

двоичными целочисленными коэффициентами (ДЦК), значения которых могут быть равны 0 или $\pm 2^U$, где $U=0,1,2,\dots$. Разработка перечисленных групп методов показала перспективность именно этого направления развития теории и методов РЦФ.

Эффективность конструкторской разработки спецпроцессорных фильтров на основе разностных состоит в своевременном учёте всех аспектов решения задачи использования РЦФ:

- естественно-научного аспекта для выбора, построения и проверки математической модели работы проектируемого устройства в реальных условиях последующей его эксплуатации,
- научно-технического аспекта для оптимизации методов аппаратной и программной реализации алгоритмов разностной цифровой фильтрации,
- технико-экономического аспекта для определения рентабельности выбора элементной базы.

Синтез фильтров с ЕЦК, ТКЦ или БЦК методом целочисленного линейного программирования (ЦЛП) [6] отличается сложностью и трудоёмкостью постановки задачи. Такой синтез требует значительной доработки критериев и методологии оценки влияния различных параметров РЦФ на оптимальность характеристик эквивалентной фильтрации. Непосредственное следование типовым инструкциям по ЦЛП приводит, в ряде случаев, к неоптимальности характеристик синтезируемых фильтров.

Ограниченность наборов значений единичных, тривиальных или базовых коэффициентов РЦФ [5] позволяют синтезировать рекуррентные разностные фильтры различных порядков разностей методами последовательных переборов значений разностных коэффициентов. Полученные авторами результаты программного моделирования подтвердили практическую эффективность таких методов для синтеза разностных фильтров и показали перспективные возможности дальнейшего развития этих методов [7, 8].

Синтез этими методами осуществляется путем вычисления характеристик эквивалентной рекурсивной фильтрации поочередно для каждой имеющей смысл комбинации значений целочисленных разностных коэффициентов заданного типа. Последующее сравнение получаемых характеристик позволяет выбирать такие значения коэффициентов, при которых обеспечивается допустимое приближение характеристик синтезированного фильтра к требуемым или оптимальным по заданному критерию. Если недостаточен уровень близости полученных характеристик, достигнутый в результате перебора, можно перейти к синтезу рекуррентных разностных фильтров более высоких порядков фильтрации или других порядков разностей РЦФ. А, при необходимости, возможна и смена типа целочисленных наборов трансверсальных и рекурсивных разностных коэффициентов РЦФ.

Теоретический анализ возможностей разностной цифровой фильтрации, выполненный В. С. Кузькиным [9], показал, что высокая степень этой минимизации достижима при использовании целочисленных значений разностных коэффициентов. Однако, применение разностных методов изначально ограничивает достижимый уровень минимизации из-за наличия дополнительного числа сумматоров. Выполненный авторами практический анализ разностных фильтров с целочисленными коэффициентами [10] позволил уточнить условия реализуемости и устойчивости разностных фильтров, а также соответствия их характеристик оптимальным по заданным критериям. Это обеспечило качественную оценку предельного значения уровня подобной минимизации. Она обусловлена значениями разностных коэффициентов, значениями порядков разности алгоритмов РЦФ, а также допустимостью прореживания отсчетов цифровых выборок обрабатываемых сигналов. Причем, целочисленность разностных коэффициентов позволяет не только значительно снизить разрядности умножителей и ячеек памяти для хранения значений этих коэффициентов, но и уменьшить требуемое число умножителей, вплоть до полного отказа от них. В таких случаях, вычислительный ресурс, необходимый для аппаратной реализации фильтра N_p -го порядка, не требующего умножителей, определяется числом используемых сумматоров и числом ячеек памяти. Число же сумматоров $W_L(J)$ зависит от значения порядка разности J , обеспечивающего заданную точность эквивалентной цифровой фильтрации необходимого порядка N_3 : $N_3 = N_p - J$.

В общем случае, быстродействие $V_N(J)$ разностного фильтра N -го порядка без умножителей определяется аппаратной скоростью $V_{сл}$ выполнения операций сложения и количеством $W_N(J)$ сумматоров: $V_N(J) = W_N(J) \cdot V_{сл}$. Однако, повысить быстродействие аппаратных реализаций конкретных фильтров позволяет наличие нулевых значений разностных коэффициентов, которых может оказаться немало при определенных соотношениях значений порядка фильтра и порядка разности РЦФ.

