ГЕНЕРАЦИЯ СТРУКТУР ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ

Лесников В.А., Наумович Т.В.

Вятский государственный технический университет, кафедра радиоэлектронных средств
610000, г. Киров, ул. Московская, 36,
тел. (833-2)-693295, факс (833-2)-626578, e-mail: trubin@vgtu.riac.ru

Реферат. Предлагается способ получения всех возможных структурных схем цифровых фильтров с заданным числом узлов за счет генерации топологических матриц

1. ВВЕДЕНИЕ

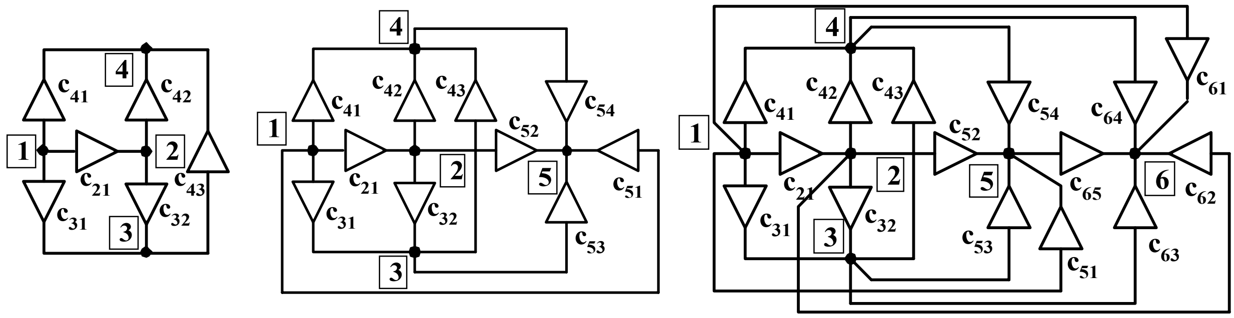
Известно, что одна и та же передаточная функция цифрового фильтра (ЦФ) может быть реализована при помощи разных вариантов структурных схем (прямая форма, канонические структуры, лестничные структуры Митры и Шервуда, ортогональные полиномиальные структуры, волновые фильтры Феттвайса, волновые структуры Эрфани и Пейкари, мостовые фильтры Седлмейера, структуры “leap-frog” Брутона и многие другие), различающихся уровнем шумов округления результатов арифметических операций, чувствительностью к точности представления коэффициентов, уровнем паразитных колебаний предельных циклов и т. п. К сожалению, задача структурного синтеза рекурсивного ЦФ по заданной спецификации требований однозначного решения не имеет. Корректное выполнение структурного синтеза в настоящее время должно предусматривать перебор достаточно большого числа вариантов реализации структурных схем, для каждой из которых осуществляется параметрический синтез (расчет коэффициентов), округление коэффициентов с учетом ограничений на разрядность, дискретная оптимизация коэффициентов, анализ характеристик ЦФ (чувствительности к точности представления коэффициентов, уровня шумов округления и т. п.). Такой подход, очевидно, имеет ограничения, связанные, во-первых, с невозможностью полного перебора всех возможных структур, и, во-вторых, с большой размерностью задач анализа и оптимизации для конкретной структуры. В ряде работ, например в [1, 2], предприняты попытки решения этой задачи, опирающиеся на использовании уравнений состояния. Однако данный подход имеет ограничения. Дело в том, что не существует взаимно однозначного соответствия между уравнениями состояния и структурой ЦФ. Коэффициенты подавляющего большинства структур ЦФ не совпадают с коэффициентами уравнений состояния. В [3] такие структуры названы распределенными.

Авторы в своих работах [4 - 7] развивают подход к структурному синтезу ЦФ, основанный на генерации всех возможных структур при заданном числе узлов структурной схемы. В работах [8, 9] рассматривались вопросы генерации структур цифровых фильтров на основе линейных преобразований топологических матриц некоторых базовых структур. Однако в этих работах ограничились ЦФ второго порядка, и не рассмотрен вопрос о полноте множества сгенерированных структур.

