

ФЛУКТУАЦИИ ВЕСОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ АДАПТИВНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЁТКИ, РАБОТАЮЩЕЙ ПО БЫСТРОМУ РЕКУРРЕНТНОМУ АЛГОРИТМУ НАСТРОЙКИ

Мальцев А.А., Зими́на С.В.

Нижегородский государственный университет им. Н. И. Лобачевского
603600 Россия, Нижний Новгород, пр. Гагарина, 23,
кафедра статистической радиофизики и бионики

ВВЕДЕНИЕ

Использование адаптивных антенных решеток для пространственной обработки сигналов позволяет существенно улучшить характеристики телекоммуникационных, радиолокационных и гидроакустических систем. Известно, что осуществить точную настройку адаптивных антенных решеток (ААР) и тем самым достигнуть теоретически предельного значения критерия качества системы обработки сигналов [1-3] не позволяют флуктуации весовых коэффициентов. Уровень возникающих в ААР флуктуаций определяется алгоритмом настройки весового вектора. Исследование влияния флуктуаций весовых коэффициентов на характеристики адаптивных решеток с градиентными алгоритмами настройки было проведено в работах [4-6]. В настоящее время в ААР начинают всё шире использоваться так называемые быстрые алгоритмы настройки на основе прямого или рекуррентного обращения выборочной корреляционной матрицы входных сигналов. Поэтому представляется интересным исследование флуктуаций весовых коэффициентов в таких системах.

Статистическое исследование быстрых алгоритмов в настоящее время явно недостаточно. Имеется всего несколько работ, посвящённых анализу некоторых статистических характеристик алгоритмов непосредственного обращения выборочной корреляционной матрицы [7-9]. Так в работах [8,9] были получены результаты, свидетельствующие о том, что при наличии статистической связи между вектором входных сигналов и адаптируемым весовым вектором приводит к искажениям выходного сигнала и уменьшению среднего значения выходной мощности ААР по сравнению со стационарным режимом при оптимальном значении весового вектора. Этот эффект зависит от числа одновременно обрабатываемых выборок входного сигнала и с физической точки зрения очевидно эквивалентен эффекту "перекомпенсации" выходной мощности в ААР с градиентными алгоритмами настройки [4,5]. Статистический анализ ААР с быстрыми рекуррентными алгоритмами обращения выборочной корреляционной матрицы в известных нам работах не проводился.

В настоящей работе исследуется влияние флуктуаций весовых коэффициентов на характеристики узкополосной адаптивной антенной решётки с однократными линейными ограничениями на диаграмму направленности (ДН), работающей по быстрому рекуррентному алгоритму настройки. Для решения данной задачи использовался метод теории возмущений, с помощью которого в первом приближении были найдены аналитические выражения для корреляционной матрицы флуктуаций весового вектора и выходной мощности ААР. Проведённое компьютерное моделирование показало достаточно хорошее совпадение полученных теоретических результатов с численным экспериментом.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим N -элементную узкополосную ААР с линейными ограничениями на диаграмму направленности. Дискретный быстрый рекуррентный алгоритм настройки весовых коэффициентов \vec{W} данной антенной решётки описывается N - мерным векторным уравнением следующего вида [3]:

$$\vec{W}(k+1) = \mathbf{P}\vec{W}(k) - (1-\alpha)\mathbf{P}(\hat{\mathbf{R}}_k\mathbf{P})^+ \mathbf{P}\vec{X}^*(k+1)\vec{X}^T(k+1)\vec{W}(k) + \vec{W}_q, \quad (1)$$

где $\vec{X}(k) = \vec{S}(k) + \vec{\xi}(k)$ - вектор входных сигналов, равный сумме полезного сигнала и помехи ($\langle \vec{X}(k) \rangle = 0, \langle \vec{S}(k) \rangle = 0, \langle \vec{\xi}(k) \rangle = 0$), \vec{W}_q - вектор комплексных весовых коэффициентов, соответствующий "желаемой" ДН покая (при отсутствии внешних помех), α - коэффициент "забывания" в формуле оценки корреляционной функции

$$\hat{\mathbf{R}}_k = (1-\alpha) \sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n \vec{X}^*(k-n)\vec{X}^T(k-n),$$

