

БЫСТРЫЕ АЛГОРИТМЫ РАДИОЛОКАЦИОННОГО РАСПОЗНАВАНИЯ КЛАССА ОБЪЕКТА ПО РЕГУЛЯРНО КОРРЕЛИРОВАННЫМ ПОРТРЕТАМ

Ярмолик С.Н., Шалапин С.В.

Военная Академия Республики Беларусь,
кафедра радиолокации и радионавигации

Постановка задачи

Общая постановка задачи радиолокационного распознавания класса объекта по байесовским критериям оптимальности изложена в [1]. Выходной сигнал k -го канала обработки представляется при этом в виде смещенного квадратичного функционала [2]

$$z_{k/g} = \xi_{g0} \mathbf{B}^{k0} \xi_{g0}^{*T} + a_k, \quad (1)$$

где $\xi_{g0} = (\xi_1, \dots, \xi_N)$ - дискретная выборка принятого сигнала; \mathbf{B}^{k0} - матрица обработки; a_{k0} - смещение.

Рассмотрим алгоритм радиолокационного распознавания объектов по их протяженности, которое производится с использованием регулярно коррелированных портретов. Такие портреты могут быть получены в РЛС с многочастотным зондирующим сигналом. С учетом эрмитовости матрицы обработки \mathbf{B}^{k0} , для вычисления квадратичного функционала (1) потребуется приблизительно $(N^2 + 3N)/2$ операций комплексного умножения и $N^2 - 1$ операций комплексного сложения. Реализация матричного алгоритма обработки таких портретов затруднительна в силу больших вычислительных затрат. Таким образом, требуется найти эффективные алгоритмы обработки многоэлементных коррелированных портретов, позволяющих значительно сократить число операций при вычислении (1).

Оптимальный алгоритм обработки РЛП по отношению правдоподобия

Развернутая запись алгоритма (1) может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{aligned} Z_{k0} = a_{k0} + \xi((\mathbf{R}_0)^{-1} - (\mathbf{R}^k + \mathbf{R}_0)^{-1})\xi^{*T} = \\ = a_{k0} + (1/\rho_1) [\xi \mathbf{V}_{1n} (\xi \mathbf{V}_{1n})^{*T} - \xi \mathbf{V}_{2n} (\xi \mathbf{V}_{2n})^{*T}] - \\ - (1/\rho_2) [\xi \mathbf{V}_{3n} (\xi \mathbf{V}_{3n})^{*T} - \xi \mathbf{V}_{4n} (\xi \mathbf{V}_{4n})^{*T}], \end{aligned} \quad (2)$$

где $\mathbf{V}_{1n}, \mathbf{V}_{2n}$ - нижние треугольные матрицы, получаемые при разложении матрицы \mathbf{R}_0 по алгоритму Левинсона [3]; $\mathbf{V}_{3n}, \mathbf{V}_{4n}$ - нижние треугольные матрицы, получаемые при разложении матрицы $\mathbf{R}^k + \mathbf{R}_0$; $1/\rho_1, 1/\rho_2$ - постоянные коэффициенты.

Нижние треугольные матрицы \mathbf{V}_{1n} и \mathbf{V}_{3n} (\mathbf{V}_{2n} и \mathbf{V}_{4n}) отличаются только значениями своих элементов (V_{1i-j} и V_{3i-j}) и имеют одинаковую ленточную структуру. Используя известные [4] векторно-матричные обозначения сверток, при вычислении сверток в выражении (2) можно использовать быстрые алгоритмы цифровой обработки, основанные на дополнении нижних треугольных матриц до матриц циклической свертки (ЦС) [4] и быстром преобразовании Фурье. Алгоритм (2) может быть вычислен путем выполнения следующих операций:

- 1) Из матрицы обработки разложением получаются матрицы $\mathbf{V}_{1n}, \mathbf{V}_{2n}, \mathbf{V}_{3n}, \mathbf{V}_{4n}$, вычисляется смещение a_k .
- 2) Последовательно определяются матрицы циклической свертки ($\mathbf{H}^{k0}, \mathbf{H}^{2k0}, \mathbf{H}^{3k0}, \mathbf{H}^{4k0}$), путем дополнения соответствующих треугольных матриц.
- 3) Вычисляются $K1_k, K2_k, K3_k, K4_k$ ($K_k = \Xi_k H_k$) и выделяются N последних членов (H_k, Ξ_k - коэффициенты дискретного преобразования Фурье (ДПФ) от последовательностей ξ', h , где ξ' - дополненная нулями до $2N-1$ входная реализация; h - отсчеты импульсной характеристики матричного фильтра)
- 4) Вычисляется сумма квадратов полученных элементов и добавляется смещение a_{k0} .
- 5) Конечный результат вычисляется по формуле (2).

