ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ДРОБНОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ В ЗАДАЧАХ ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКИ ДОПЛЕРОВСКИХ СИГНАЛОВ ПРИ ОЦЕНКЕ ЦЕНТРА ТЯЖЕСТИ СПЕКТРА

Захарченко В.Д., Брыжин А.А.

Волгоградский государственный университет
400120 Волгоград, 2-я Продольная 20, кафедра Радиофизики

В радиотехнических задачах, связанных с измерением скорости движения быстроманеврирующих целей, формирование оперативной и точной оценки допллеровской частоты отраженного сигнала является необходимым условием эффективной работы РЛС. Эти задачи могут быть решены путем спектрального анализа сигналов и напрямую связаны с оценкой параметров спектра.

Измерение частоты в реальном масштабе времени не вызывает трудностей в случае монохроматического сигнала: достаточно подсчитать число положительных переходов сигнала через нулевой уровень за единицу времени (квазичастота); для этой цели используются электронно-счетные частотомеры, работающие по принципу усредняющего счетчика. Проблема возникает, когда спектр исследуемого сигнала широк, что характерно для быстроманеврирующих целей. В этом случае оценка скорости по значению квазичастоты не совпадает истинной, причем ошибка тем больше, чем шире спектр доплеровского сигнала - и в ряде случаев такая погрешность оказывается неприемлемой.

В теории сигналов для оценки частотных параметров спектра широко используется метод моментов [1,2], в соответствии с которым средняя частота спектра сигнала $x(t)$ на положительной полуоси частот определяется как центр тяжести ω_0 его энергетического спектра $E(\omega) = \left|\dot{S}(\omega)\right|^2$:

$$\omega_0 = \frac{\int_0^\infty \omega \left|\dot{S}(\omega)\right|^2 d\omega}{\int_0^\infty \left|\dot{S}(\omega)\right|^2 d\omega}, \tag{1}$$

где $\dot{S}(\omega) = \mathrm{F}[x(t)]$ - спектральная плотность амплитуды сигнала, ограниченного интервалом наблюдения $[0,T]$. Поскольку функция

$$W(\omega) = \frac{\left|\dot{S}(\omega)\right|^2}{\int_0^\infty \left|\dot{S}(\omega)\right|^2 d\omega}, \tag{2}$$

имеет смысл апостериорной плотности распределения частоты ω в спектре принятого сигнала, оценка (1) является оптимальной [4].

Получение быстрой оценки средней частоты спектра требует максимальной скорости проведения вычислений в темпе поступления отсчетов сигнала. Расчет энергетического спектра $E(\omega)$ и его моментов с использованием алгоритмов дискретного преобразования Фурье (в том числе БПФ) непосредственно по соотношению (1) налагает высокие требования к скорости и объему вычислений при реализации обработки в частотной области, поскольку для получения спектральных оценок необходимо значительное время обработки отсчетов сигнала по истечении интервала наблюдения $[0,T]$, что не всегда отвечает оперативным задачам.

Целью предлагаемого подхода является повышение скорости получения оценки средней частоты спектра доплеровских радиосигналов по критерию (1) путем вычисления ω_0 во временной области в темпе поступления сигнала.

Заметим, что вычисление квадрата нормы $S(\omega)$ в знаменателе (1) можно проводить во временной области по мере поступления сигнала без вычисления спектра, преобразуя соответствующие интегралы по равенству Парсеваля [2]:

$$\int_0^\infty \left|S(\omega)\right|^2 d\omega = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \left|S(\omega)\right|^2 d\omega = \frac{1}{2}\left\|S(\omega)\right\|^2 = \pi\left\|x(t)\right\|^2 = \pi\int_0^T x^2(t)\,dt. \tag{3}$$

Аналогичным образом можно вычислить и числитель выражения (1), однако это приводит к необходимости дробного дифференцирования сигнала:

$$\int_0^\infty \omega |S(\omega)|^2 d\omega = \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty} \left|\sqrt{j\omega}S(\omega)\right|^2 d\omega = \frac{1}{2}\left\|\sqrt{j\omega}S(\omega)\right\|^2 =$$
$$= \pi\left\|D^{1/2}x(t)\right\|^2 = \pi\int_0^T \left[D^{1/2}x(t)\right]^2 dt, \tag{4}$$

где $D^{1/2}x(t) = \mathrm{F}^{-1}\left[\sqrt{j\omega}\mathrm{F}\left[x(t)\right]\right]$- оператор дробной производной порядка 1/2, определяемый êàê свертка входного сигнала с импульсной характеристикой фильтра $h(t) = \mathrm{F}^{-1}\left[\sqrt{j\omega}\right]$. В результате выражение (1) можно представить в виде

$$\omega_0 = \frac{\int_0^T \left[D^{1/2}x(t)\right]^2 dt}{\int_0^T x(t)^2 dt}. \tag{5}$$

Соотношение (5) показывает, что оценка центра тяжести спектра (1) может формироваться без спектральной обработки по мере прихода отраженного целью сигнала и быть получена к концу интервала наблюдения T .

Оператор дробного дифференцирования Римана-Лиувилля [3] порядка 1/2 представляет собой выражение

$$D^{1/2}x(t) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\frac{d}{dt}\int_0^t \frac{x(t')dt'}{\sqrt{t-t'}}, \tag{6}$$

которое в силу разностного ядра можно трактовать как интеграл Дюамеля, связывающий сигналы на входе и выходе трансверсального фильтра.