$\mathbf{P} = \mathbf{I} - \mathbf{C}(\mathbf{C}^H\mathbf{C})^{-1}\mathbf{C}^H$ - проекционная матрица (матричный фильтр в контуре управления ААР), обеспечивающая введение многократных линейных ограничений на пространственные характеристики ААР (\mathbf{I} - единичная матрица размерности $[N \times N]$), $\mathbf{C} \equiv [\vec{C}_1, \vec{C}_2, \dots, \vec{C}_L]$ - матрица ограничений размерности $[N \times L]$, столбцами которой являются линейно-независимые векторы ограничений \vec{C}_l (L - число вводимых ограничений), знаки $*$, H , T и $^+$ обозначают, соответственно, операции комплексного сопряжения, эрмитовского сопряжения, транспонирования и псевдообращения.

Будем рассматривать узкополосную ААР с корреляционной матрицей входных сигналов вида:

$$\mathbf{R}_{xx}(k, k+n) \equiv \langle \bar{X}^*(k) \bar{X}^T(k+n) \rangle = \mathbf{R}_{xx} r^{|n|},$$

где r - коэффициент корреляции между отсчётами входных сигналов,

\mathbf{R}_{xx} - пространственная часть корреляционной матрицы входных сигналов.

При таких предположениях, а также замене при статистическом анализе оценки $(\mathbf{P}\hat{\mathbf{R}}_k\mathbf{P})^+$ на $(\mathbf{P}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{P})^+$, методами теории возмущений по малому параметру $(1-\alpha)$, где $\alpha \rightarrow 1$, было получено выражение для мощности выходного сигнала $\langle |Z|^2 \rangle_{CT}$ с учётом флуктуаций весовых коэффициентов:

$$\langle |Z|^2 \rangle_{CT} = \left\{ 1 + \frac{1}{2}(1-\alpha) \frac{1-3r^2}{1-r^2} Sp((\mathbf{P}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{P})^+ \mathbf{P}\mathbf{R}_{\xi\xi}) \right\} \langle |Z|^2 \rangle_0, \quad (2)$$

- остаточная мощность сигнала на выходе ААР при постоянном стационарном значении \vec{W}_{CT} вектора весовых коэффициентов.

Из формулы (2) видно, что выходная мощность антенной решётки, найденная с учётом флуктуаций весового вектора, зависит от коэффициента автокорреляции входных сигналов r : в данном случае возможно как увеличение мощности (при $r < \frac{1}{\sqrt{3}}$) (физически понятный эффект рассогласования (misadjustment, [2]),

так и её уменьшение - "перекомпенсация" мощности (при $r \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$) по сравнению со значением мощности, полученным при постоянном стационарном весовом векторе. В частном случае некоррелированных отсчётов мощность сигнала на выходе ААР всегда больше своего оптимального значения и определяется только изменениями коэффициента "забывания" α .

Решая уравнение (1) в стационарном режиме работы ААР, в первом приближении было получено также выражение для корреляционной матрицы флуктуаций весового вектора:

$$\mathbf{K}_W(n) = \alpha^n \cdot \frac{1-\alpha}{1+\alpha} \cdot \frac{1+r^2}{1-r^2} \cdot \langle |Z|^2 \rangle_0 \cdot [(\mathbf{P}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{P})^+]^* \quad (3)$$

Из приведённой формулы видно, что флуктуации весового вектора для быстрого рекуррентного алгоритма настройки, в отличие от простого градиентного алгоритма, не являются изотропными. Степень неизотропности флуктуаций определяется собственными числами псевдообратной матрицы $(\mathbf{P}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{P})^+$. Например, несложно показать, что в частном случае ААР с однократными линейными ограничениями на диаграмму направленности флуктуации весов равны нулю в направлении ограничений (\vec{C}_1), минимальны в направлении помехи (\vec{P}_ξ) и максимальны во всех остальных направлениях.

РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Для того, чтобы проверить обоснованность приближений, сделанных при теоретическом анализе флуктуаций весового вектора ААР, было проведено численное моделирование N - элементной узкополосной антенной решетки ($N=7$), работающей по быстрому рекуррентному алгоритму (1) с однократными линейными ограничениями ($L=1$) на диаграмму направленности (расстояние между элементами бралось равным половине длины волны). Для однократных ограничений матрица \mathbf{C} имеет размерность $[N \times 1]$ и равна $\mathbf{C} \equiv \vec{C}_1 = \vec{S}^*$, где \vec{S} - вектор волнового фронта полезного сигнала.

Предполагалось, что на ААР поступают статистически независимые полезный сигнал и одна помеха с некоррелированными отсчётами. Комплексные амплитуды входных сигналов формировались из двух независимых источников гауссовского "белого" шума. Углы прихода полезного сигнала и помехи были равны соответственно $\theta_s=0^\circ$, $\theta_\xi=45^\circ$, мощность помехи была в 10 раз больше мощности полезного сигнала. В каждом элементе ААР присутствовал также некоррелированный собственный шум, мощность которого составляла 0.1 мощности полезного сигнала.

Экспериментальное определение статистических характеристик ААР велось в стационарном режиме работы путём усреднения по 10000 независимых отсчетов.

Для иллюстрации на Рис. 1 представлена кривая сходимости (кривая обучения) выходной мощности ААР при $\alpha=0,95$, полученная путем усреднения по 20 реализациям. Из рисунка видно, что выходная мощность выходит на стационарный уровень примерно за 50 итераций. Однако, в стационарном состоянии она несколько больше оптимальной. Это превышение обусловлено флуктуациями весового вектора.

На Рис. 2 приведены данные по исследованию зависимости выходной мощности ААР от величины коэффициента "забывания" α . Кривая (1) описывает теоретическую зависимость, кривая (2) -

экспериментальную. Из рисунка видно, что имеет место достаточно хорошее согласование теоретических и экспериментальных результатов.

В таблице 1 для сравнения представлены собственные числа корреляционной матрицы флуктуаций \mathbf{K}_w весового вектора, рассчитанные с использованием формулы (3) и найденные по результатам численного моделирования. Видно, что собственные числа оценки данной матрицы, найденной на основе моделирования, хорошо согласуются с теоретическими расчетами.

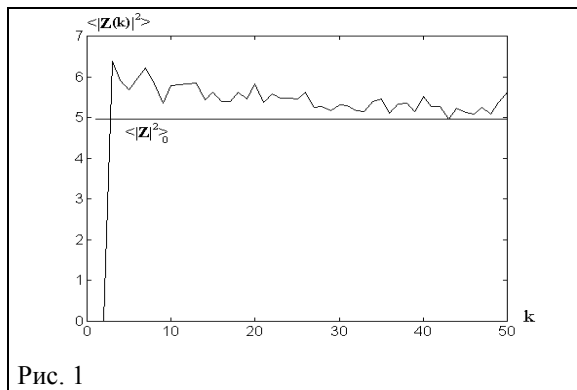


Рис. 1

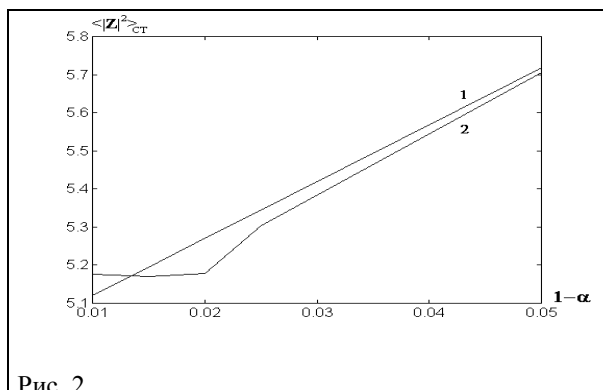


Рис. 2

Таблица 1	
Теоретически вычисленные Собственные числа матрицы \mathbf{K}_w	Собственные числа оценки матрицы \mathbf{K}_w
2.4984	2.6983
2.4984	2.6574
2.4984	2.4664
2.4984	2.2495
2.4984	1.9748
0.0036	0.0037
0.0000	0.0000

