Э.А.Кудряшов
(E.A.Kudryaschov)

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОПЕРЕЧНОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ЕМКОСТНЫХ ДАТЧИКОВ ТОЛЩИНЫ РАБОЧЕГО ЗАЗОРА ИНТЕРФЕРОМЕТРА ФАБРИ-ПЕРО

(MODELLING OF CROSS-SENSITIVITY OF CAPACITIVE SENSORS OF FABRY-PEROT INTERFEROMETER WORKING CLEARANCE THICKNESS)

С.Петербург, С.Петербургский государственный технический университет
(St.Petersburg, St.Petersburg State Technical University)

Methods of numerical modelling of cross-sensitivity of capacitive sensors of Fabry-Perot interferometer working clearance thickness is offered. Analitical and graphical dependences of cross-sensitivity from parameter $\xi=(b_2-b_1)/b_2$, *where* b_1 *and* b_2 *are width of capacitive sensor working electrodes, is shown.*

Контроль текущей толщины *H* рабочего зазора и плоскопараллельности зеркал 1,2 интерферометра Фабри-Перо [1,2] осуществляется с помощью трех емкостных датчиков, электроды 3 которых размещены за пределами световой зоны(рис.1). Установка требуемого значения зазора производится путем перемещения одного из зеркал с помощью трех пьезоприводов (на рис.1 не изображены), управляемых упомянутыми датчиками. Требуемая точность установки толщины зазора достигает несколько нанометров, поэтому важное значение приобретает проблема снижения

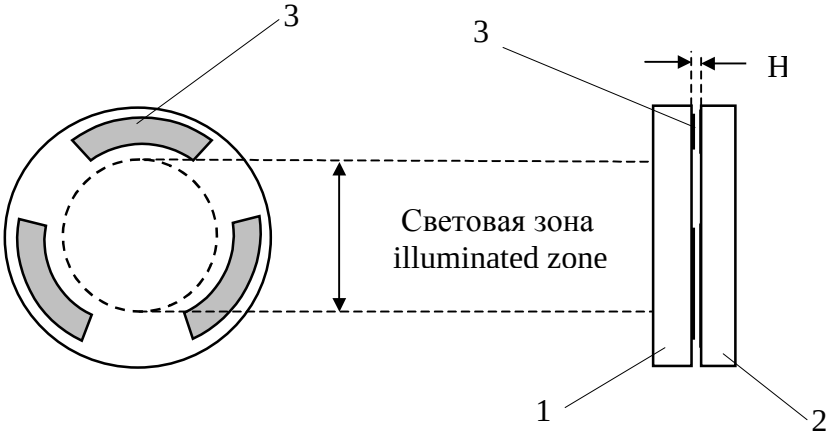

Рис.1 Расположение емкостных датчиков на зеркалах интерферометра
Fig.1 Disposition of capacitive sensors on interferometer mirrors

поперечной чувствительности емкостных датчиков при взаимном смещении зеркал в плоскости, перпендикулярной оси чувствительности. В докладе приводится методика и результаты численного моделирования флуктуаций емкости датчиков вследствие радиальных смещений зеркал:
где $\eta = \Delta r/H$ – радиальное смещение зеркал в долях толщины зазора, а $C(0)$ и $C(\eta)$ – емкости между электродами при отсутствии и наличии радиального смещения. Моделирование проводилось в предположении, что рабочие электроды датчиков имеют форму достаточно длинных лент разной ширины b_1 и b_2, в неограниченном однородном пространстве, а электростатическое поле между ними является плоским. При этом соответствующую краевую задачу электростатики можно считать двумерной. На рис.2 показано поперечное сечение электродов одного из емкостных датчиков и упрощенная схема их включения в измерительную цепь.

$$\gamma(\eta)=\frac{C(\eta)-C(0)}{C(0)}\cdot 100 \quad \% \qquad (1)$$

@2002, электронная версия подготовлена ЗАО АВТЭКС Санкт-Петербург, http://www.autex.spb.ru

