МЕТОДИКА УСТРАНЕНИЯ БОКОВЫХ ЛЕПЕСТКОВ ПРИ РАЗРЕШЕНИИ ДИСКРЕТНЫХ СИГНАЛОВ

Фурман Я.А., Кревецкий А.В.

Марийский государственный технический университет

424000, Йошкар-Ола, пл. Ленина, 3, кафедра радиотехнических систем

В радиолокации в качестве зондирующих сигналов широко используются радиоимпульсы большой длительности. Это позволяет сосредоточить в излучении значительную энергию и тем самым увеличить дальность действия РЛС. Однако практическое применение таких сигналов усложняет проблему разрешения близко расположенных целей. Для идеального разрешения АКФ зондирующего сигнала должна иметь вид дельта-функции, а в случае дискретных сигналов — символа Кронекера. Тогда в результате согласованной фильтрации эхосигналов от близких целей получаются короткие, не перекрывающиеся друг с другом импульсы. Авторами предлагается методика представления и обработки дискретных сигналов, обеспечивающие такую возможность.

При решении локационных задач временное положение зашумленного эхо-сигнала неизвестно. Если в канале дальности используется согласованный фильтр, то можно выделить три фазы взаимодействия скользящего по дальности окна фильтра с эхо-сигналом.

Первая фаза характеризуется нарастанием количества элементов, общих для сигнала и окна. Во время второй фазы наблюдается полное совпадение временных положений сигнала и окна. Для третьей фазы количество общих элементов с течением времени уменьшается.

Все, кроме одного, отсчеты взаимно-корреляционной функции (ВКФ) образуются фильтром во время первой и третьей фаз. При этом фильтр пространственно не согласован с сигналом: в пределах его апертуры находятся часть сигнала и часть чистого шума. О согласовании можно говорить лишь в течение кратковременной второй фазы, когда образуется пиковый отсчет фильтра, содержащий в качестве полезной составляющей величину, равную энергии незашумленного входного сигнала.

В дальнейшем будем рассматривать в качестве сигналов дискретные последовательности, которые могут быть интерпретированы как кодирующие последовательности сложных сигналов. Зашумленный сигнал $\mathbf{u}=\{u(0),u(1),\ldots,u(k-1)\}=\{u(j)\}_{0,k-1}$ представлен в виде суммы полезного (эталонного) $\mathbf{s}=\{s(j)\}_{0,k-1}$ и шумового $\mathbf{n}=\{n(j)\}_{0,k-1}$ сигналов, т.е. $\mathbf{u}=\mathbf{s}+\mathbf{n}=\{s(j)+n(j)\}_{0,k-1}$.

Идеальное для разрешения (без боковых лепестков) сжатие сигналов фильтром в отсутствие шумов и помех условно назовем ***разрешенным образом***.

Анализ процесса цифровой фильтрации показывает, что для получения разрешенного образа выходных сигналов фильтра необходимо:

1) совпадение окна фильтра с положением обнаруживаемого сигнала;
2) формирование циклической ВКФ принятого и эталонного сигналов;
3) равномерный либо взаимно-обратный характер спектров принятого и эталонного сигналов.

Все эти условия совместно легко удовлетворяются при использовании алгоритма «через k-шагового суммирования» (ЧКШС) [1,2].

Суть обработки сигнала без боковых лепестков удобно проиллюстрировать с позиции векторного представления сигналов. Введем систему отсчета $\mathbf{S}=\{\mathbf{s}^{(n)}\}_{0,k-1}$, образованную циклически сдвинутыми копиями эталонного сигнала **s**, т.е. вектор $\mathbf{s}^{(n)}$ равен вектору $\mathbf{s}=\mathbf{s}^{(0)}$, у которого n-ая компонента является начальной, а (n-1)-ая – конечной:

$\mathbf{s}^{(n)}=\{s(n),s(n+1),\ldots,s(k-1),s(0),s(1),\ldots,s(n-1)\}$. Эту систему отсчета назовем собственной, причем

$$det\,\mathbf{S}\neq 0. \qquad (1)$$

Матрица **S** задает косоугольную систему отсчета. Сопряженный к $\mathbf{S}$ базис $\mathbf{V}=\{\mathbf{v}^{(n)}\}_{0,k-1}$ получается при обращении матрицы **S,** т.е. $\mathbf{V}=\mathbf{S}^{-1}$. Векторы $\mathbf{s}^{(n)}$ и $\mathbf{v}^{(n)}$ будут ортонормированными:

$$\left(\mathbf{s}^{(n)},\mathbf{v}^{(m)}\right)=\begin{cases}1, & \text{при } n=m,\\ 0, & \text{при } n\neq m.\end{cases}$$

