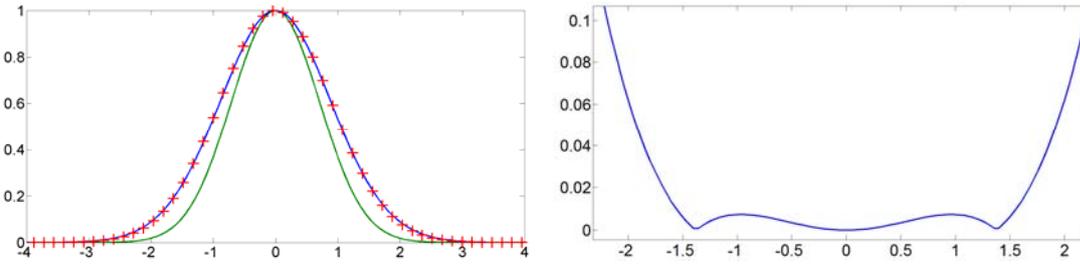


Рис. 1. График функции  $f_{\sigma}(x) = 1 - \operatorname{erf}^2(x/(\sqrt{2}\sigma))$ ,  $\sigma = 1$  (шире),  $F_1(x)$  (уже),  $F_{1.27}(x)$  (маркеры) и относительная погрешность функций  $|f(x) - F_{1.27}(x)|/f(x)$  (справа)

Таким образом, выражение для дисперсии (6) можно заменить на приближенное:

$$D_{\sigma}(x, y) = \beta^2 + a^2 F_{\sigma_0}(x), \quad \text{где } \sigma_0 \approx 1.27\sigma \quad (10)$$

Сравнивая (10) и (8), окончательно получим:

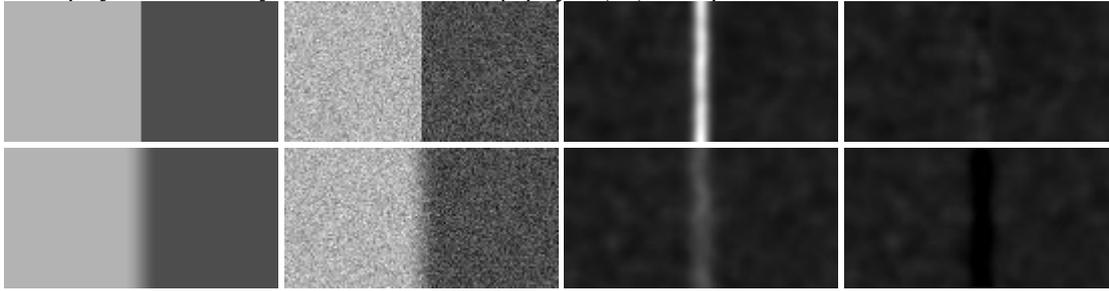
$$\beta^2(x, y) = D_{\sigma}(x, y) - \frac{\pi\sigma_0^2}{2} g_{\sigma_0}^2(x, y), \quad \sigma_0 \approx 1.27\sigma \quad (11)$$

Здесь важно подчеркнуть, что если выражения (6),(8),(10) существенно отражали собой вид модельного изображения (1) за счет пространственно-зависимых функций  $f_{\sigma}(x)$  и  $F_{\sigma}(x)$ , то выражение (11) в правой части содержит величины, локально вычисляемые через свертки с изображением, – локальную дисперсию  $D_{\sigma}(x, y)$  и квадрат модуля градиента  $g_{\sigma_0}^2(x, y)$ . Дисперсия шума является линейной комбинацией этих величин, вычисляемой локально для каждого пикселя, с постоянными коэффициентами. Поэтому результаты, полученные на модели, можно применить к произвольному изображению, а полученные оценки уровня шума рассматривать как локальные, зависящие от координат.

Результаты применения указанного алгоритма к цифровому изображению, соответствующему формуле (1), показано на рис. 2. Видно, что яркая белая полоса, соответствующая граничной линии на изображении локальной дисперсии  $D_{\sigma}(x, y)$ , с изображения  $\beta^2(x, y)$  исчезла. Усредненное по всей площади кадра значение оцененного шума  $\beta_{mean} = 0.075$ , а при зашумлении задавалось  $\beta = 0.077$ .