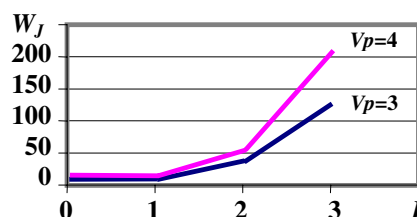
Оптимальным вариантом разностного подхода к аппаратным реализациям трансверсальных фильтров, в большинстве случаев, является применение методов РЦФ с базовыми целочисленными коэффициентами 2-го или 3-го порядков разности. При выборе 1-го порядка разности эти методы практически не обеспечивают требуемой точности РЦФ при допустимых значениях порядков эквивалентной трансверсальной фильтрации. При 4-ом и более высоких порядках разности возможное повышение точности РЦФ обеспечивается значительным увеличением числа дополнительных сумматоров, что резко снижает степень минимизации аппаратных затрат. Поэтому, в каждом конкретном случае разработчикам СБИС необходимо принимать компромиссное решение о соотношении значений порядка РЦФ и порядка разности алгоритма РЦФ для повышения этой степени при обеспечении требуемой точности фильтрации.

Устойчивость разностного фильтра обеспечивается при его синтезе выполнением требований равенства нулю значений $h_r(n)=0$ всех n -ых коэффициентов эквивалентной цифровой фильтрации соответствующего N_3 -го порядка: $N_3-1 < n < N_3+J-1$, $n=0,1,\dots,N_3+J-1$. Реализуемость разностного фильтра с целочисленными

разностными коэффициентами определяется существованием такого набора значений коэффициентов, при котором обеспечивается допустимая точность эквивалентной фильтрации, а объем аппаратных средств не превышает заданного.

Естественно, что точность любого цифрового метода РЦФ зависит в основном и исключительно от уровня погрешностей аппаратных реализаций его алгоритмов, а следовательно, от возможностей современной цифровой элементной базы. Это позволяет проводить анализ, точность которого обусловлена только округлением и масштабированием обрабатываемых чисел и коэффициентов эквивалентной цифровой фильтрации. Точность разностного фильтра с целочисленными коэффициентами обусловлена соотношением значений порядка эквивалентной фильтрации и порядка разности алгоритма РЦФ, а также типом набора значений разностных коэффициентов [10]. Причем, погрешность такого фильтра определяется только эффектами округления обрабатываемых чисел при возможных переполнениях регистров в процессе многократного выполнения операций сложения. Кроме того, эффект квантования коэффициентов, естественный для аппаратной реализации цифрового фильтра, в разностном фильтре оказывает сильное влияние на точность эквивалентной цифровой фильтрации. Поэтому точность РЦФ обусловлена соотношениями значений порядков эквивалентной рекурсивной фильтрации и порядков разностей алгоритма рекуррентной разностной фильтрации, как видно из показанных на рисунке графических зависимостей числа сумматоров любой из ветвей разностной фильтрации W_J от её порядка V_p и порядка разности J .

Рисунок



Каждый алгоритм РЦФ представляет собой ряд последовательных действий, необходимых для решения задачи специализированной реализации процедуры цифровой фильтрации сигналов. Алгоритмы РЦФ позволяют реализовывать на ПЛИС или заказных СБИС вычислительные алгоритмы цифровой фильтрации с точностью, не хуже заданной, но с меньшими разрядностями. К настоящему времени разработаны и апробированы в разной степени различные группы вычислительных алгоритмов РЦФ:

- Разностная цифровая фильтрация первых порядков разности с малоразрядными нецелочисленными коэффициентами [11, 9] (алгоритмы Л. В. Сабаева и В. С. Кузькина),
- Трансверсальная разностная фильтрация высоких порядков разности с целочисленными коэффициентами [3, 7] (алгоритмы Ю. С. Шинакова и Ю. Я. Бурова),
- Рекуррентная разностная фильтрация различных порядков разности с малоразрядными и целочисленными коэффициентами [5, 8] (алгоритмы Ю. Я. Бурова и А. Ю. Буровой).

РЦФ имеет погрешность за счет конечной разрядности коэффициентов эквивалентной фильтрации. Но ее можно уменьшать путем выбора соответствующего порядка разностной фильтрации. Поэтому основная трудность применения РЦФ заключается в таком выборе параметров устройств, проектируемых на её основе, чтобы на промежуточных этапах внедрения их эксплуатационные параметры не ухудшились, но их технические характеристики соответствовали потенциальным возможностям цифровых методов, были лучше, чем у ныне действующих.

