

ОБРАБОТКА ИМПУЛЬСОВ С ГАУССОВСКОЙ СЛУЧАЙНОЙ СУБСТРУКТУРОЙ ПРИ НАЛИЧИИ ШУМА^{*)}

Трифонов А.П., Захаров А.В., Проняев Е.В.

Воронежский госуниверситет, 394693, Воронеж, Университетская площадь, 1, физический ф-т, каф. радиопрофики, тел. (0732) 789916, e-mail: trif@rf.main.vsu.ru

Реферат. Предложен простой алгоритм совместной оценки времени прихода, длительности (положений переднего и заднего фронтов) импульса, а также ширины полосы частот и величины спектральной плотности его случайной субструктуры. Получены предельные выражения для характеристик оценок.

Введение. При разработке цифровых систем приема и обработки информации часто возникает задача измерения параметров импульсных сигналов со случайной субструктурой. Такие сигналы являются результатом мультипликативной комбинации квазидетерминированной модулирующей функции, определяющей структуру сигнала, и реализации случайного процесса, задающей случайную субструктуру. На практике случайная субструктура может возникать у сигнала в каналах со стохастически изменяющимися параметрами, например, в каналах связи с замираниями, рассеянием, с многолучевым распространением и т.п. Здесь случайную субструктуру можно интерпретировать как результат воздействия модулирующей помехи. В локационных системах случайная субструктура возникает при отражении сигнала от сложного объекта, стохастически шероховатых поверхностей и т.п. В системах автоматического контроля и управления объектами случайная субструктура сигнала может быть обусловлена стохастической природой объекта, причем параметры субструктуры могут характеризовать его состояние. Наконец, случайная субструктура может преднамеренно формироваться при передаче сигнала с целью повышения скрытности системы связи.

К классу импульсных сигналов со случайной субструктурой относится сигнал

$$s(t) = \xi(t)I[(t - \lambda_0)/\tau_0], \quad (1)$$

где $I(x) = 1$ при $|x| \leq 1/2$ и $I(x) = 0$ при $|x| > 1/2$ - прямоугольная модулирующая функция, λ_0 и τ_0 - время прихода и длительность сигнала, а $\xi(t)$ - реализация стационарного центрированного гауссовского случайного процесса, спектральную плотность которого аппроксимируем выражением $G(\omega) = \gamma_0 I(\omega/\Omega_0)$. Здесь γ_0 - величина, Ω_0 - ширина полосы частот случайной субструктуры $\xi(t)$, причем время корреляции $\tau_k = 2\pi/\Omega_0$ процесса $\xi(t)$ значительно меньше длительности τ_0 импульса (1), т.е. выполняется условие $\mu_0 = \tau_0\Omega_0/4\pi \gg 1$ [1]. Примерами сигнала (1) являются импульсные гидроакустические сигналы, прошедшие через турбулентную среду [1,2], локационные сигналы, отраженные от сложного объекта с множеством "блестящих точек" [1,3] и др.

Рассмотрим задачу измерения параметров импульса (1). Будем считать, что сигнал (1) наблюдается на фоне аддитивного гауссовского белого шума $n(t)$ с односторонней спектральной плотностью N_0 , причем сигнал и шум статистически независимы. В процессе обработки реализации наблюдаемых данных $x(t) = s(t) + n(t)$ необходимо оценить параметры принимаемого импульса (1), к которым относятся время прихода λ_0 , длительность τ_0 (положения переднего $\theta_{01} = \lambda_0 - \tau_0/2$ и заднего $\theta_{02} = \lambda_0 + \tau_0/2$ фронтов сигнала), ширина полосы частот Ω_0 и величина γ_0 спектральной плотности случайной субструктуры сигнала.

1. Алгоритм оценки максимального правдоподобия. Для синтеза алгоритма оценки параметров импульса (1) воспользуемся методом максимального правдоподобия [4]. Согласно этому методу по принимаемой реализации $x(t)$ необходимо формировать логарифм функционала отношения правдоподобия (ФОР) $L(\theta_1, \theta_2, \Omega, \gamma)$ как функцию оцениваемых параметров θ_{01} , θ_{02} , Ω_0 и γ_0 . При выполнении условия $\mu_0 \gg 1$ аналогично [1,3,5] получаем

$$L(\theta_1, \theta_2, \Omega, \gamma) = \frac{2\gamma L_1(\theta_1, \theta_2, \Omega)}{N_0 + 2\gamma} - \frac{(\theta_2 - \theta_1)\Omega}{4\pi} \ln\left(1 + \frac{2\gamma}{N_0}\right), \quad L_1(\theta_1, \theta_2, \Omega) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} y^2(t, \Omega) dt / N_0, \quad (2)$$