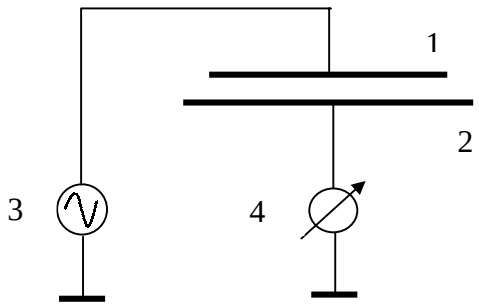

Рис.2 Упрощенная схема измерительной цепи
Fig.2 Simplified scheme of measuring circuit

На рис. 2 обозначено: 1,2- рабочие электроды, 3 – генератор переменного напряжения с достаточно малым выходным сопротивлением, 4 – амперметр с малым входным сопротивлением. Из схемы включения следует, что потенциал электрода 2 *U2=0*, а ток смещения, протекающий через амперметр 4, прямо пропорционален потоку электростатической индукции (заряду *Q2*) электрода 2. Полагая потенциал электрода 1 *U1=1*, для искомой емкости получим *C=Q2*.
Краевую задачу для отыскания заряда *Q2* электрода 2 наиболее удобно сформулировать в виде интегрального уравнения, связывающего потенциалы и плотность распределения линейных зарядов по сечению электродов с помощью соответствующей функции Грина [3,4]. Численное решение упомянутой задачи состоит в отыскании вектора *Q* линейных зарядов, сосредоточенных в узлах дискретной сетки (рис.3) и индуцирующих заданные значения потенциалов электродов. Вектор *Q* находится путем решения системы алгебраических уравнений [5]:

$$\left.\begin{aligned} \sum_{j=0}^{n+m-1} G_{i,j} \cdot Q_j = U_i - U0 \\ \sum_{j=0}^{n+m-1} Q_j = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (2)$$

где: *U=U(U1,U2)* – вектор узловых потенциалов, определяемый известными потенциалами электродов 1 и 2, *U0*- произвольный потенциал, *m* и *n*- число узлов в сечениях электродов 1 и 2 соответственно (рис.3). Коэффициенты влияния (массив значений функции Грина плоской краевой задачи) вычисляются в соответствии с выражением:

$$G_{i,j} = \begin{cases} \dfrac{1}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon\cdot l}\cdot\ln\left(\dfrac{1}{r_{i,j}}\right) & i \neq j \\ \dfrac{1}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon\cdot l}\cdot\ln\left(\dfrac{2\cdot e}{\Delta_1}\right) & i = j \geq n \\ \dfrac{1}{2\cdot\pi\cdot\varepsilon\cdot l}\cdot\ln\left(\dfrac{2\cdot e}{\Delta_2}\right) & i = j < n \end{cases}$$

где r_{ij} – расстояние между узлами *i* и *j*, $\Delta_1=b_1/m$; $\Delta_2=b_2/n$ - шаги сетки, *l* –длина электродов в направлении, перпендикулярном плоскости рис.3, ε=8.852 пФ/м. Решив систему (2) относительно Q, для искомой емкости между электродами 1 и 2 получим:

$$C = \sum_{0}^{n-1} Q_i \qquad (3)$$

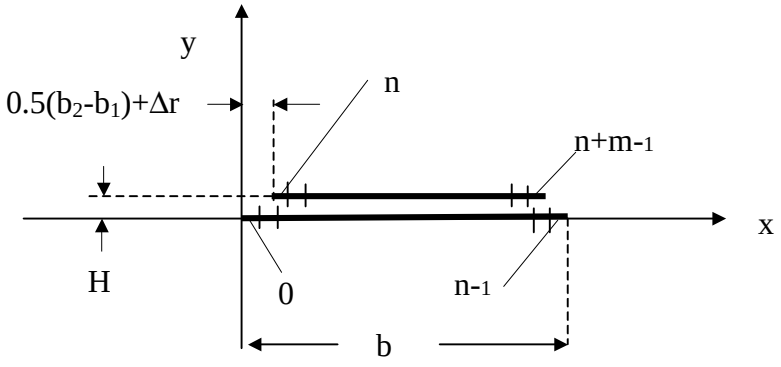

Рис.3. Расчетная схема емкостного датчика
Fig.3 Calculating scheme of capacitive sensor