Реальные границы на изображениях не всегда соответствуют модели (1) идеальной ступенчатой границе (1), а часто бывают нечеткими или размытыми. Пример применения подхода (11) для такой грани-

цы показан на рис. 1 во второй строке, где исходное изображение было размыто путем свертки с функцией Гаусса со стандартным отклонением равным 5 пикселям. Видно, что в области размытых границ получаются заниженные результаты, причем, как показали многочисленные тесты, занижение уменьшается по мере увеличения шума. Здесь и далее в формуле (11) выбиралось  $\sigma = 3$ .

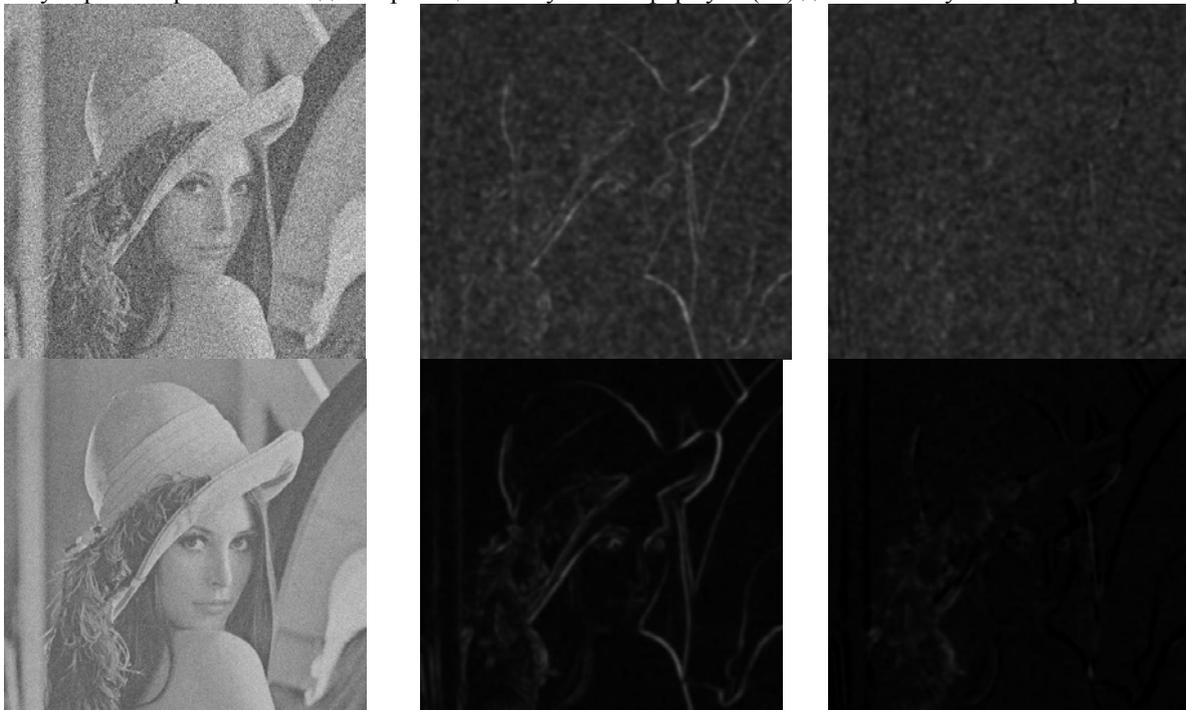


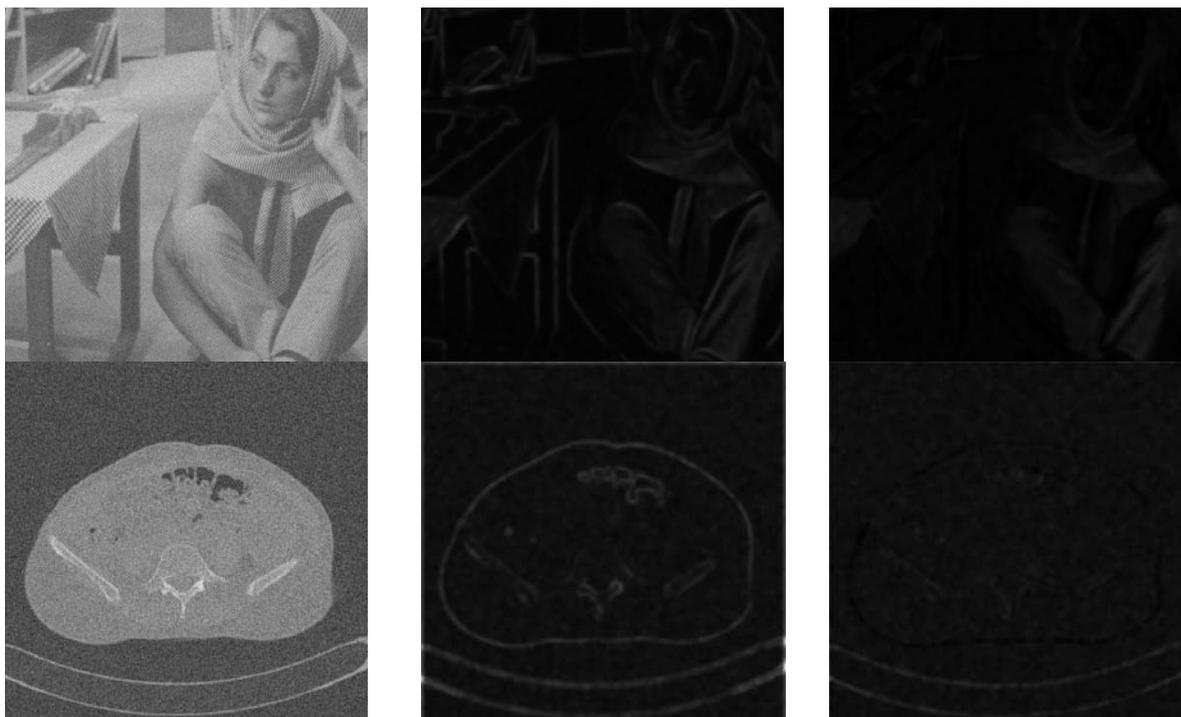
**Рис. 2.** Оценка уровня шума для модельного изображения (1): слева на право: исходное и зашумленное гауссовым шумом изображения, дисперсия зашумленного изображения, оценка шума (13). Во второй строке то же для изображения, не соответствующее модели – с размытой Гауссом с  $\sigma=5$  границей.

### 3. Применение алгоритма к реальным изображениям

На рис. 3 представлены результаты обработки реальных изображений. К изображениям Лена и Барбара добавлялся гауссов шум, изображение компьютерной томографии сначала было очищено от шума медианной фильтрацией, а потом добавлен шум, чтобы можно было сравнивать значение оценки с истинной величиной шума.

Видно, что на первом изображении Лена с высоким уровнем шума контуры объектов хорошо видны во второй колонке и полностью отсутствуют в третьей. При малом уровне шума в следующей строке области со сложной текстурой (перья на шляпе) были оценены как шум и показаны более светлым цветом в третьей колонке; границы объектов частично видны, но обычно как более темные, т.