где $y(t, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t')h(t-t', \Omega) dt'$ - отклик фильтра с импульсной характеристикой $h(t, \Omega)$ на реализацию

$x(t)$, причем передаточная функция $H(\omega, \Omega)$ этого фильтра удовлетворяет условию $|H(\omega, \Omega)|^2 =$

^{*)} Результаты работы получены при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований

$= I(\omega/\Omega)$. Совместные оценки максимального правдоподобия (ОМП) $\theta_{1m}, \theta_{2m}, \Omega_m$ и γ_m параметров $\theta_{01}, \theta_{02}, \Omega_0$ и γ_0 являются координатами положения абсолютного максимума логарифма ФОП (2) по переменным $\theta_1, \theta_2, \Omega$ и γ соответственно, т.е. $(\theta_{1m}, \theta_{2m}, \Omega_m, \gamma_m) = \arg \sup_{\theta_1, \theta_2, \Omega, \gamma} L(\theta_1, \theta_2, \Omega, \gamma)$. При этом

ОМП λ_m и τ_m параметров λ_0 и τ_0 определяются как $\lambda_m = (\theta_{1m} + \theta_{2m})/2$, $\tau_m = \theta_{2m} - \theta_{1m}$. Анализ выражения (2) показывает, что логарифм ФОП достигает наибольшего максимума по переменной γ , когда $\gamma = L_2(\theta_1, \theta_2, \Omega) = (N_0/2) \{ L_1(\theta_1, \theta_2, \Omega) / \mu - 1 \}$, где $\mu = \tau\Omega/4\pi$. Максимизируя логарифм ФОП по γ , получаем $L_\gamma(\theta_1, \theta_2, \Omega) = \sup_{\gamma} L(\theta_1, \theta_2, \Omega, \gamma) = L_1(\theta_1, \theta_2, \Omega) - \mu \{ 1 + \ln[L_1(\theta_1, \theta_2, \Omega)/\mu] \}$. Тогда

совместные ОМП параметров импульса (1) можно представить в виде:

$$(\theta_{1m}, \theta_{2m}, \Omega_m) = \arg \sup_{(\theta_1, \theta_2, \Omega) \in \mathfrak{X}} L_\gamma(\theta_1, \theta_2, \Omega), \quad \gamma_m = L_2(\theta_{1m}, \theta_{2m}, \Omega_m), \quad (3)$$

где \mathfrak{X} - априорная область возможных значений параметров θ_{01}, θ_{02} и Ω_0 .

Практическая реализация совместных ОМП (3) оказывается весьма сложной, так как формирование функционала $L_\gamma(\lambda, \tau, \Omega)$ и реализация процедуры поиска положения наибольшего максимума этого случайного поля, как функции трех переменных, требуют больших вычислительных и аппаратных затрат. Поэтому, следуя [5], получим упрощенный алгоритм оценки параметров импульса (1).

2. Упрощенный алгоритм оценки. Пусть известно, что $\theta_{01} \in [\Lambda_{11}; \Lambda_{21}]$, $\theta_{02} \in [\Lambda_{12}; \Lambda_{22}]$, $\Omega_0 \in [W_1; W_2]$, причем $\Lambda_{12} > \Lambda_{21}$. Тогда отдельные ОМП θ_{1r0} и θ_{2r0} положений переднего θ_{01} и заднего θ_{02} фронтов импульса (1) с априори известными параметрами γ_0 и Ω_0 запишутся в виде $\theta_{ir0} = \arg \sup_{\theta_i \in [\Lambda_{1i}; \Lambda_{2i}]} R_i(\theta_i, \Omega_0, \gamma_0)$, $i=1,2$ [5], где $R_i(\theta, \Omega, \gamma) = (-1)^i L(\vartheta, \theta, \Omega, \gamma)$, а ϑ - фиксированный

момент времени из интервала $[\Lambda_{21}; \Lambda_{12}]$. При неизвестных значениях γ_0 и Ω_0 , аналогично [5], максимизируем функционалы $R_i(\theta, \Omega, \gamma)$ по переменным γ и Ω . Тогда ОМП θ_{ir0} перейдут в оценки

$$\theta_{ir} = \arg \sup_{\theta_i \in [\Lambda_{1i}; \Lambda_{2i}]} \left[\sup_{\Omega \in [W_1; W_2], \gamma} R_i(\theta_i, \Omega, \gamma) \right] = \arg \sup_{\theta_i \in [\Lambda_{1i}; \Lambda_{2i}]} \left[\sup_{\Omega \in [W_1; W_2]} M_i(\theta_i, \Omega) \right], \quad (4)$$