Тогда вектор **s**, разложенный в базисе **S,** т.е. представленный в виде линейной комбинации векторов $\mathbf{s}^{(n)}$, $n=0,1,\ldots,k-1$, будет равен

$$\mathbf{S}=\sum_{n=0}^{k-1}a_n\mathbf{s}^{(n)},$$

а координаты a_m вектора **s** в этом базисе равны скалярному произведению векторов $\mathbf{s}^{(n)}$ и $\mathbf{v}^{(m)}$:

$$a_m = \left(\mathbf{s}^{(n)}, \mathbf{v}^{(m)}\right) = \sum_{n=0}^{k-1} \mathbf{s}^{(n)} \mathbf{v}^{(m)}, \qquad m = 0,1,...,k-1.$$

Данное выражение с учетом ортонормированности векторов $\mathbf{s}^{(n)}$ и $\mathbf{v}^{(m)}$ и того, что $\mathbf{s}^{(0)} = \mathbf{s}$, принимает вид

$$a_m = \left(\mathbf{s}, \mathbf{v}^{(m)}\right) = \begin{cases} 1, & \text{при} \quad m = 0, \\ 0, & \text{для других} \quad m. \end{cases}$$

Равенство нулю всех координат вектора **s**, кроме $a_0 = 1$, обуславливает максимально возможное «сжатие» сигнала и отсутствие корреляционной помехи при соблюдении единственного условия (1).

Если вектор **s** был бы задан в ортонормированном базисе, то его проекция на какой либо базисный вектор совпадала бы с соответствующей его координатой. Когда вектор **s** представляется в косоугольной системе отсчета **S**, то ненулевой может быть любая из проекций. В этом и заключается интерпретация возникновения корреляционного шума при согласованной фильтрации сигнала. Если же координаты вектора **s** определяются в соответственной биортогональной системе отсчета, то из-за того, что этот вектор является одним из базисных, одна его компонента будет строго равна 1, а остальные – нулю.

Это обуславливает следующие важные свойства процедуры нахождения координат сигнального вектора в собственной биортогональной системе отсчета по сравнению с определением проекций данного вектора при согласованной фильтрации сигнала:

1. Формирование разрешенного образа выходного сигнала фильтра, т.е. образование только одного дискрета на каждый входной незашумленный сигнал при нулевой корреляционной помехе, что позволяет наилучшим образом разрешить сигналы от близкорасположенных целей с разными ЭПР;
2. Возможность оценки параметров линейных преобразований сигнального вектора $\mathbf{u} = \mu \mathbf{s}$, где $\mu = |\mu| exp\{i\Delta\varphi\}$, по отношению к базисному вектору **s**.

В том случае, когда в собственной биортогональной системе отсчета раскладывается вектор зашумленного сигнала $\mathbf{u} = \mathbf{s} + \mathbf{n}$, любая из его координат

$$a_m = \left(\mathbf{u}, \mathbf{v}^{(m)}\right) = \left(\mathbf{s}, \mathbf{v}^{(m)}\right) + \left(\mathbf{n}, \mathbf{v}^{(m)}\right)$$

может оказаться не равной нулю. В отличие от случая обычной согласованной фильтрации здесь лишь нулевая координата a_0 будет содержать полезную сигнальную составляющую, а все остальные координаты a_m, $m \neq 0$, – только шумовые составляющие. В результате разница между пиковым и любым другим отсчетом фильтра будет больше, что в итоге увеличивает отношение сигнал/помеха.

Необходимо отметить, что процедура нахождения координат зашумленного вектора **u** в собственной биортогональной системе отсчета является согласованной фильтрацией, но не сигнала **s**, а сопряженного с ним сигнала **v**. Поэтому данную процедуру естественно определить как согласованную фильтрацию сопряженного сигнала. Работа такого фильтра описывается выражением

$$\eta(l) = \sum_{j=0}^{k-1} u(j) v(j - l + k - 1), \qquad l = 0,1,...,k-1. \tag{2}$$

Приведенные выше преимущества согласованной фильтрации сопряженного сигнала **v** по сравнению с согласованной фильтрацией исходного сигнала **s** достигаются, в конечном счете, за счет ухудшения отношения сигнал/шум на выходе фильтра (2).

Так, коэффициент шума фильтра, согласованного с сопряженным сигналом в $\|\mathbf{S}\|^2 \left\|\mathbf{S}^{-1}\right\|^2 / k^2$ раз хуже, чем у согласованного фильтра. Если же сигнал имеет равномерный спектр, то $\|\mathbf{S}\|^2 \left\|\mathbf{S}^{-1}\right\|^2 / k^2 = 1$ и эффективности обоих фильтров одинаковы.