2. АЛГОРИТМ ГЕНЕРАЦИИ СТРУКТУР

Алгоритм цифровой фильтрации на структурном уровне принято описывать структурными схемами, содержащими такие элементы, как блоки умножения на постоянный коэффициент, блоки задержки на один интервал дискретизации и сумматоры. По сути дела, такие структурные схемы эквивалентны ориентированным сигнальным графам Мэзона. Алгебраическими эквивалентами сигнальных графов являются различного вида топологические матрицы. Одним из видов топологических матриц является матрица передаточных функций цепи $\mathbf{T}(\mathbf{z}^{-1})$, элемент $\mathbf{t}_{ij}$, которой представляет собой передаточную функцию (коэффициент передачи) от узла с номером **j** к узлу с номером **i** (предполагается, что все узлы структуры ЦФ пронумерованы рядом натуральных чисел, начиная с 1). Перенумерация узлов равносильна перестановке строк и столбцов матрицы $\mathbf{T}(\mathbf{z}^{-1})$. В [10] показано, что для физической реализуемости (вычислимости) структурной схемы ЦФ необходимо и достаточно существование такой нумерации узлов, при которой все отличные от 0 и от $\mathbf{z}^{-1}$ элементы матрицы $\mathbf{T}(\mathbf{z}^{-1})$ находятся ниже главной диагонали. Такое представление топологической матрицы будем называть каноническим. Представим топологическую матрицу в виде $\mathbf{T}(\mathbf{z}^{-1}) = \mathbf{C} + \mathbf{z}^{-1}\mathbf{Z}$, где матрица **Z** описывает только ветви с блоком задержки на интервал дискретизации.

Процесс синтеза структурных схем ЦФ состоит из двух этапов. На первом этапе выбирается матрица **C** соответствующей размерности. На рис. 1, а – в представлены функциональные блоки , соответствующие матрицы **C** размерности 4 – 6, соответственно.



а б в

Рис. 1. Структурные схемы базовых структурных единиц

Совершенно очевидно, что для построения структурных схем матриц **C** можно использовать рекурсию (рис. 2). На этом рисунке $\mathbf{Str_N}$ – это структура, соответствующая матрице **C** порядка **N**, **i** – узлы структуры.

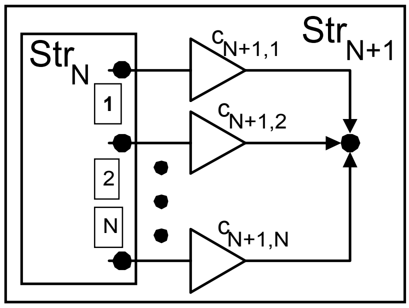


Рис. 2. Рекурсия при построении функциональных блоков

На втором этапе генерируется матрица **Z** (перебираются возможные положения элементов $\mathbf{z^{-1}}$). Получившаяся после генерации матрица $\mathbf{T(z^{-1})}$ задает основу для получения множества структур. Дело в том, что число степеней свободы получившейся системы (число коэффициентов $\mathbf{c_{ij}}$) существенно больше, чем число параметров, определяющих передаточную функцию. Некоторым из коэффициентам можно присвоить произвольные значения, в том числе значения 0, ±1.

В [4 - 6] показано, что, генерируя матрицы порядка **N** со всеми возможными допустимыми коэффициентами и задавая номера входного (**inp**) и выходного (**out**) узлов, можно получить все физически реализуемые ЦФ.Однако, данный метод генерации структур характеризуется большой степенью избыточности. Значительное количество полученных структур необходимо отбросить, например, по той причине, что они не являются каноническими по числу блоков задержки. В [6] авторами показано, что структурный синтез должен включать процедуру генерации канонической топологической матрицы, содержащей элементы $\mathbf{z^{-1}}$ только выше главной диагонали и не более одного в строке и столбце.

В качестве примера рассмотрим вариант, для которого **N = 5** , **inp = 3**, **out = 4**. Топологическая матрица для этого случая имеет следующий вид:

$$\mathbf{T}\left(\mathbf{z}^{-1}\right)=\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{z}^{-1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{c}_{21} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{z}^{-1} \\ \mathbf{c}_{31} & \mathbf{c}_{32} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{c}_{41} & \mathbf{c}_{42} & \mathbf{c}_{43} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{c}_{51} & \mathbf{c}_{52} & \mathbf{c}_{53} & \mathbf{c}_{54} & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \qquad (1)$$

Этому варианту соответствует ЦФ, структурная схема которого представлена на рис. 3.