где
$$M_i(\theta_i, \Omega) = M_{1i}(\theta_i, \Omega) - \frac{|\vartheta - \theta_i| \Omega}{4\pi} \left\{ 1 + \ln \left[\frac{4\pi M_{1i}(\theta_i, \Omega)}{|\vartheta - \theta_i| \Omega} \right] \right\}, \quad M_{1i}(\theta, \Omega) = (-1)^i L_1(\vartheta, \theta, \Omega).$$

Соответствующие оценки $\Omega_r, \gamma_r, \lambda_r$ и τ_r параметров $\Omega_0, \gamma_0, \lambda_0$ и τ_0 запишутся в виде:

$$\Omega_r = \arg \sup_{\Omega \in [W_1; W_2]} L_\gamma(\theta_{1r}, \theta_{2r}, \Omega), \quad \gamma_r = L_2(\theta_{1r}, \theta_{2r}, \Omega_r), \quad \lambda_r = (\theta_{1r} + \theta_{2r})/2, \quad \tau_r = \theta_{2r} - \theta_{1r}. \quad (5)$$

Оценки (4), (5) более просты с точки зрения практической реализации, чем соответствующие ОМП. Действительно, для формирования оценок (4) необходимо реализовать процедуры поиска положений абсолютных максимумов функций $M_i(\theta_i, \Omega)$ по двум переменным, а для формирования оценки Ω_r (5) - функции $L_\gamma(\theta_1, \theta_2, \Omega)$ по переменной Ω при фиксированных θ_1 и θ_2 . Такие процедуры при их практической реализации требуют значительно меньших вычислительных и аппаратных затрат, чем процедура (3) поиска положения максимума функции трех переменных.

При реализации алгоритма (4), (5) средствами цифровой техники процедура оценивания сводится к следующему. На основе отсчетов наблюдаемых данных $x_i = x(i\Delta t)$, взятых с шагом Δt , формируются отсчеты функционалов $M_i(\theta_i, \Omega)$, $i=1,2$ с шагом $\Delta\tau$ и $\Delta\Omega$ по переменным θ_i и Ω :

$$\tilde{M}_{lk}^i = M_i(l\Delta\tau, k\Delta\Omega) = \tilde{M}_{lk}^{1i} - \frac{|\vartheta - l\Delta\tau| k\Delta\Omega}{4\pi} \left\{ 1 + \ln \left[\frac{4\pi \tilde{M}_{lk}^{1i}}{|\vartheta - l\Delta\tau| k\Delta\Omega} \right] \right\}, \quad \begin{aligned} l &\in [\Lambda_{1i} / \Delta\tau; \Lambda_{2i} / \Delta\tau], \\ k &\in [W_1 / \Delta\Omega; W_2 / \Delta\Omega], \end{aligned}$$

где $\tilde{M}_{lk}^{11} = M_{11}(l\Delta\tau, k\Delta\Omega) = \sum_{i=l}^p y_{ik}^2 \Delta t / N_0$, $\tilde{M}_{lk}^{12} = M_{12}(l\Delta\tau, k\Delta\Omega) = \sum_{i=p}^l y_{ik}^2 \Delta t / N_0$, p - целая часть числа

$\vartheta / \Delta\tau$, $y_{mk} = y(m\Delta t, k\Delta\Omega) = \sum_{i=-n}^n x_i C_{m-i,k} \Delta t$, $C_{i,k} = \sin(i \Delta t k \Delta\Omega / 2) / \pi i \Delta t$, а число n определяется в

зависимости от допустимой погрешности δ аппроксимации импульсной характеристики $h(t, \Omega)$ из условия

$\max_k \left| 1 - \sum_{i=-n}^n C_{i,k}^2 / \sigma_k^2 \right| < \delta$, $\sigma_k^2 = 2\pi\Delta t / k\Delta\Omega$ (практически достаточно выбирать $\delta \leq 0.01$). Затем, для