Необходимое число $W_C(J)$ сумматоров в разностных фильтрах N_p порядка зависит как от соответствующих порядков N_3 оптимальной эквивалентной фильтрации с целочисленными коэффициентами, $N_3=N_p-J$, так и порядка разности J алгоритма разностной фильтрации, необходимого для получения при минимально возможных значениях N_3 таких характеристик фильтрации, которые достаточно близки к заданным,:

$$W_C(J) = [N_p - 1] + \sum_{n_1=1}^{N_p-1} \{ \dots \{ (n_1 - 1) + \sum_{n_2=1}^{n_1-1} [\dots [(n_2 - 1) + \sum_{n_3=1}^{n_2-1} (\dots (n_3 - 1) + \dots + \sum_{n_J=1}^{n_{J-1}-1} (n_J - 1))]]] \dots \} \dots \} .$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ. Актуальность выбранной темы обусловлена растущими потребностями развития и совершенствования методов специализированных реализаций различных алгоритмов ЦОС, созданием новой элементной базы цифровой вычислительной техники, а также тенденцией постоянного снижения аппаратных затрат на реализацию цифровых методов.

Новизна полученных результатов заключается в создании и развитии нового теоретического направления цифровой фильтрации, обобщение теории разностного подхода к специализированной реализации алгоритмов цифровой фильтрации.

Литература

1. Стешенко В.Б. ПЛИС фирмы ALTERA: проектирование устройств обработки сигналов. - М.: ДОДЕКА, 2000. - 128 с.
2. Витязев В.В., Бодров К.А., Иванов С.В. Адаптивная многоскоростная фильтрация узкополосных процессов // 1-я Международная Конференция DSPA'98: Доклады: Т.1. - М.: МЦНТИ, 1998. С. 155 - 160.
3. Шинаков Ю.С., Буров Ю.Я. Разностная цифровая фильтрация с целочисленными коэффициентами // 1-ая Международная Конференция DSPA'98: Доклады: Т.П. - М.: МЦНТИ, 1998. С. 94 - 99.

4. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. - М.: Наука, 1966. - 724 с.
5. Буров Ю.Я. Минимизация аппаратных затрат на цифровую фильтрацию применением рекуррентной разностной фильтрации // ЛШ Научная сессия, посвященная Дню радио: Тезисы докладов. - М.: РНТОРЭС, 1998. С. 118 - 120.
6. Схрейвер А. Теория линейного и целочисленного программирования: Т. 2. - М.: Мир, 1991.-342 с.
7. Буров Ю.Я. Синтез трансверсальных разностных фильтров с целочисленными коэффициентами // ЛШ Научная сессия, посвященная Дню радио: Тезисы докладов. - М.: РНТОРЭС, 1998. С. 238 - 239.
8. Буров Ю.Я., Бурова А.Ю. Синтез рекуррентных разностных цифровых фильтров // LV Научная сессия, посвященная Дню радио: Тезисы докладов. - М.: РНТОРЭС, 2000. С. 261.
9. •. // 1983. • 1. С. 52 - 54.
10. Шинаков Ю.С., Буров Ю.Я. Анализ трансверсальных разностных цифровых фильтров с целочисленными коэффициентами // LV Научная сессия, посвященная Дню радио: Тезисы докладов. - М.: РНТОРЭС, 2000. С. 260.
11. Сабаев Л.В. Цифровой нерекурсивный фильтр. Авторское свидетельство СССР № 942247, 1980.



THEORY, METHODS AND ALGORITHMS OF DIFFERENCE DIGITAL FILTERING

Shinakov Yu. S., Burov Yu. Ya., Burova A. Yu.

Moscow Technical University of Communications and Informatics
111024, Moscow, Aviamotornay St.,8-a, RTS Department.

ABSTRACT. It is offered the systematization of the ideas, which is generalising the practical experience and reflecting regularities of the difference digital filtering (DDF) with the different orders of the difference of its algorithms. The using of DDF allows us to reduce the value of the word size for the cells of memory and to shorten a number of the operations of the multiplying in the computing algorithms for the digital signal processing during its realization on the Programmable Logic Devices (PLD) or during the development of the custom or semicustom VLSI.