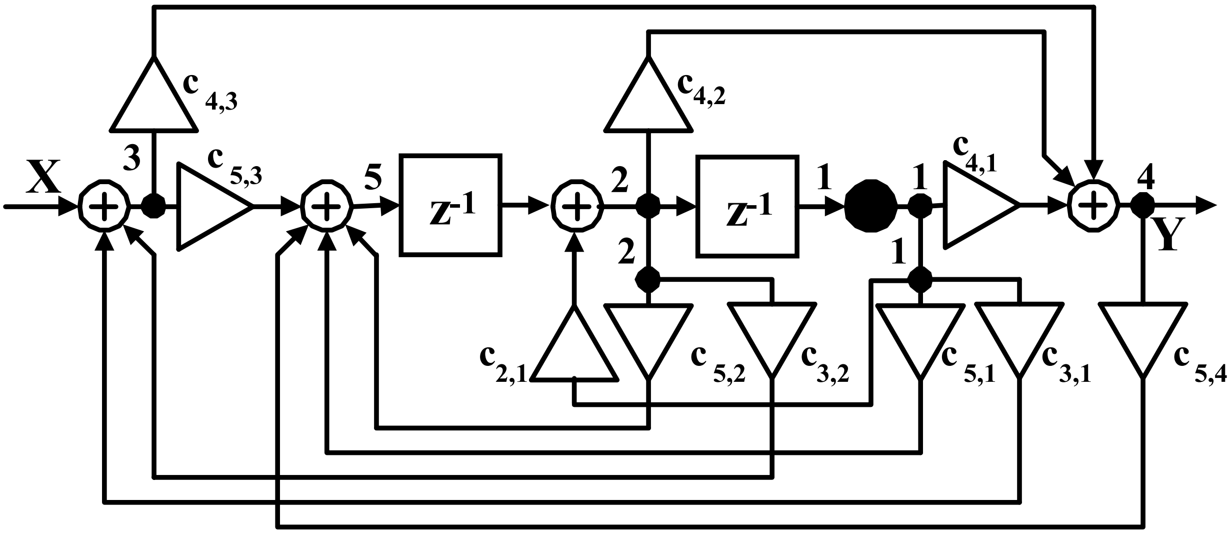


Рис. 3. Пример сгенерированной структуры цифрового фильтра

3. ПЕРЕДАТОЧНАЯ ФУНКЦИЯ ГЕНЕРИРУЕМЫХ ЦФ

Работа ЦФ на структурном уровне описывается [3] разностным матричным уравнением

$$\mathbf{Y_k} = \mathbf{C}\mathbf{Y_k} + \mathbf{Z}\mathbf{Y_{k-1}} + \mathbf{I}\mathbf{x_k}\,, \tag{2}$$

где $\mathbf{Y_k}$ – вектор отсчетов, вычисляемых во всех узлах ЦФ в момент времени $\mathbf{kT_s}$; $\mathbf{T_s}$ – интервал дискретизации; $\mathbf{I}$ – вектор, все элементы которого равны нулю, за исключением элемента с номером **inp**, равного единице; $\mathbf{x_k}$ – отсчеты входной последовательности ЦФ. Из этого уравнения получим

$$\mathbf{Y_k} = (\mathbf{E} - \mathbf{C})^{-1}(\mathbf{Z}\mathbf{Y_{k-1}} + \mathbf{I}\mathbf{x_k}), \tag{3}$$

где $\mathbf{E}$ – единичная матрица. Взяв от (2) **z**-преобразование, получим выражение

$$\mathbf{H}(z^{-1}) = (\mathbf{E} - \mathbf{T}(z^{-1}))^{-1}, \tag{4}$$

где $\mathbf{H}(\mathbf{z}^{-1}) = [\mathbf{H_{i,j}}(\mathbf{z}^{-1})]$ – матрица передаточных функций ЦФ в случае, если узлы **j** и **i** являются соответственно входным и выходным узлами ЦФ.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предлагаемый в докладе способ генерации структурных схем позволяет применить в структурном синтезе параметрический подход, позволяющий отказаться от перебора и анализа известных структур. Кроме того, появляется возможность реализации изменения структуры ЦФ путем изменения некоторых параметров.