Резюме

При сравнительно слабых, накладываемых на спектр сигнала ограничениях показана возможность формирования статистики для принятия в условиях нулевых корреляционных помех решения о его обнаружении и разрешения в случае нескольких перекрывающихся сигналов. Задача решена за счет представления сигнала в биортогональном базисе, задаваемом циркулянтом этого сигнала, причем сам сигнал является одним из векторов базиса. Алгоритмически обработка сигнала осуществляется циклическим фильтром, свободным от краевых эффектов и согласованным с сопряженной формой сигнала. В случае, когда временное положение сигнала неизвестно, пиковый отсчет фильтра определяется по двум отсчетам фильтра с комплементарными положениями окон, расположенннными произвольным образом в пределах апертуры сигнала. Для снижения высокой трудоемкости обработки, вызванной скольжением циклического фильтра, предложен способ получения необходимых данных по результатам нетрудоемкой ациклической процедуры с краевыми эффектами и дальнейшим импользованием процедуры суммирования отсчетов, разнесенных на k шагов, где k – размерность вектора сигнала.

Линейность процедуры гарантирует возможность разрешения произвольно перекрывающихся сигналов с сохранением информации о их параметрах – амплитудах, фазах, задержках и др.

По сравнению со случаем согласованной фильтрации входного сигнала **s** согласованная фильтрация сопряженного с ним сигнала **v** приводит к ухудшению отношения сигнал/флуктуационный шум по энергии в $\|\mathbf{S}\|^2\|\mathbf{S}^{-1}\|^2 / k^2$ раз. В случае равномерного энергетического спектра сигнала эффективность сопряженного согласованного фильтра соответствует эффективности классического согласованного. В том случае, когда хотя бы одна компонента спектра сигнала **s** равна нулю, энергия сигнала **v**, а следовательно, и энергия выходного шума, становятся бесконечными. Это является естественным ограничением при реализации фильтра, согласованного с сопряженным входным сигналом.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект 99-01-00186 и Минобразования РФ, проект 03.01.06

Литература

1. Фурман Я.А., Кревецкий А.В. Сжатие сигналов при их представлении в биортогональном базисе// Труды Международной конференции «Распознавание образов и анализ изображений » №5, 2000.
2. Furman Ya.A. The Discrete Coded Signals Processing with an Ideal Permission Capacity // The 1st International Conference «Digital Signal Processing and its Application». /June 30-July 3, 1998, Moscow, vol.3e, p.p.40-43.
3. Фурман Я.А., Роженцов А.А. Класс кодирующих последовательностей с нулевым уровнем корреляционных шумов при сжатии сигналов/ Радиотехника, 2000, №5. – С.38–43.

——————♦——————

TECHNIQUE OF SIDE LOBES ELIMINATION AT THE DISCRETE SIGNALS RESOLUTION

Furman Y.A., Krevetsky A.V.

Mari state technical university

424000, Yoshkar-Ola, Lenin sk., 3, faculty of radio engineering systems

In radiolocation the radio pulses of the large duration are widely used as sounding signals. It allows to concentrate a significant energy in the radiation and hence to increase radar range. The operational use of such signals, however, complicates the problem of resolution of the closely located objects. For an ideal resolution an autocorrelation function of a sounding signal should look like a delta-function and in case of discrete signals — like a Kroneker Symbol. Then short impulses, not overlapped with each other are the result of the coordinated filtration of echosignal from the closely located objects. The authors offer a technique of representation and processing of discrete signals ensuring such capability.

At the radiolocation problem solution the time-position of a noisy echosignal is not known. If in the coordinated filter is used in the channel of range, all but one readings of a cross-correlation function (CCF) are formed by the filter at the unmatched position of a filter window with a signal. Coordination is taking place only during a short-term second phase, when the peak reading of a filter is formed containing as a useful component value, equal to the unhummed input signal.

Jet us call an ideal signal compression resolution by a filter (without side lobes) and in the absence of noise disturbance a resolved image.

The analysis of a digital filter process shows that to receive a resolved image of output signals of a filter it is necessary:

1) coincide the position of a filter window with a found signal;
2) to form a cyclical CCF of adopted and reference signals;
3) to receive a uniform or mutual-reversed character of the spectra of adopted and reference signals.

All these requirements are easily met when "through k - step-by-step summation" algorithm is used [1,2].