случаев $i=1$ и $i=2$ определяется номер $l = l_i^*$ наибольшего отсчета \tilde{M}_{lk}^i в пределах области значений $l \in [\Lambda_{1i} / \Delta\tau; \Lambda_{2i} / \Delta\tau]$, $k \in [W_1 / \Delta\Omega; W_2 / \Delta\Omega]$, а в качестве оценок θ_{ir} (4), λ_r и τ_r (5) принимаются величины $l_i^* \Delta\tau$, $(l_2^* + l_1^*) \Delta\tau / 2$ и $(l_2^* - l_1^*) \Delta\tau$ соответственно. Далее при фиксированных $\theta_i = l_i^* \Delta\tau$ формируются отсчеты функционала $L_\gamma(\theta_1, \theta_2, \Omega)$ с шагом $\Delta\Omega$ по Ω :

$$L_k^\gamma = L_\gamma(\theta_1, \theta_2, k\Delta\Omega) = \tilde{M}_{l_1^* k}^{11} + \tilde{M}_{l_2^* k}^{12} - |l_2^* - l_1^*| \frac{k\Delta\Omega\Delta\tau}{4\pi} \left\{ 1 + \ln \left[4\pi (\tilde{M}_{l_1^* k}^{11} + \tilde{M}_{l_2^* k}^{12}) / |l_2^* - l_1^*| k\Delta\Omega\Delta\tau \right] \right\},$$

определяется номер $k = k^*$ наибольшего отсчета L_k^γ на интервале $k \in [W_1 / \Delta\Omega; W_2 / \Delta\Omega]$ и фиксируются

оценки $\Omega_{ir} = k^* \Delta\Omega$ и $\gamma_r = (N_0 / 2) \left[4\pi \left(\tilde{M}_{l_1^* k^*}^{11} + \tilde{M}_{l_2^* k^*}^{12} \right) / k^* (l_2^* - l_1^*) \Delta\tau \Delta\Omega - 1 \right]$.

Интервалы дискретизации Δt , $\Delta\tau$ и $\Delta\Omega$ выбираются исходя из требований к точности представления алгоритма (4), (5) и в соответствии с вычислительными возможностями цифровых процессоров. Рекомендуется использовать значение $\Delta t = 0.05 / \mu_0 \eta$, где $\eta = W_2 (\Lambda_{22} - \Lambda_{11}) / \tau_0 \Omega_0$, обеспечивающее практически предельные (при $\Delta t \rightarrow 0$) характеристики оценок при минимальных вычислительных затратах. Величины $\Delta\tau$ и $\Delta\Omega$ следует выбирать не более требуемой среднеквадратической ошибки (СКО) оценивания параметров τ_0 и Ω_0 соответственно. Например, для обеспечения рассеяния оценки τ_r порядка $0.0001 \tau_0$ следует выбирать $\Delta\tau \leq 0.01 \tau_0$. При этом следует иметь в виду, что реальные значения СКО, обеспечиваемые данным алгоритмом оценки, ограничены снизу из-за наличия шума даже при $\Delta t \rightarrow 0$, $\Delta\tau \rightarrow 0$, $\Delta\Omega \rightarrow 0$ и зависят от значений μ_0 и $q = 2\gamma_0 / N_0$. Поэтому выбор очень малых интервалов $\Delta\tau$ и $\Delta\Omega$ может привести лишь к увеличению времени обработки.

3. Предельные характеристики оценок. Для обоснованного выбора интервалов дискретизации при цифровой реализации алгоритмов (4),(5) следует знать предельные (при $\Delta t \rightarrow 0$, $\Delta\tau \rightarrow 0$, $\Delta\Omega \rightarrow 0$) выражения для характеристик оценок. Воспользовавшись методикой [5], находим приближенные предельные выражения для условных смещений $b_i = \langle \theta_{ir} - \theta_{0i} \rangle$, $i = 1, 2$, $b_\lambda = \langle \lambda_r - \lambda_0 \rangle$, $b_\tau = \langle \tau_r - \tau_0 \rangle$, $b_\Omega = \langle \Omega_r - \Omega_0 \rangle$, $b_\gamma = \langle \gamma_r - \gamma_0 \rangle$ и рассеяний (квадратов СКО) $V_i = \langle (\theta_{ir} - \theta_{0i})^2 \rangle$, $i = 1, 2$, $V_\lambda = \langle (\lambda_r - \lambda_0)^2 \rangle$, $V_\tau = \langle (\tau_r - \tau_0)^2 \rangle$, $V_\Omega = \langle (\Omega_r - \Omega_0)^2 \rangle$, $V_\gamma = \langle (\gamma_r - \gamma_0)^2 \rangle$ оценок (4),(5):

$$b_i = (-1)^i \tau_0 B, \quad b_\lambda = 0, \quad b_\tau = 2\tau_0 B, \quad b_\Omega = \Omega_0 B, \quad b_\gamma = -\gamma_0 (1 + q) / 2\mu_0 q, \quad (7)$$

$$V_i = \tau_0^2 V, \quad V_\tau = 2\tau_0^2 (V + B^2), \quad V_\lambda = \tau_0^2 (V - B^2) / 2, \quad V_\Omega = \Omega_0^2 V, \quad V_\gamma = \gamma_0^2 (1 + q)^2 / \mu_0 q^2,$$