Исследование поперечной чувствительности емкостного датчика осуществлялось путем вычисления емкости (3) для ряда значений параметра Δr (см. рис.3), имитирующего возможные радиальные смещения зеркал относительно друг друга. Этот параметр входит в выражения для расчета координат узлов дискретной сетки электрода 1. В частности, значению $\Delta r=0$ соответствует случай, когда оси зеркал 1 и 2 совпадают. Численное моделирование было выполнено при следующих значениях параметров емкостного датчика: *H=16 мкм*; b_2*=6.0 мм*; *l=30 мм*. Результаты исследований, выполненных в системе Mathcad 7pro, представлены в виде семейства функциональных зависимостей (1) для нескольких значениях параметра $\xi=(b_2-b_1)/b_2$. При $b_1=b_2$, т.е. при равновеликих электродах ($\xi=0$), поперечная чувствительность оказывается наибольшей. В этом случае при $|\eta|<3.5$ вариации емкости (1) хорошо аппроксимируются формулой:

$$\gamma_1(\eta) \approx -0.1 \cdot |\eta|^{1..5} \qquad (4),$$

а далее зависимость (4) приобретает линейный характер. Поперечная чувствительность быстро снижается при увеличения параметра ξ.. При $b_1=5.5$ *мм* (ξ.=0.083) вариации емкости (1) датчика в диапазоне $0<|\eta|<17$ могут быть оценены полиномом:

$$\gamma_2(\eta) \approx -(15 \cdot 10^{-5} \cdot \eta^2 + 5 \cdot 10^{-7} \cdot \eta^4 + 5 \cdot 10^{-14} \cdot \eta^{10}) \qquad (5)$$

При дальнейшем уменьшении ширины электрода 1 до значения $b_1=5.0$ *мм* (ξ.=0.17) формула (1) для диапазона $0<|\eta|<32$ принимает вид:

$$\gamma_3(\eta) \approx -(4 \cdot 10^{-5} \cdot |\eta|^2 + 2 \cdot 10^{-8} \cdot \eta^4 + 2 \cdot 10^{-22} \cdot \eta^{14}) \qquad (6)$$

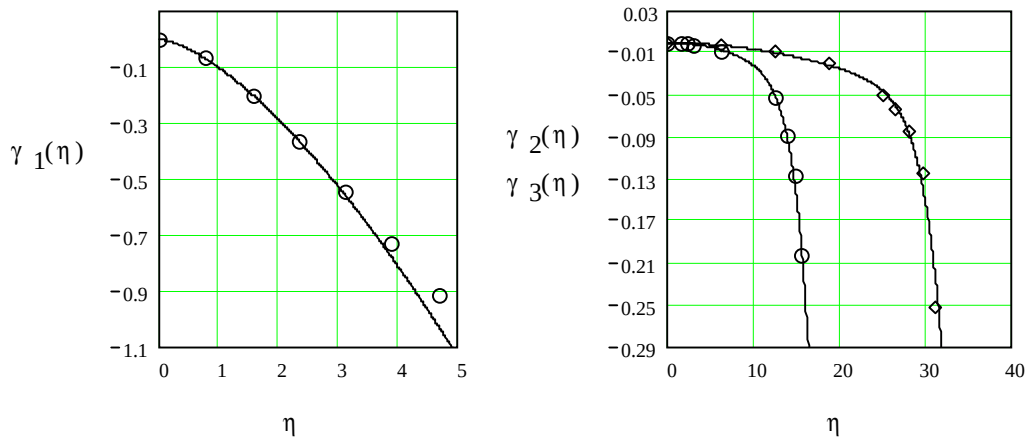

Рис.4 Зависимость вариаций емкости датчика от радиальных смещений η и параметра ξ
Fig.4 Dependence of sensors capacity fluctuation from radial displacement η and parameter ξ

Семейство кривых (4)-(6) для наглядности представлено на рис.4. Там же в виде кружков и ромбиков нанесены значения вариаций емкости (1), полученные в результате моделирования, и характеризующие погрешность аппроксимации. При практическом использовании кривых (4)-(6) следует иметь ввиду, что под реальным значением радиального смещения Δr, а следовательно, и параметра η, следует понимать величину равную сумме медленно изменяющегося во времени технологического эксцентриситета зеркал и более быстрых флуктуаций, вызванных например вибрациями. Приведенные выше результаты получены при степени дискретизации расчетной схемы, соответствующей значению числа узлов $n=m=500$. Следует отметить, что даже в этом случае, когда число уравнений системы (2) достигает *1000*, погрешность оценки проходной емкости *C(0)* датчика, составляет не менее *3 %*. Это связано с большим отношением b_2/H датчика, равным ≈ 400. При увеличении степени дискретизации до $n=m=1000$, достоверность оценки *C(0)* повышается, и достигает уровня примерно *1%*.