В соответствии с выражением (4) оператор дробной производной в частотной области (частотная характеристика дробно-дифференцирующего фильтра) составляет

$$k(j\omega) = \sqrt{j\omega} = \sqrt{|\omega|}e^{j\frac{\pi}{4}sign[\omega]}; \tag{7}$$

при этом импульсная характеристика дробно-дифференцирующего фильтра имеет вид:

$$h(t) = \lim_{\varepsilon\to 0}\frac{1}{\sqrt{\pi}}\left[\frac{\delta(t)}{\sqrt{t+\varepsilon}} - \frac{1}{2(t+\varepsilon)^{3/2}}\sigma(t)\right]. \tag{8}$$

Поскольку в исходные соотношения (4) входит квадрат нормы спектра дробной производной сигнала, ограничения (7) на фазо-частотную характеристику фильтра могут быть сняты.

Таким образом, задача синтеза дробно-дифференцирующего фильтра сводится к реализации вычислительной процедуры, обеспечивающей подъем амплитудно-частотной характеристики +10дБ на декаду в области частот обрабатываемого доплеровского сигнала. Решение этой задачи представляет определенные трудности, поскольку характеристика (7) абсолютно не интегрируема, однако для ограниченной полосы частот условие абсолютной интегрируемости всегда может быть обеспечено. Снятие ограничений на фазо-частотную характеристику приведет к некоторой задержке в фильтре и, следовательно, при формировании квадрата нормы дробной производной, однако это обстоятельство может быть учтено в алгоритме. Величина задержки будет определяться длительностью импульсной характеристики дробно-дифференцирующего фильтра, имеющей асимптотику $t^{-3/2}$. Минимально необходимое дополнительное время после окончания интервала наблюдения T определяется длительностью отклика фильтра на последний отсчет и может составлять 30-100 тактов дискретизации (в зависимости от точности) для трансверсального фильтра. Это число определяет необходимую оперативную память для работы дробно-дифференцирующего фильтра, которая существенно меньше оперативной памяти, необходимой для спектрального анализа.

На рис.1 приведены результаты статистического моделирования процесса оценки средней частоты методом дробного дифференцирования. В расчетах использовался трансверсальный фильтр с числом отсчетов импульсной характеристики (ячеек памяти) M =32. В качестве тестового сигнала использовался узкополосный случайный процесс с релеевской огибающей $\xi(t) = A(t)cos\left[\omega_0 t + \theta(t)\right]$, формируемый из белого шума путем узкополосной фильтрации [5]. Несущая частота f_0 составляла 512Гц; использовалась выборка из 8192 отсчетов на интервале T =1сек. с шагом дискретизации $\Delta t = 0.12$мс.

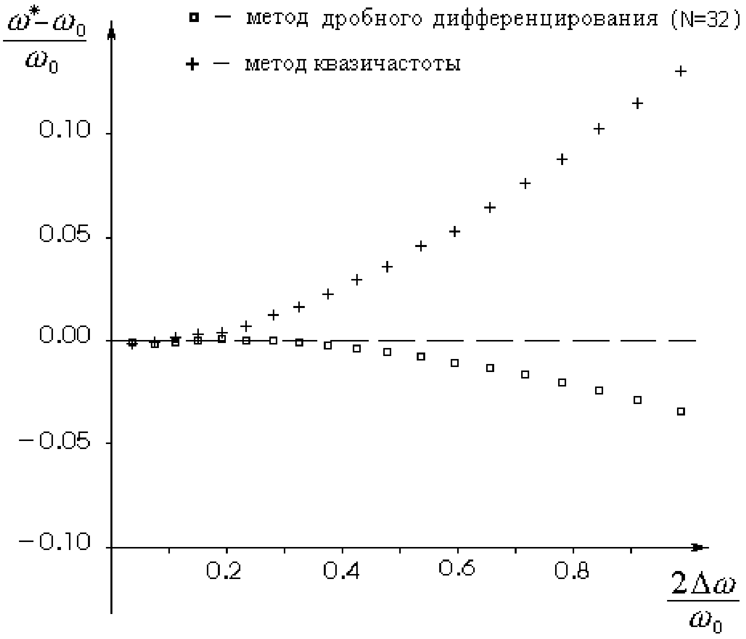

Рис.1.

Значения погрешности оценки средней частоты ω_0^*, приведенные на рисунке, получены путем усреднения по 100 реализациям случайного процесса; величина с.к.о. оценок по порядку величины не превышает размера отметок на графике. Здесь же приведены значения квазичастоты, рассчитанной как число положительных пересечений оси абсцисс процессом $\xi(t)$ на интервале наблюдения.

Из рисунка видно, что точность оценки значения ω_0 с использованием трансверсального дробно-дифференцирующего фильтра в среднем в 5 раз выше точности оценки усредняющим счетчиком при ширине спектра сигнала до $0.5\omega_0$.

Способ оценки средней частоты доплеровских сигналов, отраженных быстроманеврирующими целями, в реальном масштабе времени с использованием операций дробного дифференцирования защищен патентом Российской Федерации [6].

Литература

1.Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. М: Радио и связь, 1986.

2.Френкс Л. Теория сигналов / Перевод с англ. под ред. Д.Е.Вакмана.-М.:Сов.радио, 1974.

3.Самко С.Г., Килбас А.А., Маричев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987.

4.Радиотехнические системы/ Ю.П.Гришин, В.П.Ипатов, Ю.М.Казаринов и др.- М: Высш. школа, 1990г.- 496 с.

5.Казаков В.А. Введение в теорию марковских процессов и некоторые радиотехнические задачи. - М: Сов.радио, 1973. - 232с.

6.Захарченко В.Д. Способ оценки средней частоты широкополосных доплеровских сигналов. - Патент РФ No 2114440 от 27.06.98.