где $B = [z_1^2 (2R + 1) - z_2^2 R(R + 2)] / 2z_1^2 z_2^2 (R + 1)^2$, $V = [z_1^4 (5R^2 + 6R + 2) + z_2^4 R(2R^2 + 6R + 5)] / 2z_1^4 z_2^4 (1 + R)^3$, $z_1^2 = \mu_0 [1 - \ln(1 + q) / q]^2$, $z_2^2 = \mu_0 [(1 + q) \ln(1 + q) / q - 1]^2$, $R = [(1 + q_0) \ln(1 + q_0) - q_0] (1 + q_0) / [q_0 - \ln(1 + q_0)]$.

В качестве примера сплошными линиями на рис.1,2 нанесены теоретические зависимости нормированных рассеяний оценок θ_{1r} , Ω_r и γ_r от параметра q , рассчитанные по формулам (7) при $\mu_0 = 50$, а штриховыми - при $\mu_0 = 100$. Там же нанесены соответствующие значения, полученные экспериментально в результате обработки не менее 1000 реализаций смеси сигнала и шума при $\theta_{01} = \tau_0 / 2$, $\theta_{02} = 3\tau_0 / 2$, $\Lambda_{11} = 0$, $\Lambda_{21} = \Lambda_{12} = \tau_0$, $\Lambda_{22} = 2\tau_0$, $W_1 = 0.1\Omega_0$, $W_2 = 2\Omega_0$. Крестики на рис.1 соответствуют оценке Ω_r при $\mu_0 = 50$, прямоугольники - оценке Ω_r при $\mu_0 = 100$, треугольники - оценке θ_{1r} при $\mu_0 = 50$, а кружочки - оценке θ_{1r} при $\mu_0 = 100$. На рис.2 треугольники соответствуют оценке γ_r

при $\mu_0 = 50$, а кружочки - при $\mu_0 = 100$. В процессе цифровой реализации оценок выбирались параметры $\Delta t = 0.05/\mu_0\eta$, $\Delta\tau/\tau_0 = \Delta\Omega/\Omega_0 = 0.005$, $n = 800$, что обеспечило характеристики оценок, близкие к предельным, вплоть до значений $q \leq 10..20$. При этом с вероятностью 0.95 границы доверительных интервалов отклоняются от экспериментальных значений не более чем на 10-20 %. Полученные экспериментальные результаты подтверждают работоспособность упрощенного алгоритма (4), (5) и указывают на удовлетворительную точность теоретических выражений (7) для характеристик оценок уже при $\mu_0 > 40..50$, $\min(z_i) > 2..3$, $i = 1, 2$. При $q_0 > 5..7$ теоретические зависимости на рис.1 отклоняются от экспериментальных, поскольку формулы (7) получены аналогично [5] в пренебрежении ошибками оценивания параметров θ_{0i} порядка $2\pi/\Omega_0$, а параметра Ω_0 - порядка величины $2\pi/\tau_0$.

Точность выражений (7) возрастает с увеличением μ_0 и z_i^2 , $i = 1, 2$ [5].

