

Тамбовский военный авиационный инженерный институт

В работе [1] определены базовые положений о конфликте, сотрудничестве и безразличии между подсистемами S_i и S_j , входящими в некоторое окружение системы $S = \{S_1, S_2, \dots, S_k, \dots, S_n\}$, суть которых заключается в следующем:

$$\text{если } q(S_i, S_j) < q(S_i, \bar{S}_j), \text{ то } S_j \text{ конфликтует с } S_i, \text{ т.е. } S_j \mathfrak{R}(\bar{S}_j) S_i; \quad (1)$$

$$\text{если } q(S_i, S_j) > q(S_i, \bar{S}_j), \text{ то } S_j \text{ сотрудничает с } S_i, \text{ т.е. } S_j \mathfrak{R}_c(\bar{S}_j) S_i; \quad (2)$$

$$\text{если } q(S_i, S_j) = q(S_i, \bar{S}_j), \text{ то } S_j \text{ безразлична к } S_i, \text{ т.е. } S_j \mathfrak{R}_0(\bar{S}_j) S_i, \quad (3)$$

где q - функция полезности системы; $\bar{S}_j = \emptyset$.

При этом мера структурного взаимодействия может быть определена по следующему соотношению

$$\mu_{ij}(\bar{S}_j) = q(S_i, S_j) - q(S_i, \bar{S}_j). \quad (4)$$

Представим $q(S_i, S_j)$ в виде ряда Тейлора относительно $S_j = \bar{S}_j$

$$q(S_i, S_j) = q(S_i, \bar{S}_j) + \sum_{k=1}^n \frac{\partial^k q(S_i, \bar{S}_j)}{k! \partial S_j^k} \cdot (S_j - \bar{S}_j)^k. \quad (5)$$

С учетом (5) соотношение (4) будет иметь вид

$$\mu_{ij}(\bar{S}_j) = \sum_{k=1}^n \frac{\partial^k q(S_i, \bar{S}_j)}{k! \partial S_j^k} \cdot (S_j - \bar{S}_j)^k = \sum_{k=1}^n \frac{\partial^k q(S_i, \bar{S}_j)}{k! \partial S_j^k} \cdot S_j^k. \quad (6)$$

Как правило, для оценки структурного взаимодействия подсистем пользуются частной производной

$$\frac{\partial q(S_i, S_j)}{\partial S_j} = \lim_{\Delta S_j \rightarrow 0} \frac{q(S_i, S_j + \Delta S_j) - q(S_i, S_j)}{\Delta S_j}, \quad (7)$$

где ΔS_j - приращение системы S_j , вызванное, например, приращением ее входов в результате действия подсистемы S_i

Для определения корректности использования (7) в качестве оценки структурного взаимодействия воспользуемся соотношением (5)

$$\frac{\partial q(S_i, S_j)}{\partial S_j} = \frac{\partial q(S_i, \bar{S}_j)}{\partial S_j} + \sum_{k=1}^n \left[\frac{\partial^k q(S_i, \bar{S}_j)}{(k-1)! \partial S_j^k} S_j^{k-1} + \frac{\partial^{k+1} q(S_i, \bar{S}_j)}{k! \partial S_j^{k+1}} S_j^k \right]$$

или

$$\frac{\partial q(S_i, S_j)}{\partial S_j} = 2 \frac{\partial q(S_i, \bar{S}_j)}{\partial S_j} + 2 \sum_{k=2}^n \frac{\partial^k q(S_i, \bar{S}_j)}{(k-1)! \partial S_j^k} S_j^{k-1} + \frac{\partial^{n+1} q(S_i, \bar{S}_j)}{n! \partial S_j^n} S_j^n. \quad (8)$$

В свою очередь,

$$\frac{\partial q(S_i, \bar{S}_j)}{\partial S_j} = \lim_{\Delta S_j \rightarrow 0} \frac{q(S_i, \bar{S}_j + \Delta S_j) - q(S_i, \bar{S}_j)}{\Delta S_j}. \quad (9)$$

Проанализируем числители пределов (7) и (9)

$$\mu_{ij}(\Delta S_j, S_j) = q(S_i, S_j + \Delta S_j) - q(S_i, S_j), \quad (10)$$

$$\mu_{ij}(\Delta S_j, \bar{S}_j) = q(S_i, \bar{S}_j + \Delta S_j) - q(S_i, \bar{S}_j). \quad (11)$$

Соотношение (10) нарушает основной смысл оценки структурного взаимодействия подсистем, определяемый (1)...(3), следовательно, и (4).

Очевидно, что если $\Delta S_j = S_j$, то (11) вполне соответствует (4). Однако, на основании (9) имеем, что $\Delta S_j \rightarrow 0$, следовательно $S_j \rightarrow 0$, а это не всегда соответствует действительности. Поэтому для оценки структурного взаимодействия, не нарушая принятой общности (1)...(3), уместно пользоваться соотношением (6).

На основании (8) имеем

$$\frac{\partial q(S_i, \bar{S}_j)}{\partial S_j} = \frac{\partial q(S_i, S_j)}{2\partial S_j} - \sum_{k=2}^n \frac{\partial^k q(S_i, \bar{S}_j)}{(k-1)!\partial S_j^k} S_j^{k-1} - \frac{\partial^{n+1} q(S_i, \bar{S}_j)}{2n!\partial S_j^{n+1}} S_j^n. \quad (12)$$

С учетом (12) соотношение (6) примет вид

$$\begin{aligned} \mu_{ij}(\bar{S}_j) &= \frac{\partial q(S_i, \bar{S}_j)}{\partial S_j} + \sum_{k=2}^n \frac{\partial^k q(S_i, \bar{S}_j)}{k!\partial S_j^k} S_j^k = \\ &= \frac{\partial q(S_i, S_j)}{2\partial S_j} S_j + \sum_{k=2}^n \frac{(1-k)\partial^k q(S_i, \bar{S}_j)}{k!\partial S_j^k} S_j^k - \frac{\partial^{n+1} q(S_i, \bar{S}_j)}{2n!\partial S_j^{n+1}} S_j^{n+1}. \end{aligned} \quad (13)$$

Из анализа соотношения (13) имеем, что (7) является лишь его компонентой. А обособленное использование (7) для определения (4) возможно в случае, когда:

$$S_j = 2 \text{ и } \sum_{k=2}^n \frac{(1-k)\partial^k q(S_i, \bar{S}_j)}{k!\partial S_j^k} S_j^k - \frac{\partial^{n+1} q(S_i, \bar{S}_j)}{2n!\partial S_j^{n+1}} S_j^{n+1} = 0,$$

что является маловероятным.

Таким образом, если функция полезности системы дифференцируема в окрестности S_j , а в окрестности \bar{S}_j любое число раз, то оценку структурного взаимодействия подсистем S_i и S_j , входящих в некоторое окружение S , можно производить по (13). При этом обособленное использование (7) с целью оценки структурного взаимодействия подсистем в соответствии с (4) является некорректным.

Литература

1. Сысоев В.В. Конфликт. Сотрудничество. Независимость. Системное взаимодействие в структурно-параметрическом представлении. – М., МАЭП, 1999.