The essence of a of a signal processing without side lobes can be illustrated in terms of vectorial representation of signals. Let's assume a reference system $\mathbf{S} = \{\mathbf{s}^{(n)}\}_{0,k-1}$, formed by cyclical shifted copies of a reference signals, i.e. the vector $\mathbf{s}^{(n)}$ is equal to a vector $\mathbf{s} = \mathbf{s}^{(0)}$, at which the n-th a component is initial, and the (n-1)-th is final: $\mathbf{s}^{(n)} = \{s(n), s(n+1), ..., s(k-1), s(0), s(1), ..., s(n-1)\}$. This reference system we shall call own, and

$$det\mathbf{S} \neq 0 . \tag{1}$$

The matrix **S** sets an oblique-angled reference system. Conjuqated to $\mathbf{S}$ The basis $\mathbf{V} = \{\mathbf{v}^{(n)}\}_{0,k-1}$ is at the reference of a matrix **S**, i.e. $\mathbf{V} = \mathbf{S}^{-1}$. The vectors $\mathbf{s}^{(n)}$ and $\mathbf{v}^{(n)}$ will be orthonormal:

$$\left(\mathbf{s}^{(n)}, \mathbf{v}^{(m)}\right) = \begin{cases} 1, & \text{при} \quad n = m, \\ 0, & \text{при} \quad n \neq m. \end{cases}$$

Then the vector **s**, spread out in basis **S**, i.e. submitted as a linear combination of vectors $\mathbf{s}^{(n)}$, $n = 0,1,\ldots,k-1$, will be

$$\mathbf{S} = \sum_{n=0}^{k-1} a_n \mathbf{s}^{(n)},$$

and the coordinates a_m of vector **s** in this basis are equal to a scalar product of vectors $\mathbf{s}^{(n)}$ and $\mathbf{v}^{(m)}$:

$$a_m = \left(\mathbf{s}^{(n)}, \mathbf{v}^{(m)}\right) = \sum_{n=0}^{k-1} \mathbf{s}^{(n)} \mathbf{v}^{(m)}, \qquad m = 0,1,\ldots,k-1.$$

The given expression with the account of orthorating vectors $\mathbf{s}^{(n)}$ and $\mathbf{v}^{(m)}$ and that $\mathbf{s}^{(0)} = \mathbf{s}$, takes the form of

$$a_m = \left(\mathbf{s}, \mathbf{v}^{(m)}\right) = \begin{cases} 1, & \text{при} \quad m = 0, \\ 0, & \text{для других} \quad m. \end{cases}$$

The equality to zero of all coordinates of a vector **s**, except $a_0 = 1$, causes the greatest possible "compression" of a signal and the absence of a correlation noise disturbance at the observance of a unique condition (1).

It causes the following important properties of a procedure of a presence of a signal vector coordinates in its own biorthogonal reference system in comparison with the definition of projections of the given vector at the coordinated filtration of a signal:

1. Resolved image formation of an output signal of the filter, i.e. formation of only one discrete on every input non noise disturbed signal at a zero correlation interference, that allows to resolve signals from the closely located objects with different efficient square; in the best way
2. Capability of an estimation of parameters of linear transformations(conversions) of a signal vector $\mathbf{u} = \mu \mathbf{s}$, where $\mu = |\mu| exp\{i\Delta\varphi\}$, in relation to a basic vector s.

It is necessary to note, that the procedure of a presence of noise disturbed vector **u** coor in its own biorthogonal reference system is the coordinated filtration, but not of a signal **s**, but conjugated with it signal **v**. Therefore given procedure can be naturally defined as the coordinated filtration of an integrated signal. The activity of such filter is described by the expression

$$\eta(l) = \sum_{j=0}^{k-1} u(j) v(j - l + k - 1), \qquad l = 0,1,\ldots,k-1. \tag{2}$$

The above mentioned advantages of the coordinated filtration of a conjugated signal **v** in comparison with the coordinated filtration of an initial signal **s** are reached, at the end, at the expense of deterioration of a signal/noise relation on the filter output (2).

So, noise factor of the filter coordinated with the conjugated signal in $\|\mathbf{S}\|^2 \|\mathbf{S}^{-1}\|^2 / k^2$ times is worse, than at the coordinated filter. If the signal has a uniform spectrum, $\|\mathbf{S}\|^2 \|\mathbf{S}^{-1}\|^2 / k^2 = 1$ and efficiency of both filters are identical.

In that case, when even one of spectrum signal s component of a of is equal to zero, energy of a signal v, and consequently, energy of the output noise, become infinite. It is natural limitation at realization of the filter coordinated with conjugated input signal.

The activity is executed at financial support RFFR, project 99-01-00186, Education ministry, project 03.01.06

The literature

1. Furman Y.A., Krevetsky A.V. Signals compression at their representation in biortogonal basis // Works of the International conference "Image Recognition and image analysis" № 5, 2000.
2. Furman Ya. A. The Discrete Coded Signals Processing with an Ideal Permission Capacity // The 1st International Conference "Digital Signal Processing and its Application". / June 30-July 3, 1998, Moscow, vol. 3e, p.p. 40-43.
3. Furman Y.A., Rodgencov A.A. The coding sequences class with a zero level of correlation noise at compression of signals// Radio Engineering, 2000, № 5. - C.38-43.