

ОКБ "ЭЛАНОР", 111024, Москва, ул.Авиамоторная д. 8а, НИЧ,  
тел. (+7-095) 273-88-86, E-mail: dpar@mail.ru

**Реферат** - В работе представлен метод анализа характеристик настройки корректора канала по сигналу, представляющему собой псевдослучайную последовательность информационных символов. Для иллюстрации метода для адаптации корректора использован быстрый алгоритм Калмана. Приведен пример расчета корректора канала по рассмотренной методике.

Как известно, искажения амплитудной и фазовой характеристик канала связи вызывают межсимвольную интерференцию (МСИ), которая ведет к росту числа ошибочно принятых символов. Для компенсации этих искажений используются корректоры каналов (эквалайзеры) [1], передаточная функция которых в идеальном случае является обратной передаточной функцией канала. Настройка корректора происходит по отклику канала на настроечный сигнал, переданный передатчиком. В качестве такого сигнала может выступать специальная последовательность или непосредственно сам рабочий сигнал. Цель анализа – определить пригодность в данной ситуации того или иного метода настройки и получить характеристики процесса настройки корректора.

Анализ процесса настройки корректора канала состоит из нескольких шагов:

- Предварительный расчет характеристик настройки корректора в заданных условиях;
- Построение модели настройки корректора;
- Сбор опытных данных на основе построенной модели;
- Сравнение опытных данных с предварительными расчетами;
- Составление заключительных выводов.

Рассмотрим эти шаги более подробно.

## Предварительный расчет

Рассмотрим случай, когда настройка корректора канала осуществляется по известной на приемной стороне псевдослучайной последовательности символов  $d(n)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots$

Точность настройки корректора будем характеризовать близостью среднеквадратического отклонения (СКО) ошибки на выходе корректора  $\zeta^2(n)$  к оптимальному значению СКО  $\zeta_{opt}^2$ , которое достигается при оптимальном векторе весовых коэффициентов трансверсального фильтра  $C_{opt}$ . Минимизация СКО является хорошим критерием для проектирования корректора [1]. Под временем адаптации корректора будем понимать число итераций  $n_0$ , после которого становится справедливым условие

$$|\zeta^2(n) - \zeta_{opt}^2| \leq \delta \quad \text{для всех } n \geq n_0. \quad (\Phi. 1)$$

Значение порога  $\delta$  зависит от требуемой величины СКО на выходе корректора. Оптимальный вектор  $C_{opt}$  может быть найден из уравнения Винера-Хопфа, записанного в матричной форме [2]

$$C_{opt} = R^{-1} \cdot P, \quad (\Phi. 2)$$

где  $R$  - корреляционная матрица входного сигнала  $\xi(n)$ , а  $P$  - множество значений взаимокорреляционной функции отсчетов полезного отклика и отсчетов входного сигнала. Оптимальная ошибка  $\zeta_{opt}^2$  связана с  $C_{opt}$  выражением

$$\zeta_{opt}^2 = E[\xi^2(n)] - P^T \cdot C_{opt}, \quad (\Phi. 3)$$

где  $E[\cdot]$  - знак математического ожидания.

Предположим, что время адаптации корректора должно быть минимизировано. Для достижения этой цели используем быстрый алгоритм Калмана [3]. Как показано в [4] зависимость СКО от числа итераций  $\zeta^2(n)$  для алгоритма Калмана приблизительно описывается выражением

$$\zeta^2(n) \approx \zeta_{opt}^2 \cdot (1 + N \cdot n^{-1}). \quad (\Phi. 4)$$

Отсюда можно оценить количество итераций, требуемых для настройки корректора канала по критерию (Ф. 1).

При моделировании настройки корректора теоретическое поведение СКО определяемое (Ф. 4) полезно сравнить с действительным, вычисленным по формуле

$$\zeta^2(n) = \zeta_{opt}^2 + V^T(n) \cdot R \cdot V(n), \quad (\Phi. 5)$$

где  $V(n) = C(n) - C_{opt}$  - отклонение вектора весовых коэффициентов фильтра  $C(n)$  от винеровского оптимального вектора весовых коэффициентов  $C_{opt}$  на  $n$ -й итерации [2].

Из (Ф. 2) и (Ф. 3) следует, что для расчета  $C_{opt}$  и  $\zeta_{opt}^2$  требуется знание матриц  $P$  и  $R$ . Поскольку аналитический расчет этих матриц сложен, лучше поступить по другому. Используя, например, систему MATLAB можно построить модель тракта передачи (см. ниже), смоделировать прохождение сигнала  $d(n)$  через канал, получить отклик канала  $\xi(n)$  и по нему оценить  $P$  и  $R$  [5, 6].