Таким образом, проведённое численное моделирование подтверждает правомерность использования предложенного в работе приближенного метода расчета статистических характеристик ААР с быстрыми рекуррентными алгоритмами настройки весовых коэффициентов.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (гранты N 00-02-17602, N 00-15-96620) и INTAS (№96-2352).

ЛИТЕРАТУРА

1. Монзинго Р.А., Миллер Т.У. Адаптивные антенные решётки, - М.: Радио и связь, 1986.
2. Уидроу Б., Стирнз С. Адаптивная обработка сигналов. - М.: Радио и связь, 1989. 440 с.
3. Hudson J.E. Adaptive array principles, 1991.
4. Игнатенко С.В., Мальцев А.А. Статистические характеристики адаптивных антенных решёток при обработке дискретных сигналов с коррелированными отсчётами // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 1994. т. 37. N12. С. 1532 - 1545.
5. Мальцев А.А., Зими́на С.В. Влияние флуктуаций весовых коэффициентов на характеристики адаптивных антенных решёток // Изв. ВУЗов. Радиофизика, 2000. т. 43. N1. С. 83 - 92.
6. Maltsev A.A., Zimina S.V. Experimental studying of influence of weight coefficients jitter on output signal of adaptive antenna array // Antenna theory and techniques, Proceedings of 3-rd International Conference. Sevastopil, Ukraine, 1999. P. 287 - 289.
7. Reed I.S., Mallett J.D., Brennan L. E. Rapid convergence rate in adaptive arrays // IEEE Trans. 1974. v. AES-10. N6. P. 853-863.
8. Van Veen B.D. Adaptive convergence of linearly constrained beamformers based on the sample covariance matrix // IEEE Trans. Signal Processing. 1991. v. 39. N6. P. 1470 - 1473.
9. Krolik J.L., Swingler D.N. On the mean-square error performance of adaptive minimum variance beamformers based on the sample covariance matrix // IEEE Trans. Signal Processing. 1994. v.42. N2. P. 445 - 448.

WEIGHT VECTOR JITTER PHENOMENON IN ADAPTIVE ANTENNA ARRAY WITH RECURSIVE SAMPLE MATRIX INVERSION ALGORITHM

Maltsev A.A., Zimina S.V.

Faculty of radiophysics, Nizhny Novgorod State University,
Gagarin ave. 23, 603600 Nizhny Novgorod, Russia
tel. 8(312) 65-61-53, e-mail maltsev@rf.unn.runnet.ru

INTRODUCTION

It is well known that weight coefficients jitter in adaptive arrays (AA) does not allow to obtain a theoretical limit of the quality criterion [1, 2]. The value of weight vector jitter is dictated by adaptive algorithm which used. Studying of influence of weight vector fluctuations on statistical characteristics of adaptive antenna arrays controlled by gradient LMS algorithm with linear constraints was presented in articles [3-5]. Now become widely used so called the fast adaptive algorithms based on direct or recursive sample covariance matrix inversion, therefore it is interesting to investigate the weight vector jitter influence on these systems. Some results for adaptive algorithms with direct matrix inversion were obtained in [6-8].

In this paper, it is studying the weight vector fluctuations influence on adaptive array with linear constraints, when recursive sample matrix inversion algorithm is used. By means of perturbations theory, method of analysis of such systems was developed. It was obtained expression for output power and correlation matrix of weight vector jitter. Computer simulation has showed that experimental results confirm the theoretical analysis.