INTRODUCTION. the actuality of the development of the theory and methods of the DDF is connected with need of raising the degrees to possible minimization of the hardware expenseses at any realization of the algorithms for the digital filtration on the PLD [1] and during design of the new VLSI with the condition of the conservation or even increasing a given level of the accuracy for the digital signal processing [2]. It is possible to reduce greatly a hardware volume and at the development of the custom or semicustom VLSI by the methods of the DDF [3].

Indicative particularities of proposed theory for the DDF are: the universality, the specialization and the complex. The versatility of the theory is concluded in possibility of the practical realization of its methods on any processor facilities: microprocessors for the broad using, single-purpose digital signal processors, PLD or universal computers. The specialization is provided by the possibilities of the hardware realization for the different algorithms of digital filtering during the designing of the custom or semicustom VLSI. The complex is ensured by the total deciding of the problems for the scientifically-practical motivation of the methods for the DDF, analysis and syntheses of the recurrence (recursive) difference filters, as well as the practical applications of the theory.

GENERALIZATION OF TANNING RESULTS. Proposed theoretical branch for the digitalization of the signal processing by the difference methods is the development of the idea of the difference structures for the Radiotechnics [4]. Moreover, the difference filtering is the generalising of the digital filtration, which is possible considered as a special case of the difference filtering, when are zero any order of the difference in the algorithm of DDF:

$$\begin{aligned}
 y(k) &= \sum_{n_0=0}^{N_0-1} h_r(n_0) \cdot x(k-n_0) = h_r(0) \cdot x(k) + h_r(1) \cdot x(k-1) + h_r(2) \cdot x(k-2) + \dots + h_r(N_0-1) \cdot x(k-N_0+1) = \\
 &= [h_r(0)] \cdot x(k) + [h_r(0) + \Delta h_1(1)] \cdot x(k-1) + [h_r(1) + \Delta h_1(2)] \cdot x(k-2) + \dots + [h_r(N_0-2) + \Delta h_1(N_0-1)] \cdot x(k-N_0+1) = \\
 &= [\Delta h_1(0)] \cdot x(k) + [\Delta h_1(0) + \Delta h_1(1)] \cdot x(k-1) + [\Delta h_1(0) + \Delta h_1(1) + \Delta h_1(2)] \cdot x(k-2) + \dots \\
 &\dots + [\Delta h_1(0) + \Delta h_1(1) + \Delta h_1(2) + \dots + \Delta h_1(N_0-1)] \cdot x(k-N_0+1) = \\
 &= \sum_{n_0=0}^0 \Delta h_1(n_0) \cdot x(k-n_0) + \sum_{n_0=1}^1 \Delta h_1(n_0) \cdot x(k-n_0) + \sum_{n_0=2}^2 \Delta h_1(n_0) \cdot x(k-n_0) + \dots + \sum_{n_0=N_0-1}^{N_0-1} \Delta h_1(n_0) \cdot x(k-n_0) = \sum_{n_0=0}^{N_0-1} \Delta h_1(n_0) \cdot x(k-n_0)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & n_0=0 \qquad n_0=0 \qquad n_0=0 \qquad n_0=0 \qquad n_0=0 \quad n_1=0 \\
 & =\Delta h_1(0) \cdot x(k) + \{ \Delta h_1(0) + [\Delta h_1(0) + \Delta h_2(1)] \} \cdot x(k-1) + \{ \Delta h_1(0) + [\Delta h_1(0) + \Delta h_2(1)] + [\Delta h_1(1) + \Delta h_2(2)] \} \cdot x(k-2) + \dots \\
 & \dots + \{ \Delta h_1(0) + [\Delta h_1(0) + \Delta h_2(1)] + [\Delta h_1(1) + \Delta h_2(2)] + \dots + [\Delta h_1(N_0-2) + \Delta h_2(N_0-1)] \} \cdot x(k-N_0+1) = \\
 & \sum_{n_0=0}^0 \sum_{n_1=0}^{n_0} \Delta h_1(n_0) \cdot x(k-n_0) + \sum_{n_0=0}^1 \sum_{n_1=0}^{n_0} \Delta h_1(n_0) \cdot x(k-n_0) + \sum_{n_0=0}^2 \sum_{n_1=0}^{n_0} \Delta h_1(n_0) \cdot x(k-n_0) + \dots + \sum_{n_0=0}^{N_0-1} \sum_{n_1=0}^{n_0} \Delta h_1(n_0) \cdot x(k-n_0) = \\
 & \sum_{n_0=0}^{N_0-1} \sum_{n_1=0}^{n_0} \sum_{n_2=0}^{n_1} \Delta h_2(n_2) \cdot x(k-n_2) = \dots = \sum_{n_0=0}^{N_p-1} \sum_{n_1=0}^{n_0} \sum_{n_{j-1}=0}^{n_{j-2}} \dots \sum_{n_{j-1}=0}^{n_{j-2}} \sum_{n_j=0}^{n_{j-1}} \Delta h_j(n_j) \cdot x(k-n_j),
 \end{aligned}$$