е. получена заниженная оценка шума. В третьей строке на изображении Барбара при низком уровне шума видно, что области с мелкой текстурой области – штаны, платок, скатерть – получились более светлыми, т.е. были интерпретированы как шум. На границах объектов частично занижена оценка шума. В четвертой строке представлено изображение компьютерной томографии брюшной полости. В третьей колонке большинство границ объектов слабо заметны, а оценка шума в районе границ в основном занижена. Видны две светлые линии в нижней части изображения, что обусловлено тем, что модель узкой полосы не соответствует рассматриваемой модели границы и полученная формула (11) для таких случаев не верна.





**Рис. 3.** Первый столбец – исходное зашумленное изображение. Второй столбец – локальная дисперсия (3),(2). Третий столбец – оценка дисперсии шума (13). Моделировался гауссов шум для первого изображения с  $\beta = 0.4$ , для остальных – с  $\beta = 0.12$ .

#### 4. Заключение

Разработан алгоритм локальной оценки шума на изображениях. Наилучшим образом алгоритм работает на кусочно-постоянных (плюс шум) изображениях. В области размытых границ оценка шума занижена, а в области не слишком широких линий – завышена. Мелкие текстуры интерпретируются как шум. Заметим, что при выборе параметра силы фильтрации в [1-3] пропорциональным  $\beta(x, y)$  занижение предпочтительнее, чем завышение, т.к. приводит к неполному подавлению шума, но не искажает границы. В дальнейшем планируется развивать предложенный подход в сторону усложнения модели (1) и корректирующей формулы (11) для учета нерезкости границ и тонких линий.