PROBLEM SETTING AND SOLUTION

We consider N-element narrow-band antenna array with linear constraints on the pattern. Discrete recursive sample matrix inversion algorithm for the weight vector \vec{W} of the adaptive array is described by N-dimension vector equation [2]:

$$\vec{W}(k+1) = \mathbf{P}\vec{W}(k) - (1-\alpha)\mathbf{P}(\mathbf{P}\hat{\mathbf{R}}_k\mathbf{P})^+ \mathbf{P}\vec{X}^*(k+1)\vec{X}^T(k+1)\vec{W}(k) + \vec{W}_q, \quad (1)$$

where: $\vec{X}(k) = \vec{S}(k) + \vec{\xi}(k)$ is a vector of input signal that is a sum of useful signal $\vec{S}(k)$ and interference $\vec{\xi}(k)$ ($\langle \vec{S}(k) \rangle = 0, \langle \vec{\xi}(k) \rangle = 0$); \vec{W}_q is a vector of complex weight coefficients that corresponds to "desired" radiation pattern with no interference at the environment, α is coefficient that determine the length of memory in estimation of correlation function $\hat{\mathbf{R}}_k = (1-\alpha)\sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n \vec{X}^*(k-n)\vec{X}^T(k-n)$. It is assumed that samples of input signals are independent.

In Eq. (1), $\mathbf{P} = \mathbf{I} - \mathbf{C}(\mathbf{C}^+\mathbf{C})^{-1}\mathbf{C}^+$ is projection matrix (matrix filter in adaptive antenna control-loop), providing the multiple linear constraints on spatial characteristics of the adaptive array; \mathbf{I} is identity matrix; $\mathbf{C} \equiv [\vec{C}_1, \vec{C}_2, \dots, \vec{C}_L]$ is $[N \times L]$ -matrix of constraints, which columns are linear-independent vectors of constraints \vec{C}_l ; L is number of constraints; superscripts *, H, T and + denote operations of complex conjugate, Hermitian's conjugate, transposition and pseudo-inversion, respectively.

The correlation matrix of the input signals supposed to be equal to

$$\mathbf{R}_{xx}(k, k+n) \equiv \langle \vec{X}^*(k)\vec{X}^T(k+n) \rangle = \mathbf{R}_{xx}r^{|n|},$$

where r is coefficient of correlation between samples of input signals, \mathbf{R}_{xx} is a spatial part of the correlation matrix of input signals.

In assumption of small parameter $(1-\alpha)$ ($\alpha \rightarrow 1$), applying the theory of perturbations, there was obtained an expression for the power of output signal $\langle |Z|^2 \rangle_{CT} = \langle |\vec{W}^T(k)\vec{X}(k)|^2 \rangle_{CT}$ that takes into account the weight vector jitter phenomena:

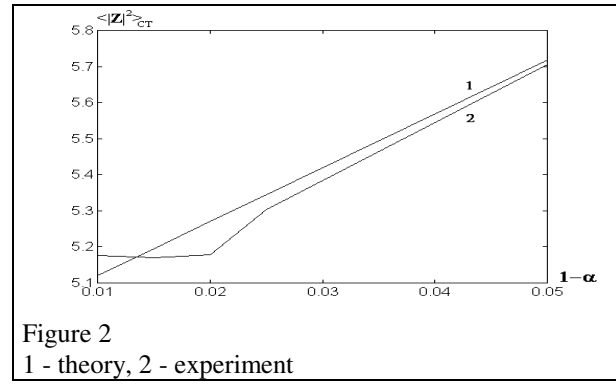
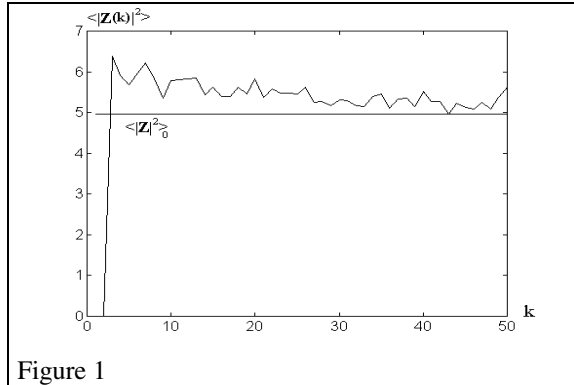
$$\langle |Z|^2 \rangle_{CT} = \{1 + \frac{1}{2}(1-\alpha)\frac{1-3r^2}{1-r^2} Sp((\mathbf{P}\mathbf{R}_{xx}\mathbf{P})^+ \mathbf{P}\mathbf{R}_{\xi\xi})\} \langle |Z|^2 \rangle_0. \quad (2)$$