БИБЛИОГРАФИЯ

1. Barnes C. W. Error feedback in normal realization of recursive digital filters. - IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1981, vol. CAS-28, № 1, p. 72 - 75.
2. Серков В. В. Метод построения неканонических эквивалентных структур цифровых фильтров// Современные проблемы радиотехники, электроники и связи: Научн. – техн. конф., Минск, 1995. – с. 327.
3. Nishihara A., et al. -. Дэнси цусин гаккай ромбунси, 1980, j63A, № 8, 498 - 505. (Есть перевод: Нисихара А. и др. Минимизация чувствительности цифровых фильтров путем преобразования параметров. - М.: ВЦП № Л-09879, 1985. - 22с.).
4. Лесников В. А., Наумович Т. В., Частиков А. В. Автоматическая генерация структур цифровых фильтров. - В сб.: Теория цепей и сигналов (ТЦиС-96): Тез. докл. Третьей Всерос. науч.-техн. конф. Новочеркасск, 1996, с. 11 - 12.
5. Лесников В. А., Наумович Т. В., Частиков А. В. Автоматическая генерация структур цифровых фильтров. - Известия вузов. Электромеханика, 1999, № 2, с. 73 – 74.
6. Лесников В. А., Наумович Т. В. Генерация и нумерация структур при структурном синтезе рекурсивных цифровых фильтров. – Сб. трудов 6-й Международной научно-технической конференции «Радиолокация, навигация, связь» – Воронеж, 2000. – т. 3. – с. 1858 – 1868.
7. Лесников В. А., Наумович Т. В. Дискретизация z-плоскости при синтезе рекурсивных цифровых фильтров. - Вестник Вятского научн. центра Верхне-Волжского отделения Акад. технолог. наук Российской Федерации. Серия: Проблемы обработки информации. Выпуск 1/98. Сб. научных трудов. - Киров, 1998. - с.92 - 98.
8. Haug K. Ein Verfahren zur Ermittlung aller aquivalenten Strukturen digitaler Filter. - Universitat Stuttgart. - 1978. - 251 s.

9. Lanfer H. Strukturen und Kettenschaltungen digitaler Filter mit minimalem Rundungsrauschen. - Freiburg, 1980. - 213 s.
10. Крошьер, Оппенгейм. Анализ линейных цифровых цепей. - ТИИЭР, 1975, т. 63, № 4, с. 45 - 60.
11. Ланнэ А. А., Шевкопляс Г. Б. Шумы и точность реализации характеристик цифровых фильтров. - Зарубежная радиоэлектроника, 1974, № 4, с. 18 - 47.

GENERATION OF STRUCTURES OF DIGITAL FILTERS

Lesnikov V.A., Naumovich T.V.

Vyatka State Technical University
36 Moscow str., Kirov 610000, Russia
Phone (+7-833-2) -693295, Fax (+7-833-2) -626578, E-mail: trubin@vgtu.riac.ru

Abstract. The way of obtaining of all possible digital filters structures with given number of nodes is offered at the expense of generation of topological matrixes.

It is known, that the same transfer function of a digital filter can be realised through miscellaneous versions of the structure, distinguishing in a roundoff noise level, sensitivity to accuracy of representation of coefficients, level of limit cycles, etc. Unfortunately, the problem of structural synthesis of IIR digital filters under the given specification of the requirements of the unambiguous decision has not. The correct fulfilment of structural synthesis now should envision exhaustive search of rather large number of versions of structures, for each of which the parametric synthesis is executed, roundoff of coefficients is implemented in view of limitations on a coefficient wordlength, discrete optimization of coefficients is executed, analysis of the characteristics of digital filter is executed. Such approach, apparently, has limitations, bound, at first, with impossibility of an exhaustive search of all possible structures, and, secondly, with large dimension of problems of the analysis and optimization for particular structure.

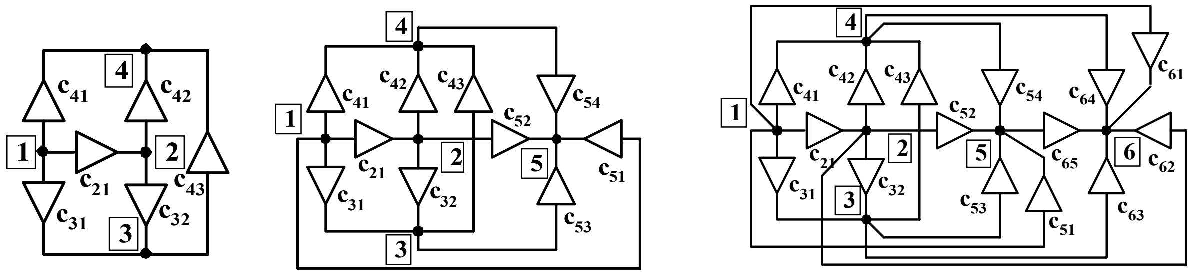
The authors in the own publications [1 - 2] develop founded on generation of all possible structures with fixed number of nodes the approach to structural synthesis of digital filters.