Вычислительные затраты для нахождения сигнала на выходе k -го канала обработки с вычислением свертки в частотной области приведены в табл. 1.

Таблица 1

Операция	БПФ	Свертка	Некогерентное накопление (НН)	Итого:
Умножение	$N \log_2(2N)$	$8N - 4$	$4N - 2$	$N \log_2(2N) + 12N - 6$
Сложение	$2N \log_2(2N)$	-	$4N - 6$	$2N \log_2(2N) + 4N - 6$

Оптимальный алгоритм обработки РЛП по функции правдоподобия

В случае построения алгоритма обработки входного портрета по функции правдоподобия алгоритм (1) можно представить в виде:

$$Z_{k0} = a_{k0} + \xi((\mathbf{R}^k + \mathbf{R}_0)^{-1})\xi^{*T} = a_{k0} + (1/\rho)[\xi\mathbf{V1}_n(\xi\mathbf{V1}_n)^{*T} - \xi\mathbf{V2}_n(\xi\mathbf{V2}_n)^{*T}], \quad (3)$$

где $\mathbf{V1}_n, \mathbf{V2}_n$ - нижние треугольные, ленточные матрицы, получаемые при разложении матрицы $\mathbf{R}^k + \mathbf{R}^\Phi$; $1/\rho$ - постоянный коэффициент.

Полученные матрицы $\mathbf{V1}_n$ и $\mathbf{V2}_n$ также являются ленточными, а значит, для обработки портрета согласно алгоритму (3) также возможно использовать цифровые свертки, вычисляемые в частотной области. Число необходимых операций для обработки портрета в k -ом канале устройства распознавания приведено в табл. 2.

Таблица 2

Операция	БПФ	Свертка	НН	Итого:
Умножение	$N \log_2(2N)$	$4N - 2$	$2N - 1$	$N \log_2(2N) + 6N - 3$
Сложение	$2N \log_2(2N)$	-	$2N - 3$	$2N \log_2(2N) + 2N - 3$

Оптимальный алгоритм обработки комбинированного многочастотно-флуктуационного портрета

Выражение (1) для комбинированного многочастотно-флуктуационного портрета имеет вид

$$Z_{k0} = \xi \mathbf{B}^{k0} \xi^{*T} + a_{k0}, \quad (4)$$

где \mathbf{B}^{k0} - эрмитова, блочно-теплицева матрица.

Воспользуемся известным обращением блочно-теплицевой матрицы на основе многоканального алгоритма Левинсона [3], и представим выражение (4) в следующем виде

$$Z_{k0} = \xi \mathbf{B}^{k0} \xi^{*T} + a_{k0} = \xi(\underline{\mathbf{A}}_n \underline{\mathbf{P}}_d \underline{\mathbf{A}}_n^{*T} - \underline{\mathbf{B}}_n \underline{\mathbf{P}}_d \underline{\mathbf{B}}_n^{*T})\xi^{*T} + a_{k0} \quad (5)$$

где $\underline{\mathbf{A}}_n, \underline{\mathbf{B}}_n$ - блочные нижние треугольные матрицы; $\underline{\mathbf{P}}_d = \underline{\mathbf{P}}^{-1}$ - блочно-диагональная матрица.

Элементарные блоки $(\mathbf{A}_i, \mathbf{B}_i; i = \overline{1..N_f - 1}, \mathbf{P})$ блочных матриц являются эрмитовыми теплицевыми матрицами размера $N_t \times N_t$.

В свою очередь матрицу $\underline{\mathbf{P}}_d$ можно представить следующим образом:

$$\underline{\mathbf{P}}_d = \underline{\mathbf{P}}^{-1} = \underline{\mathbf{A}}_{1_днт} \underline{\mathbf{A}}_{1_днт}^{*T} - \underline{\mathbf{B}}_{1_днт} \underline{\mathbf{B}}_{1_днт}^{*T}, \quad (6)$$

где $\underline{\mathbf{A}}_{1_днт}, \underline{\mathbf{B}}_{1_днт}$ - блочно-диагональные матрицы с блочной размерностью $N_f \times N_f$, у которых элементарные блоки являются нижними треугольными матрицами; $\mathbf{A}_{1_нт}, \mathbf{B}_{1_нт}$ - нижние треугольные ленточные матрицы размерностью $N_t \times N_t$; $1/\rho_1$ - постоянный коэффициент.