Для получения правильных результатов нужно задаться длительностью сигнала  $L_d$  и количеством испытаний  $N_{t1}$ . Выбор значений  $L_d$  и  $N_{t1}$  следует производить исходя из заданной точности ожидаемых оценок. Согласно [7] имеют место соотношения

$$L_d = \frac{1}{B \cdot \varepsilon^2}, N_{t1} = \frac{1}{\varepsilon^2}, \quad (\text{Ф. 6})$$

где  $B$  - спектральная ширина случайного стационарного процесса  $\xi(n)$ ,

$\varepsilon$  - ожидаемая нормированная среднеквадратическая ошибка оценки.

На каждом  $i$ -м ( $i = 0, 1, \dots, N_{t1} - 1$ ) испытании следует вычислять матрицу  $R_i$ , векторы  $P_i$  и  $C_{opt_i}$  и ошибку  $\zeta_{opt_i}^2$ . После этого следует произвести их статистическую обработку, вычислив средние значения и дисперсии оценок, а также построив для них соответствующие доверительные интервалы.

**Построение модели**

Базовая модель настройки корректора канала показана на рис. 1. В общем случае она может быть

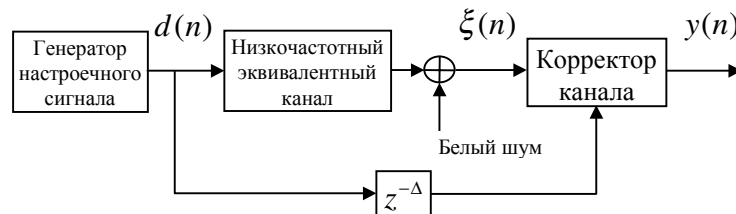


Рис. 1 Настройка корректора канала

более сложной. Помимо элементов, изображенных на рис. 1 в нее могут быть включены и другие элементы, специфичные для конкретной ситуации. Основными элементами модели на рис. 1 являются:

- Генератор настроечного сигнала, по которому осуществляется настройка корректора канала.
- Низкочастотный эквивалентный канал. Моделируется передаточной функцией  $H(z)$ , которая учитывает частотные характеристики всех элементов тракта передачи.
- Генератор белого шума.
- Задержка на  $\Delta$  отсчетов, использование которой обычно при моделировании обратных систем [2].
- Корректор канала, реализованный в виде трансверсального фильтра порядка  $N$ . На вход корректора поступает отклик канала  $\xi(n)$  и обучающий сигнал  $d(n)$ . Адаптация корректора канала производится по быстрому алгоритму Калмана [3].

**Сбор опытных данных и сравнение с предварительными расчетами**

Основная цель этого шага – проверить сходимость алгоритма в тестовой ситуации и снять характеристики процесса настройки корректора. Для этого следует получить набор реализаций СКО  $\zeta_i^2(n)$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, N_{t2} - 1$ , рассчитанных по (Ф. 5), а затем после усреднения всех  $\zeta_i^2(n)$  получить усредненную кривую  $\zeta_{avr}^2(n)$ . Количество реализаций  $N_{t2}$  зависит от характера адаптивного процесса и от желаемой точности измерений, производимых по  $\zeta_{avr}^2(n)$ . На основе анализа кривой  $\zeta_{avr}^2(n)$  и предварительных расчетов можно сделать вывод о соответствии ожидаемых и полученных характеристик процесса настройки корректора.

**Составление заключительных выводов**

Назначение выводов - обобщение результатов всей проделанной работы и принятие решения о пригодности выбранных методов настройки корректора канала в данной ситуации. От этого решения зависит дальнейший ход разработки устройства: в случае положительного решения выбранные методы утверждаются, а в случае отрицательного решения требуется отыскать другие методы и повторить описанные выше шаги.

**Пример**

Для иллюстрации изложенной выше методики был выбран низкочастотный эквивалент канала, который по нормам на затухание и групповую задержку сигнала удовлетворяет рекомендации М.1020 (см. рис. 2). Отношение сигнал/шум в канале  $25dB$ , шум белый гауссовский. Ширина спектра сигнала  $B = 2400Гц$ . Величина порога  $\delta$  была выбрана равной  $3dB$  [3,4]. Ширина спектра  $B$  вместе с нормированной СКО  $\varepsilon = 0.01$  были использованы для расчета  $L_d$  и  $N_{t1}$ . Весовые коэффициенты найденного оптимального фильтра  $C_{opt}$  показаны на рис. 3. При этом оптимальное СКО имеет среднее значение  $\zeta_{opt}^2 = -25.069dB$  (уровень сигнала на входе фильтра  $0dB$ ) и с доверительной вероятностью 95% лежит в интервале  $-25.13344dB \leq \zeta_{opt}^2 \leq -25.00585dB$ .