#### 5. Благодарности

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 13-07-00584.

#### Литература

1. Ярославский, Л. П. «Цифровая обработка сигналов в оптике и голографии. Введение в цифровую оптику» // М.: Радио и связь, 1987. 296 с., ил.
2. Tomasi C., Manduchi R., “Bilateral Filtering for Gray and Color Images” // ICCV, pp.839, Sixth International Conference on Computer Vision (ICCV'98), 1998
3. Buades, A., Morel, J.: “A non-local algorithm for image denoising” // IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition 2 (2005) 60-65
4. Forstner, W. “Image preprocessing for feature extraction in digital intensity, color and range images” // In Springer Lecture Notes on Earth Sciences, 1998.
5. Canny, J. “A computational approach to edge detection” // IEEE PAMI. 1986. Vol. 8. P. 34-43.
6. Lindeberg, T. “Edge Detection and Ridge Detection with Automatic Scale Selection” // International Journal of Computer Vision. – 1998. – Vol. 30. – No. 2. – P.117–154.

Лаборатория математических методов обработки изображений  
<http://imaging.cs.msu.ru>

e-mail: [mamaev.nikolay93@mail.ru](mailto:mamaev.nikolay93@mail.ru)  
[lukin@ixbt.com](mailto:lukin@ixbt.com)  
[yurin@cs.msu.su](mailto:yurin@cs.msu.su)

# LOCAL NOISE ESTIMATION IN DIGITAL IMAGES

N. V. Mamaev (stud), A. S. Lukin (Ph. D.), D. V. Yurin (Ph. D.)

Lomonosov Moscow State University  
Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics  
Laboratory of Mathematical Methods of Image Processing

Most noise reduction algorithms, such as  $\epsilon_V$  averaging, bilateral filtering, or non-local means, require specification of the filtering strength parameter, which corresponds to the noise level. Since the noise level is unknown a-priori, the parameter value is typically selected manually, which makes the automatic application of denoising algorithms problematic. In this work, a simple and fast method is proposed for automatic estimation of the noise level in each pixel's neighborhood, which opens a way for creation of locally-adaptive variants of mentioned denoising algorithms. Based on a theoretical analysis of an ideal noisy step edge, we have obtained an expression for the local noise level depending on the variance and gradient modulus of the image intensity. By solving a minimization problem, we have matched the scales of variance averaging and gradient averaging, so that the noise level estimate is produced as a pixel-wise linear combination of these two values. The proposed method has been tested on real images and has shown an acceptable precision.

## ЛОКАЛЬНАЯ ОЦЕНКА УРОВНЯ ШУМА НА ЦИФРОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЯХ

студ. Мамаев Н. В., к.ф.-м.н. Лукин А. С., к.ф.-м.н. Юрин Д. В.

Московский Государственный Университет имени М. В. Ломоносова,  
факультет вычислительной математики и кибернетики,  
лаборатория математических методов обработки изображений (МГУ, ВМК, ММОИ)

Ряд алгоритмов подавления шума, таких как усреднение по  $E_V$  окрестности, билатеральная фильтрация и нелокальное среднее требуют задания параметра силы фильтрации, который, по-сути, характеризует уровень шума на изображении. Поскольку уровень шума на изображении априори неизвестен, этот параметр часто подбирают вручную для каждого изображения, что затрудняет практическое использование таких алгоритмов. В настоящей работе предлагается простой и быстрый метод оценки шума на изображении в окрестности каждой точки, что открывает возможность создания локально-адаптивных версий упомянутых алгоритмов шумоподавления. На основе теоретического анализа зашумленного модельного изображения идеальной границы типа ступенька (step edge) получено выражение для локальной величины шума через дисперсию и модуль градиента яркости изображения. Путем решения задачи минимизации получено согласование масштабов вычисления локальной дисперсии и модуля градиента изображения так, что оценка шума сводится к вычислению по-пиксельной линейной комбинации этих двух величин. Продемонстрирована работоспособность и удовлетворительная точность предложенного алгоритма на реальных изображениях.