The term $\langle |Z|^2 \rangle_0 = \vec{W}_{CT}^+ \mathbf{R}_{xx} \vec{W}_{CT}$ is a power of signal in adaptive array output with constant stationary value \vec{W}_{CT} of the weight vector (without jitter). The second term in the formula (2) accounts for weight jitter phenomena. As seen from the theoretical formula, the output power depends on value of correlation coefficient r and coefficient α .

RESULTS OF COMPUTER SIMULATION

Computer simulation has been made for linear adaptive array of seven elements equally spaced at half a wavelength. Adaptive antenna array received useful signal and one interference. Arrival direction of the signal was normal to line of array. Interference had 45 degrees angle between line of array and the arrival direction. The power of the interference was ten times the power of signal of interest, and the power of the internal noise was one tenth of the power of the signal.

In Fig. 1 convergence curve of output power of AA is plotted. It is seen from the figure, that output



power has time of convergence approximately equal to 50 iterations. In steady-state, the output power of AA is greater than optimal power. This effect is due to weight vector jitter (misadjustment, [1]).

In Fig. 2, it is shown the output power of AA versus coefficient $(1-\alpha)$. Curve 1 represents the theoretical results, curve 2 shows the results of computer simulation. From figure it is seen, that the simulation curve is close to the results of theoretical formula (2). So, computer simulation confirms correctness of the proposed method of statistical analysis of AA with recursive sample matrix inversion algorithm.

The work was carried out with the support of the Russian foundation of fundamental studies (RFFI grants No. 00-02-17602, N 00-15-96620) and INTAS (grant №96-2352).

REFERENCES

1. B. Widrow, S. Stearns. Adaptive signal processing, Englewood Cliffs, N. J., Prentice-Hall, 1985.
2. Hudson J.E. Adaptive array principles, 1991.
3. Ignatenko S.V., Maltsev A.A. Adaptive antenna arrays statistical characteristics in processing of discrete signals with correlated samples // Izv. VUZov Radiophysica. 1994. v. 37. N 12. p. 1532 - 1545.
4. Maltsev A.A., Zimina S.V. Weight coefficients fluctuations influence on adaptive antennas arrays characteristics // Izv. VUZov Radiophysica. 2000. T. 43. N1. c. 83 - 92.
5. Maltsev A.A., Zimina S.V. Experimental studying of influence of weight coefficients jitter on output signal of adaptive antenna array // Antenna theory and techniques, Proceedings of 3-rd International Conference. Sevastopil, Ukraine, 1999. P.287 - 289.
6. Reed I.S., Mallett J.D., Brennan L. E. Rapid convergence rate in adaptive arrays // IEEE Trans. 1974. v. AES-10. N6. P.853-863.
7. Van Veen B.D. Adaptive convergence of linearly constrained beamformers based on the sample covariance matrix // IEEE Trans. Signal Processing. 1991. v.39. N6. P.1470 - 1473.
8. Krolik J.L., Swingler D.N. On the mean-square error performance of adaptive minimum variance beamformers based on the sample covariance matrix // IEEE Trans. Signal Processing. 1994. v.42. N2. P.445 - 448.