Доверительные интервалы рассчитывались исходя из предположения о нормальном законе распределения величин  $\zeta_{opt_i}^2$ . Справедливость этого предположения подтверждается рисунком 4. Близость точек на этом рисунке к прямой указывает на близость закона распределения случайной величины  $\zeta_{opt_i}^2$  к нормальному закону.

Полученная по  $N_{t2} = 20$  реализациям кривая  $\zeta_{avr}^2(n)$  показана на рис 5. Согласно (Ф. 1) и (Ф. 4)

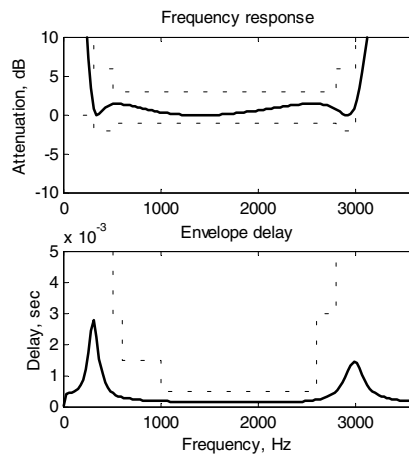


Рис. 2

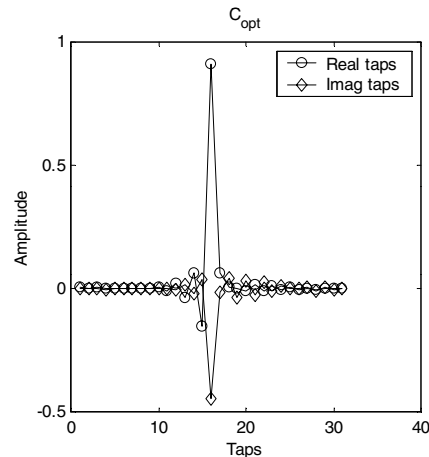


Рис. 3

для фильтра порядка  $N = 31$  процесс адаптации можно считать завершенным при  $n > 31$ , однако практически сходимость наблюдается только при  $n > 58$ .

Список использованной литературы

1. Digital Communication. E. A. Lee и D. G. Messerschmitt 2<sup>nd</sup> ed. Kluwer Academic Publishers, 1994.
2. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов: Пер. с англ. –М.: Радио и связь, 1989 – 440с.: ил.
3. M.S.Mueller, "Least-Squares Algorithms for Adaptive Equalizers", The Bell System Technical Journal Vol.60, No.8 Oct., 1981
4. D. Godard, "Channel Equalization Using a Kalman Filter for Fast Data Transmission", IBM J. Res. Develop. May 1974.
5. Потемкин В. Г. Система MATLAB. Справочное пособие. – М.: ДИАЛОГ-МИФИ, 1997 –350с
6. Statistics Toolbox for use with MATLAB. User's guide.
7. Дж. Бендат, А. Пирсол, "Прикладной анализ случайных данных"; Пер. с англ. – М.: Мир, 1989



EQUALIZER TRAINING ANALYSIS

Parochine D.U.

OKB "ELANOR", 111024, Moscow, 8a Aviamotornaja str.,  
tel: (+7-095) 273-88-86, E-mail: dpar@mail.ru

**Abstract** – This article deals with a method of equalizer training characteristics analysis. It's assumed that equalizer training is performed by a pseudo-random sequence of information symbols. A fast Kalman algorithm was used to illustrate the method proposed.

It's known, that amplitude and phase distortions of transmission channel can provoke intersymbol interference (ISI), which results in the increase of errors in the received symbols. In this case channel equalizers can be used to eliminate these distortions [1]. Theoretically an equalizer transfer function is an inverse channel transfer function.

Equalizer training is performed by the channel response to the signal from the remote transmitter. Specific sequence or data signal can be serve as an equalizer training sequence. The main goal of the analysis is to estimate the convenience of this or that method of training and to obtain basic characteristics of the equalizer training process.

Equalizer training process analysis consists of the following steps:

- Preliminary calculations of equalizer training process characteristics under given conditions.
- Equalizer training model construction.
- Empirical data collection from the model constructed.
- Comparison between empirical data and preliminary calculated data.
- Conclusions.

Let's consider some of steps in detail.