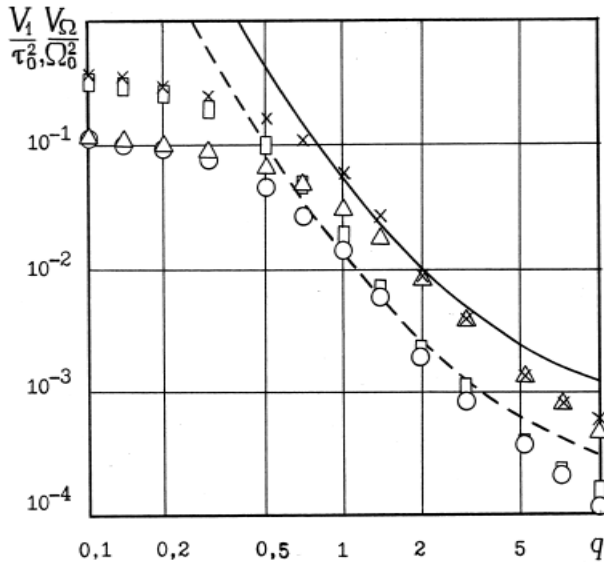


Рис.1

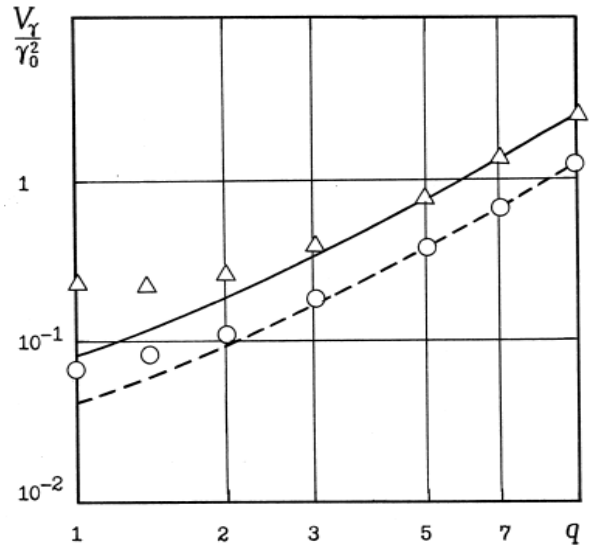


Рис.2

Библиография

1. Ван-Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. М.: Сов.радио, 1977. Т.1,3.
2. Распространение звука во флукутирующем океане / Под ред. С.Флатте. – М.: Мир, 1982.
3. Вопросы статистической теории радиолокации / П.А.Бакут, И.А.Большаков, Б.М.Герасимов и др.: Под ред. Г.П.Тартаковского. М.:Сов.радио, 1963. Т.1
4. Куликов Е.И., Трифонов А.П. Оценка параметров сигналов на фоне помех. М.: Сов. радио, 1978.
5. Трифонов А.П., Захаров А.В., Проняев Е.В. Совместные оценки частотных и временных параметров импульса со случайной субструктурой // Радиотехника. 1998. N12. С.18-28.

THE PROCESSING OF PULSE WITH GAUSSIAN RANDOM SUBSTRUCTURE ON THE NOISE BACKGROUND

Trifonov A.P., Zakharov A.V., Pronyaev E.V.

Voronezh State University, 394693, Voronezh, Universitetskaya sq.1,
physical faculty, radiophysics chair, tel. (0732) 789916, e-mail: trif@rf.main.vsu.ru

Abstract. The simple joint estimation algorithm of the pulse time delay and duration (the rising and falling fronts positions), bandwidth and value of substructure spectral density is presented. The asymptotical expressions for estimations characteristics are obtained.

In designing of digital receiving and information treatment systems, the measuring problem of parameters of pulse signals with random substructure is taken place. These signals are results of multiplicative combination of quasidetermined modulating function, which defines the signal structure, and random process realization, which presents the random substructure. In practice, the random signal substructure can present in transmitting channels with stochastically changing parameters, for example, in channels with dispersion, in multipath transmitting channels etc. Here the random substructure is result of multiplicative noise influence. Random substructure frequently arises in radar signals, reflected by complicated objects, roughed surfaces and etc. In automating control systems the random signal substructure can be caused by stochastic object essence and the substructure parameters can characterize the stage of it. At last the random substructure can be artificially formed in signal transmitting systems to increase the hiding of the communication system.

The class of pulse signals with random substructure includes the random pulse $s(t) = \xi(t)I[(t - \lambda_0)/\tau_0]$, where $I(x) = 1$ when $|x| \leq 1/2$ and $I(x) = 0$ when $|x| > 1/2$ - the rectangular modulating function, λ_0 and τ_0 - the time delay and duration of signal, and $\xi(t)$ - the realization of centered stationary Gaussian random process, which spectral density is approximated by expression $G(\omega) = \gamma_0 I(\omega/\Omega_0)$. Here γ_0 - the value, Ω_0 - the bandwidth of random substructure $\xi(t)$ and the correlation time $\tau_k = 2\pi/\Omega_0$ of process $\xi(t)$ is much less then duration τ_0 of pulse, i.e. $\mu_0 = \tau_0\Omega_0/4\pi \gg 1$. The pulse hydroacoustics signals, which are transmitted through the turbulent environment, and the radar signals, which are reflected from complex object with a lot of "glittering points" are examples of signal $s(t)$ [1, etc.].

