К ВОПРОСУ ОЦЕНКИ СТРУКТУРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПОДСИСТЕМ С ПОМОЩЬЮ ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ОТ ФУНКЦИИ ПОЛЕЗНОСТИ СИСТЕМЫ

Дикарев В.А.

Тамбовский военный авиационный инженерный институт

В работе [1] определены базовые положений о конфликте, сотрудничестве и безразличии между подсистемами S_i и S_j, входящими в некоторое окружение системы $S = \{ S_1, S_2, ..., S_k, ..., S_n \}$, суть которых заключается в следующем:

если $q(S_i, S_j) < q(S_i, \overline{S}_j)$, то S_j конфликтует с S_i, т.е. $S_j \Re(\overline{S}_j) S_i$; (1)

если $q(S_i, S_j) > q(S_i, \overline{S}_j)$, то S_j сотрудничает с S_i, т.е. $S_j \overline{\Re}_c(\overline{S}_j) S_i$; (2)

если $q(S_i, S_j) = q(S_i, \overline{S}_j)$, то S_j безразлична к S_i, т.е. $S_j \overline{\Re}_б(\overline{S}_j) S_i$, (3)

где q - функция полезности системы; $\overline{S}_j = \varnothing$.

При этом мера структурного взаимодействия может быть определена по следующему соотношению

$$\mu_{ij}(\overline{S}_j) = q(S_i, S_j) - q(S_i, \overline{S}_j) . \tag{4}$$

Представим $q(S_i, S_j)$ в виде ряда Тейлора относительно $S_j = \overline{S}_j$

$$q(S_i, S_j) = q(S_i, \overline{S}_j) + \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial^k q(S_i, \overline{S}_j)}{k! \partial S_j^{\,k}} \cdot (S_j - \overline{S}_j)^k . \tag{5}$$

С учетом (5) соотношение (4) будет иметь вид

$$\mu_{ij}(\overline{S}_j) = \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial^k q(S_i, \overline{S}_j)}{k! \partial S_j^{\,k}} \cdot (S_j - \overline{S}_j)^k = \sum_{k=1}^{n} \frac{\partial^k q(S_i, \overline{S}_j)}{k! \partial S_j^{\,k}} \cdot S_j^{\,k} . \tag{6}$$

Как правило, для оценки структурного взаимодействия подсистем пользуются частной производной

$$\frac{\partial q(S_i, S_j)}{\partial S_j} = \lim_{\Delta S_j \to 0} \frac{q(S_i, S_j + \Delta S_j) - q(S_i, S_j)}{\Delta S_j}, \tag{7}$$

где ΔS_j - приращение системы S_j, вызванное, например, приращением ее входов в результате действия подсистемы S_i.

Для определения корректности использования (7) в качестве оценки структурного взаимодействия воспользуемся соотношением (5)

$$\frac{\partial q(S_i, S_j)}{\partial S_j} = \frac{\partial q(S_i, \overline{S}_j)}{\partial S_j} + \sum_{k=1}^{n} \left[\frac{\partial^k q(S_i, \overline{S}_j)}{(k-1)! \partial S_j^{\,k}} S_j^{\,k-1} + \frac{\partial^{k+1} q(S_i, \overline{S}_j)}{k! \partial S_j^{\,k+1}} S_j^{\,k} \right]$$

или

$$\frac{\partial q(S_i, S_j)}{\partial S_j} = 2 \frac{\partial q(S_i, \overline{S}_j)}{\partial S_j} + 2 \sum_{k=2}^{n} \frac{\partial^k q(S_i, \overline{S}_j)}{(k-1)! \partial S_j^{\,k}} S_j^{\,k-1} + \frac{\partial^{n+1} q(S_i, \overline{S}_j)}{n! \partial S_j^{\,n}} S_j^{\,n} . \tag{8}$$

В свою очередь,

$$\frac{\partial q(S_i, \overline{S}_j)}{\partial S_j} = \lim_{\Delta S_j \to 0} \frac{q(S_i, \overline{S}_j + \Delta S_j) - q(S_i, \overline{S}_j)}{\Delta S_j} . \tag{9}$$

Проанализируем числители пределов (7) и (9)

$$\mu_{ij}(\Delta S_j, S_j) = q(S_i, S_j + \Delta S_j) - q(S_i, S_j), \tag{10}$$

$$\mu_{ij}(\Delta S_j, \overline{S}_j) = q(S_i, \overline{S}_j + \Delta S_j) - q(S_i, \overline{S}_j). \tag{11}$$

Соотношение (10) нарушает основной смысл оценки структурного взаимодействия подсистем, определяемый (1)…(3), следовательно, и (4).

Очевидно, что если $\Delta S_j = S_j$, то (11) вполне соответствует (4). Однако, на основании (9) имеем, что $\Delta S_j \to 0$, следовательно $S_j \to 0$, а это не всегда соответствует действительности. Поэтому для оценки структурного взаимодействия, не нарушая принятой общности (1)…(3), уместно пользоваться соотношением (6).

На основании (8) имеем

$$\frac{\partial q(S_i,\bar{S}_j)}{\partial S_j}=\frac{\partial q(S_i,S_j)}{2\partial S_j}-\sum_{k=2}^{n}\frac{\partial^k q(S_i,\bar{S}_j)}{(k-1)!\partial S_j^{\,k}}S_j^{\,k-1}-\frac{\partial^{n+1}q(S_i,\bar{S}_j)}{2n!\partial S_j^{\,n+1}}S_j^{\,n}\ . \tag{12}$$

С учетом (12) соотношение (6) примет вид

$$\begin{aligned}\mu_{ij}(\bar{S}_j)&=\frac{\partial q(S_i,\bar{S}_j)}{\partial S_j}+\sum_{k=2}^{n}\frac{\partial^k q(S_i,\bar{S}_j)}{k!\partial S_j^{\,k}}S_j^{\,k}=\\ &=\frac{\partial q(S_i,S_j)}{2\partial S_j}S_j+\sum_{k=2}^{n}\frac{(1-k)\partial^k q(S_i,\bar{S}_j)}{k!\partial S_j^{\,k}}S_j^{\,k}-\frac{\partial^{n+1}q(S_i,\bar{S}_j)}{2n!\partial S_j^{\,n+1}}S_j^{\,n+1}\end{aligned}. \tag{13}$$

Из анализа соотношения (13) имеем, что (7) является лишь его компонентой. А обособленное использование (7) для определения (4) возможно в случае, когда:

$$S_j=2 \text{ и } \sum_{k=2}^{n}\frac{(1-k)\partial^k q(S_i,\bar{S}_j)}{k!\partial S_j^{\,k}}S_j^{\,k}-\frac{\partial^{n+1}q(S_i,\bar{S}_j)}{2n!\partial S_j^{\,n+1}}S_j^{\,n+1}=0\,,$$

что является маловероятным**.**

Таким образом, если функция полезности системы дифференцируема в окрестности S_j, а в окрестности $\bar{S}_j$ любое число раз, то оценку структурного взаимодействия подсистем S_i и S_j, входящих в некоторое окружение S, можно производить по (13). При этом обособленное использование (7) с целью оценки структурного взаимодействия подсистем в соответствии с (4) является некорректным.

Литература

1. Сысоев В.В. Конфликт. Сотрудничество. Независимость. Системное взаимодействие в структурно-параметрическом представлении. – М.: МАЭП, 1999.