where $x(k)$ and $y(k)$ – the digital countings at the input and the output of the filter accordingly, $k=0,1,2,\dots$,
 $h_r(n)$ – the coefficients of the digital filtration with the order, which is equal N_0 , $n=0,1,2,\dots,N_0-1$,
 $\Delta h_j(n)$ – the difference coefficients of the difference filtering with the order of the difference of the algorithm for the DDF, which is equal j : $\Delta h_j(n) = \Delta h_{j-1}(n-1) + \Delta h_j(n)$,
 J – the order of the difference of the algorithm for the DDF: $\Delta h_{j+1}(0) = \Delta h_j(0)$, $j=1,2,3,\dots,J$.

Currently had been designed and approved in the different degrees some different groups of the computing algorithms of the DDF:

- The difference digital filtering of the low orders of the difference with the small values of the word size for the noninteger coefficients [11, 9] (the algorithms by L.V. Sabaev and by V.S. Kuzkin),
- The transversal difference digital filtering of the higher orders of the difference with the integer coefficients [3, 7] (the algorithms by Yu.S. Shinakov and by Yu.Ya. Burov),
- The recurrence difference digital filtering of the different orders of the difference with the small values of the word size for the noninteger coefficients and with only the integer coefficients [5, 8] (the algorithms by Yu.Ya. Burov and by A.Yu. Burova).

CONCLUSION. The actuality of the chosen subject is founded by the growing of the need for the design and improvements of the methods for the digital realization of the different algorithms for the signal processing, making a new element base of the computing machinery, as well as the constant reducing of the hardware expenses on the realization of any digital method.

Novelty of the results is concluded in the creation and development of new theoretical branch of the digital filtrations and in the generalization of the theory for the difference approach to the realization of the digital filtering algorithms on the PLD and new VLSI.

REFERENCES

1. V.B. Steshenko. PLD of the company ALTERA: designing of the devices for signal processing - M.: DODEKA, 2000. - 128 p.
2. V.V. Vityazev, K.A. Bodrov, S.V. Ivanov. An Adaptive Multirate Filtration of Narrow-Band Processes // The 1-st International Conference DSPA'98: Proceedings: V.I. - M.: MCNTI, 1998. P. 155 - 160.
3. Yu.S. Shinakov, Yu.Ya. Burov. Difference Digital Filtering with Integer Coefficients // The 1-st International Conference DSPA'98: Proceedings: V.II. - M.: MCNTI, 1998. P. 94 - 99.
4. A.N. Tihonov, A.A. Samarski. The equations of mathematical physics. - M.: Science, 1966. - 724 p.
5. Yu.Ya. Burov. Minimization of hardware expenses on the digital filtration by the using of the recurrence difference filtering // LIII Scientific session, denoted Day radio: Theses of reports. - M.: RNTORES, 1998. P. 118-120.
6. A. Shraver. The theory of linear and integer programming: V. 2. - M.: Mir, 1991. - 342 p.
7. Yu.Ya.Burov. Syntheses of the transversal digital filters with integer coefficients. // LIII Scientific session, denoted Day radio: Theses of reports. - M.: RNTORES, 1998. P.238 - 239.
8. Yu.Ya.Burov, A.Yu. Burova. Syntheses of the recurrence digital filters. // LV Scientific session, denoted Day radio: Theses of reports. - M.: RNTORES, 2000. P. 261.
9. V.S. Kuzkin. Difference digital filtering // Radiotechnics. 1983. № 1. P. 52 - 54.
10. Yu.S. Shinakov, Yu.Ya. Burov. Analysis of the transversal digital filters with integer coefficients. // LV Scientific session, denoted Day radio: Theses of reports. - M.: RNTORES, 2000. P. 260.
11. L.V. Sabaev. Digital nonrecursive filter. Author's certificate USSR № 942247, 1980. - 4 p.