This report consider the parameters estimation problem for random pulse $s(t)$. We will decide that the signal $s(t)$ is observed on additive white noise background $n(t)$ with one-sided spectral density N_0 , and the signal and noise are statistically independent. In processing of observed data realization $x(t) = s(t) + n(t)$ it's need to estimate parameters of observed pulse, that is the time delay λ_0 , the duration τ_0 (the positions of rising $\theta_{01} = \lambda_0 - \tau_0/2$ and falling $\theta_{02} = \lambda_0 + \tau_0/2$ signal fronts), the bandwidth Ω_0 and the value of spectral density γ_0 of random signal substructure.

Let's known, that $\theta_{01} \in [\Lambda_{11}; \Lambda_{21}]$, $\theta_{02} \in [\Lambda_{12}; \Lambda_{22}]$, $\Omega_0 \in [W_1; W_2]$, and $\Lambda_{12} > \Lambda_{21}$. The estimation algorithm in realising by digital processor reduces to following. On the base of observed sample $x_i = x(i\Delta t)$ with stepping Δt the counts

$$\tilde{M}_{lk}^i = \tilde{M}_{lk}^{li} - \frac{|\vartheta - l\Delta\tau| k\Delta\Omega}{4\pi} \left\{ 1 + \ln \left[\frac{4\pi \tilde{M}_{lk}^{li}}{|\vartheta - l\Delta\tau| k\Delta\Omega} \right] \right\}, \quad \begin{matrix} l \in [\Lambda_{1i} / \Delta\tau; \Lambda_{2i} / \Delta\tau], \\ k \in [W_1 / \Delta\Omega; W_2 / \Delta\Omega], \end{matrix} \quad i = 1, 2$$

are carried out with stepping $\Delta\tau$ and $\Delta\Omega$ on time and frequency variables. Here $\tilde{M}_{lk}^{11} = \sum_{i=l}^p \tilde{y}_{ik}^2 \Delta t / N_0$,

$$\tilde{M}_{lk}^{12} = \sum_{i=p}^l \tilde{y}_{ik}^2 \Delta t / N_0, \quad p - \text{the integer of } \vartheta / \Delta\tau, \quad \vartheta - \text{a fixed time value from the interval } [\Lambda_{21}; \Lambda_{12}],$$

$$\tilde{y}_{mk} = \sum_{i=-n}^n x_i C_{m-i,k} \Delta t, \quad C_{i,k} = \sin(i \Delta t k \Delta\Omega / 2) / \pi i \Delta t. \quad \text{The number of coefficients } n \text{ defines from condition}$$

$$\max_k \left| 1 - \sum_{i=-n}^n C_{i,k}^2 / \sigma_k^2 \right| < \delta, \quad \sigma_k^2 = 2\pi\Delta t / k\Delta\Omega, \quad \text{where it's enough to choose } \delta \leq 0.01. \quad \text{Then the numbers}$$

$l = l_i^*$ of the largest count \tilde{M}_{lk}^i for cases $i=1$ and $i=2$ are found inside area $l \in [\Lambda_{1i} / \Delta\tau; \Lambda_{2i} / \Delta\tau]$, $k \in [W_1 / \Delta\Omega; W_2 / \Delta\Omega]$ and the values $l_i^* \Delta\tau$ (for $i=1, 2$), $(l_2^* + l_1^*) \Delta\tau / 2$ and $(l_2^* - l_1^*) \Delta\tau$ are accepted as the

estimations θ_{ir} ($i=1,2$), λ_r and τ_r of the signal front positions θ_{0i} , time delay λ_0 and duration τ_0 accordingly. After that for fixed l_i^* the counts

$$L_k^\gamma = \tilde{M}_{l_1^* k}^{11} + \tilde{M}_{l_2^* k}^{12} - \left| l_2^* - l_1^* \right| \frac{k \Delta \Omega \Delta \tau}{4\pi} \left\{ 1 + \ln \left[4\pi (\tilde{M}_{l_1^* k}^{11} + \tilde{M}_{l_2^* k}^{12}) / \left| l_2^* - l_1^* \right| k \Delta \Omega \Delta \tau \right] \right\},$$

$$k \in [W_1 / \Delta \Omega; W_2 / \Delta \Omega],$$

are calculated, the number $k = k^*$ of maximum count L_k^γ on interval $k \in [W_1 / \Delta \Omega; W_2 / \Delta \Omega]$ is found. The estimations Ω_r and γ_r of bandwidth Ω_0 and value γ_0 of signal substructure spectral density are fixed as

$$\Omega_r = k^* \Delta \Omega \text{ and } \gamma_r = (N_0 / 2) \left[4\pi \left(\tilde{M}_{l_1^* k^*}^{11} + \tilde{M}_{l_2^* k^*}^{12} \right) / k^* (l_2^* - l_1^*) \Delta \tau \Delta \Omega - 1 \right].$$