Выражение (5) можно представить в виде четырех слагаемых

$$Z_{k0} = \xi \underline{\mathbf{A}}_n \underline{\mathbf{A}}_{1_днт} (\xi \underline{\mathbf{A}}_n \underline{\mathbf{A}}_{1_днт})^{*T} - \xi \underline{\mathbf{A}}_n \underline{\mathbf{B}}_{1_днт} (\xi \underline{\mathbf{A}}_n \underline{\mathbf{B}}_{1_днт})^{*T} - \xi \underline{\mathbf{B}}_n \underline{\mathbf{A}}_{1_днт} (\xi \underline{\mathbf{B}}_n \underline{\mathbf{A}}_{1_днт})^{*T} + \xi \underline{\mathbf{B}}_n \underline{\mathbf{B}}_{1_днт} (\xi \underline{\mathbf{B}}_n \underline{\mathbf{B}}_{1_днт})^{*T} + a_{k0}. \quad (7)$$

Оценка вычислительных затрат при реализации (7) приведена в таблице 3

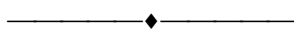
Операция	Условие	Когерентная обработка:	НН:
Умножение	N_f Нечетное	$((N_f^2 - N_f) - (N_f - 1)N_f)N_t^2 + 2N_f(N_t \log_2(2N_t)) + 4N_f(2N_t - 1)$	$4N_f N_t$
	N_f Четное	$((N_f^2 - N_f) - (N_f / 2)^2)N_t^2 + 2N_f(N_t \log_2(2N_t)) + 4N_f(2N_t - 1)$	
Сложение		$(N_f^2 - N_f)(N_t(N_t - 1)) + N_f N_t + 2N_f(2N_t \log_2(2N_t))$	$4N_f(N_t - 1)$

Очевидно, что при больших N_f и N_t предложенная схема предпочтительнее матричного алгоритма (4).

Полученные алгоритмы могут быть практически реализованы на базе современных программно-аппаратных средств цифровой обработки сигналов.

Список литературы

1. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи. Кн.2/ Пер. с англ. Под ред. Левина Б.Р. М.: Сов. Радио, 1962.-831с.
2. Охрименко А.Е. Основы радиолокации и радиоэлектронная борьба, Часть I. – М.: Воениздат,1983.-456с.
3. Марпл.-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584 с., ил.
4. Крот А.М., Минервина Е.Б., Быстрые алгоритмы и программы цифровой спектральной обработки сигналов и изображений, Минск, "Навука і тэхніка", 1995.



FAST ALGORITHMS OF RADAR RECOGNITION OF THE OBJECT CLASS ON THE REGULARLY CORRELATED PORTRAITS

Yarmolik S.N., Shaliapin S.V.

Problem statement

The general problem statement of radar recognition of the object class on Bayesian optimality criteria is stated in [1]. In this case the output signal of k -th channel of processing is represented in the form of shifted quadratic functional [2]

$$z_{k/g} = \xi_{g0} \mathbf{B}^{k0} \xi_{g0}^{*T} + a_k, \tag{1}$$

where $\xi_{g0} = (\xi_{10}, \dots, \xi_{N0})$ is a discrete sample of an accepted signal; \mathbf{B}^{k0} is a processing matrix; a_{k0} is a shift.

Let's consider algorithm of radar recognition of objects on their expansion which is made with using regularly correlated portraits. Such portraits can be obtained in the radars with a multifrequency probing signal. With allowance for hermiticity of the processing matrix \mathbf{B}^{k0} for computing the quadratic functional (1) complex multiplication operations $(N^2 + 3N)/2$ and complex addition operations $N^2 - 1$ is approximately required. The implementation of matrix processing algorithm of such portraits is difficult due to large computing resources. Thus, it is required to find effective processing algorithms of the multielement correlated portraits allowing considerably to decrease the number of operations in computing (1).