The structure of a digital filter can be described by topological matrixes of a different kind. The structure of a digital filter can be described by topological matrixes of a different kind. One of kinds of topological matrixes is the matrix of transmission factor of a circuit $\mathbf{T(z^{-1}) = [t_{ij}]}$. Element $\mathbf{t_{ij}}$ represents a transmission factor from a node with number **j** to a node with number **i**. That the digital filter was is physical realizable, it is necessary and enough, that there was such numbering of nodes, at which one all members of a topological matrix which is distinct from **0** and from $\mathbf{z^{-1}}$, were of a below main diagonal [3]. Such representation of a topological matrix we shall call canonical. Is representable a topological matrix as $\mathbf{T(z^{-1}) = C + z^{-1}Z}$, where the matrix **Z** describes only branchess with the unit of delay on a sampling interval.

The proposed algorithm of generation of the digital filter structure consists of two stages.
At the first stage the matrix **C** of given dimension is selected. In a fig. 1, a - c are shown structures applicable to matrixes **C** with dimension from 4 up to 6, accordingly.

At the second stage the matrix **Z** is generated. It means, that at the given stage the exhaustive search of possible positions of members $\mathbf{z^{-1}}$ in a matrix is executed.

As an example we shall consider version, for which one of **N = 5**, **inp = 3**, **out = 4**. The topological matrix for this case has a following view:



a b c

Fig. 1. The structures of base structural units

$$\mathbf{T}\left(z^{-1}\right)=\begin{bmatrix} 0 & z^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ c_{21} & 0 & 0 & 0 & z^{-1} \\ c_{31} & c_{32} & 0 & 0 & 0 \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & 0 & 0 \\ c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{54} & 0 \end{bmatrix}. \tag{1}$$

To this version corresponds digital filter, the structure which one is shown in a fig. 2.

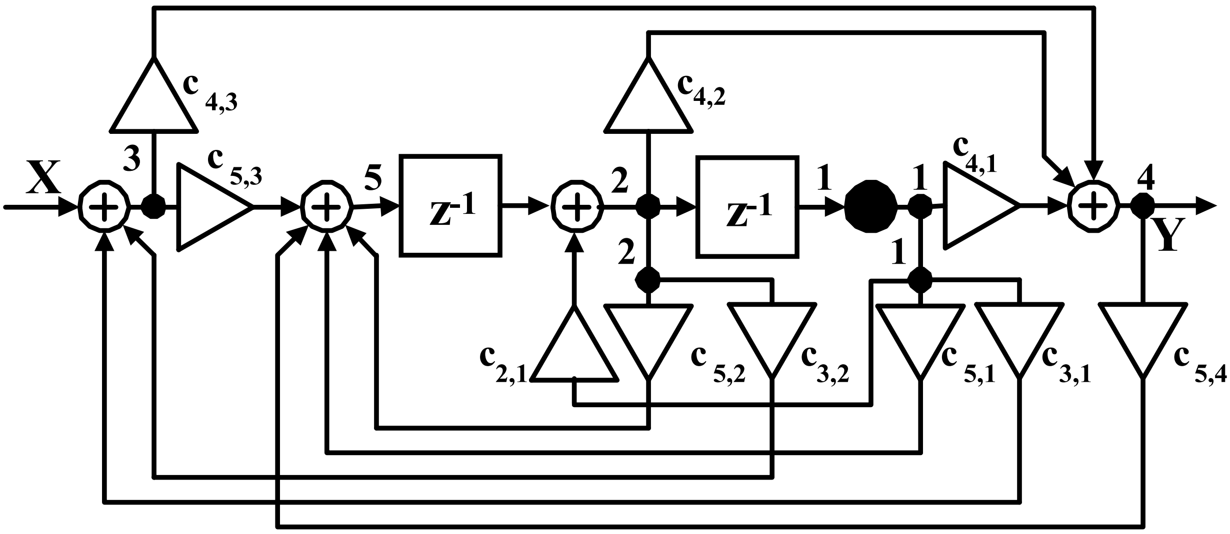


Fig. 2. An example of the generated structure of a digital filter

The way, proposed in the report, of generation of the structures allows to apply in structural synthesis the parametric approach permitting to refuse from exhaustive search and the analysis of known patterns. Besides there is a capability of implementation of modify digital filter structure by change of some parameters.

REFERENCES

1. Лесников В. А., Наумович Т. В., Частиков А. В. Автоматическая генерация структур цифровых фильтров. - Известия вузов. Электромеханика, 1999, № 2, с. 73 – 74.

2. Лесников В. А., Наумович Т. В. Генерация и нумерация структур при структурном синтезе рекурсивных цифровых фильтров. – Сб. трудов 6-й Международной научно-технической конференции “Радиолокация, навигация, связь” – Воронеж, 2000. – т. 3. – с. 1858 – 1868.

3. Crochier, Oppenheim. The analysis of linear digital circuits. – Proc. IEEE, 1975, v. 63, № 4.