The discretisation intervals Δt , $\Delta \tau$ and $\Delta \Omega$ depends on demands for estimation accuracy and of digital processors power. We recommend to use the value $\Delta t = 0.05 / \mu_0 \eta$, where $\eta = W_2 (\Lambda_{22} - \Lambda_{11}) / \tau_0 \Omega_0$, which provides practically limit (with $\Delta t \rightarrow 0$) estimation characteristics with minimum computational expence. The values $\Delta \tau$ and $\Delta \Omega$ can be choose not more than demand mean-square estimation errors of parameters τ_0 and Ω_0 accordingly. For example, to obtain the variance of estimation τ_r approssimately $0.0001 \tau_0$ it's need to choose $\Delta \tau \leq 0.01 \tau_0$.

It's need to take in mind that the real values of estimation variances, given by this algorithm, depend on values μ_0 and $q = 2\gamma_0 / N_0$ and are limited from down even for $\Delta t \rightarrow 0$, $\Delta \tau \rightarrow 0$, $\Delta \Omega \rightarrow 0$ because of noise presense. Hence the choise of small value of $\Delta \tau$ and $\Delta \Omega$ can result only in increasing of computational complexity. To groundly choose the discrete interval in digital realisation of estimation algorithm it's need to know the limit expressions (when $\Delta t \rightarrow 0$, $\Delta \tau \rightarrow 0$, $\Delta \Omega \rightarrow 0$) for estimations characteristics. Using results of [2], the approximate limit expressions for biases $b_i = \langle \theta_{ir} - \theta_{0i} \rangle$, $i = 1, 2$, $b_\lambda = \langle \lambda_r - \lambda_0 \rangle$, $b_\tau = \langle \tau_r - \tau_0 \rangle$, $b_\Omega = \langle \Omega_r - \Omega_0 \rangle$, $b_\gamma = \langle \gamma_r - \gamma_0 \rangle$ and variances $V_i = \langle (\theta_{ir} - \theta_{0i})^2 \rangle$, $i = 1, 2$, $V_\lambda = \langle (\lambda_r - \lambda_0)^2 \rangle$, $V_\tau = \langle (\tau_r - \tau_0)^2 \rangle$, $V_\Omega = \langle (\Omega_r - \Omega_0)^2 \rangle$, $V_\gamma = \langle (\gamma_r - \gamma_0)^2 \rangle$ of estimations can be found in form:

$$b_i = (-1)^i \tau_0 B, \quad b_\lambda = 0, \quad b_\tau = 2\tau_0 B, \quad b_\Omega = \Omega_0 B, \quad b_\gamma = -\gamma_0 (1 + q) / 2\mu_0 q,$$

$$V_i = \tau_0^2 V, \quad V_\tau = 2\tau_0^2 (V + B^2), \quad V_\lambda = \tau_0^2 (V - B^2) / 2, \quad V_\Omega = \Omega_0^2 V, \quad V_\gamma = \gamma_0^2 (1 + q)^2 / \mu_0 q^2,$$

$$\text{where } B = [z_1^2 (2R + 1) - z_2^2 R (R + 2)] / 2z_1^2 z_2^2 (R + 1)^2, \quad V = [z_1^4 (5R^2 + 6R + 2) + z_2^4 R (2R^2 + 6R + 5)] / 2z_1^4 z_2^4 (1 + R)^3,$$

$$R = [(1 + q_0) \ln(1 + q_0) - q_0] (1 + q_0) / [q_0 - \ln(1 + q_0)], \quad z_1^2 = \mu_0 [1 - \ln(1 + q) / q]^2,$$

$$z_2^2 = \mu_0 [(1 + q) \ln(1 + q) / q - 1]^2.$$

The precision of this expressions increases with the raising of μ_0 и z_i^2 , $i = 1, 2$ [2] and achieves satisfactory values already at $z_i > 2..3$, $\mu_0 > 30..50$.

Bibliography

1. Harry Van Trees Detection, Estimation and Modulation theory. John Wiley and Sons. N.Y., 1966.
2. Trifonov A.P., Zakharov A.V., Pronyaev E.V. Joint estimations of frequency-time parameters of pulse with random substructure. Radiotekhnika [Telecommunications and Radio Engineering]. 1998. N12.