**Preliminary calculations**

Let's consider a case when an equalizer training is performed by a pseudo-random sequence  $d(n)$ ,  $n = 0,1,2,\dots$ , which is known at the receiving side. An acceptable characteristic of the equalizer training accuracy is proximity of the mean square error (MSE)  $\zeta^2(n)$  at the equalizer output to the optimal MSE  $\zeta_{opt}^2$ . The optimal MSE  $\zeta_{opt}^2$  is attained at the optimal vector of transversal filter's taps  $C_{opt}$ . MSE minimization can be considered as a good criterion for equalizer design [1]. By convergence period of adaptive equalizer we understand a number of iterations  $n_0$ , after which the following condition becomes true

$$|\zeta^2(n) - \zeta_{opt}^2| \leq \delta, \text{ for all } n \geq n_0. \tag{7}$$

The threshold value  $\delta$  depends on MSE value, required at equalizer output. The optimum vector  $C_{opt}$  can be found from the Winner-Hopf equation written in the matrix form [2] :

$$C_{opt} = R^{-1} \cdot P \tag{8}$$

where  $R$  - is a correlation matrix of input signal  $\xi(n)$ ,  $P$  - is an ensemble of cross-correlation function values between the learning and input signals. The optimum error  $\zeta_{opt}^2$  depends on  $C_{opt}$  as shown below:

$$\zeta_{opt}^2 = E[\xi^2(n)] - P^T \cdot C_{opt}, \tag{9}$$

where  $E[\cdot]$  - denotes a mean value.

Suppose that convergence period should be minimized. To achieve this goal we use fast Kalman algorithm [3]. As it is shown in [4] the fast Kalman algorithm dependence MSE from iteration number  $\zeta^2(n)$  is approximately described by

$$\zeta^2(n) \approx \zeta_{opt}^2 \cdot (1 + N \cdot n^{-1}) \tag{10}$$

By the last equation, according to we can estimate iterations number required for equalizer training. In the process of modeling it is useful to compare the theoretical MSE behaviour ( $\Phi. 4$ ) with the actual one, defined by

$$\zeta^2(n) = \zeta_{opt}^2 + V^T(n) \cdot R \cdot V(n), \tag{11}$$

where  $V(n) = C(n) - C_{opt}$  is a variance of the filter's taps  $C(n)$  from the optimum set  $C_{opt}$  at the  $n^{\text{th}}$  iteration [2].

In order to get  $C_{opt}$  and  $\zeta_{opt}^2$  from ( $\Phi. 2$ ) and ( $\Phi. 3$ ) we have to know matrixes  $P$  and  $R$ . Pay attention to difficulty of the analytical calculation it is better to follow another way. For example, we can use MATLAB to

construct the model of transmission channel (see below), then simulate passing of  $d(n)$  signal through the channel, get channel response  $\xi(n)$  and after that estimate  $P$  and  $R$  matrixes [5, 6].

To get a valid data we should assume signal length  $L_d$  and tests number  $N_{i1}$ .  $L_d$  and  $N_{i1}$  values could be obtained from the required accuracy of estimations expected. According to [7] there are expressions

$$L_d = 1/B \cdot \varepsilon^2, \quad N_{i1} = 1/\varepsilon^2, \quad (12)$$

where  $B$  - is a spectral bandwidth of stationary random process  $\xi(n)$ ,

$\varepsilon$  - is an expected normalized mean square estimation error.

On each  $i^{\text{th}}$  ( $i = 0, 1, \dots, N_{i1} - 1$ ) step matrixes  $R_i$  and  $P_i$ , vector  $C_{opt_i}$  and error  $\zeta_{opt_i}^2$  should be calculated. Then it should be done a statistical analysis, by means and variances calculation and confidence intervals construction.

### **Empirical data collection**

The main goal of this step is to test the algorithm convergence under the conditions specified and to get equalizer training characteristics. For this purpose we should get ensemble of MSE  $\zeta_i^2(n)$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, N_{i2} - 1$  realizations by means equaltion (Ф. 5) then to average all  $\zeta_i^2(n)$  and finally to get the averaging curve  $\zeta_{avr}^2(n)$ . Realizations number  $N_{i2}$  depends on adaptive process behaviour and expected estimation accuracy by  $\zeta_{avr}^2(n)$  curve. By the  $\zeta_{avr}^2(n)$  curve analysis and preliminary calculations we can make a conclusion about correspondence between the expected and actual equalizer training characteristics.

### **References**

1. E. A. Lee и D. G. Messerschmitt, "Digital Communication" 2<sup>nd</sup> ed. Kluwer Academic Publishers, 1994.
2. B. Widrow, S. D. Stearns, "Adaptive signal processing", Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, 1985.
3. M.S.Mueller, "Least-Squares Algorithms for Adaptive Equalizers", The Bell System Technical Journal Vol.60, No.8 Oct., 1981
4. D. Godard, "Channel Equalization Using a Kalman Filter for Fast Data Transmission", IBM J. Res. Develop. May 1974.
5. Potemkin V. G. "Matlab system. Reference book" – М.: DIALOG-MIFI, 1997 –350p
6. Statistics Toolbox for use with MATLAB. User's guide.
7. J. Bendat, A. Piersol, "Analysis and Measurement Procedures", JOHN WILEY&SONS, Inc 1986.