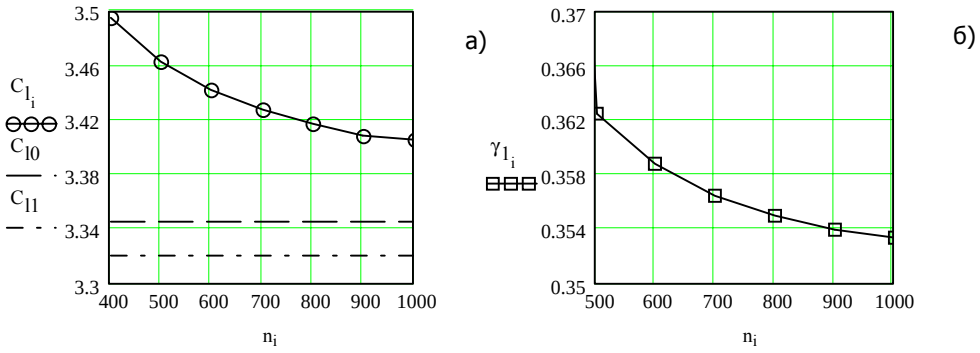

Рис.5 Зависимость результатов вычислений от числа *n* узлов расчетной сетки:
а) погонной емкости, нФ/м; б) вариаций емкости (4),%
Fig.5 Dependence of calculation results from calculation greed nodes number n:
a) for linear capacity, nF/m; b) for variations of capacity (4), %

На рис. 5а приведена зависимость от степени дискретизации расчетной схемы результатов вычисления погонного значения емкости датчика $C_l = C(0)/l$ (емкости на единицу длины рабочих электродов) для случая $b_1=b_2$. Для сравнения на рис.5а нанесена штрих-пунктирная линия $C_{l1}=\varepsilon \cdot b_1/H$, а также штриховая линия, расчитанная по приближенной формуле [6]:

$$C_{l0} = \frac{\varepsilon \cdot b_1}{H} \cdot \left(1 + \frac{1}{\pi} \cdot \frac{H}{b_1} \cdot \left(1 + \ln\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot b_1}{H} \right) \right) \right)$$

Аналогичным образом зависят от степени дискретизации расчетной схемы оценки (4)-(6). В качестве примера на рис.5б приведена зависимость вариаций емкости $\gamma_1(\eta)$ при $\eta=2.344$ ($\Delta r=37.5$мкм) от числа узлов расчетной схемы.

Литература:

1. C.M.Gittins, W.G.Lawrence and W.J.Marienelli “Frequecy-agile bandpass filter for direct detection lidar receivers”, Applied Optics, v.37, No.36, p.p. 8327-8335
2. Э.А. Кудряшов, С.Л. Кравчинский, А.С. Моховиков «Система управления интерферометром Фабри-Перо с емкостными датчиками», Первая национальная конференция по проблемам физической метрологии (Физмет-94), секция В, тез. докл., С.Петербург,1994. –с.11-12
3. Ю.Я.Иоссель «Расчет потенциальных полей в энергетике», Л., Энергия, 1978.-351 с.
4. М.А.Шакиров «Декомпозиционные алгоритмы анализа электромагнитных полей», С.Петербург, С.Петербургский университет, 1992. -238 с.
5. Э.А.Кудряшов “Моделирование многоэлектродных емкостных преобра зователей”, Датчики и системы, 1999, 5, с.22-26
6. Ю.Я.Иоссель, Э.С.Кочанов, М.Г.Струнки й “Расчет электрической емкости”, Л., Энергоатомиздат, 1981.-288с.