Optimum processing algorithm of radar portraits (RP) on a likelihood ratio

The detailed form of algorithm (1) can be represented as follows:

$$Z_{k0} = a_{k0} + \xi((\mathbf{R}_0)^{-1} - (\mathbf{R}^k + \mathbf{R}_0)^{-1})\xi^{*T} =$$

$$= a_{k0} + (1/\rho_1) [\xi \mathbf{V}_{1H} (\xi \mathbf{V}_{1H})^{*T} - \xi \mathbf{V}_{2H} (\xi \mathbf{V}_{2H})^{*T}] -$$

$$-(1/\rho_2) [\xi \mathbf{V}_{3_H} (\xi \mathbf{V}_{3_H})^{*T} - \xi \mathbf{V}_{4_H} (\xi \mathbf{V}_{4_H})^{*T}], \quad (2)$$

where \mathbf{V}_{1_H} and \mathbf{V}_{2_H} are lower triangular matrices obtained in expansion of a matrix \mathbf{R}_0 by Levinson algorithm [3]; \mathbf{V}_{3_H} and \mathbf{V}_{4_H} are lower triangular matrices obtained in expansion of a matrix $\mathbf{R}^k + \mathbf{R}_0$; $1/\rho_1, 1/\rho_2$ are constant coefficients.

The lower triangular matrices \mathbf{V}_{1_H} and \mathbf{V}_{3_H} (\mathbf{V}_{2_H} and \mathbf{V}_{4_H}) only differ by values of the units ($V_{1_{i-j}}$ and $V_{3_{i-j}}$) and have identical banded structure. Using known vector-matrix indications of convolutions [4] in computing convolutions for expression (2) one can use fast algorithms of digital processing based on complement of the lower triangular matrices up to matrices of cyclic convolution (CC) [4] and fast Fourier transform. The algorithm (2) can be calculated by fulfilment of the following operations:

- 1) From the processing matrix the matrices \mathbf{V}_{1_H} , \mathbf{V}_{2_H} , \mathbf{V}_{3_H} , and \mathbf{V}_{4_H} are obtained by its expansion and the shift a_k is computed.
- 2) CC matrices ($\mathbf{H}1^{ko}$, $\mathbf{H}2^{ko}$, $\mathbf{H}3^{ko}$, and $\mathbf{H}4^{ko}$) are sequentially determined by complement of appropriate triangular matrices.
- 3) One computes $K1_k, K2_k, K3_k$, and $K4_k$ ($K_k = \bar{\mathbf{E}}_k H_k$) and one selects N of the last terms ($H_k, \bar{\mathbf{E}}_k$ is coefficients of a discrete Fourier transform (DFT) from sequences ξ', h , where \hat{i}' is the input realization complemented with zeros up to $2N-1$ samples; h are samples of a pulse response of a matrix filter)
- 4) The sum of obtained unit squares is computed and the shift is added.
- 5) The final result is computed with the formula (2).

The computing resources for determining a signal on k -th channel output of processing with computing convolution in frequency domain are shown in Table 1.

Table 1

Operations	FFT	Convolution	NA	Total:
Multiplications	$N \log_2(2N)$	$8N - 4$	$4N - 2$	$N \log_2(2N) + 12N - 6$
Addition	$2N \log_2(2N)$	-	$4N - 6$	$2N \log_2(2N) + 4N - 6$

Optimum processing algorithm of RP on a likelihood function

In case of input portrait processing algorithm construction on a likelihood function the algorithm (1) can be presented in the form:

$$Z_{k0} = a_{k0} + \xi ((\mathbf{R}^k + \mathbf{R}_0)^{-1}) \xi^{*T} = a_{k0} + (1/\rho) [\xi \mathbf{V}_{1_H} (\xi \mathbf{V}_{1_H})^{*T} - \xi \mathbf{V}_{2_H} (\xi \mathbf{V}_{2_H})^{*T}], \quad (3)$$

where \mathbf{V}_{1_H} and \mathbf{V}_{2_H} are lower triangular, banded matrices obtained in expansion of a matrix $\mathbf{R}^k + \mathbf{R}_0$; $1/\rho$ is a constant coefficient.

Since the obtained matrices \mathbf{V}_{1_H} and \mathbf{V}_{2_H} are also banded, for processing a portrait according to algorithm (3) it is also possible to use digital convolutions computed in frequency domain. The number of necessary operations for processing a portrait in the k -th channel of the recognition device is shown in Table 2.

Table 2

Operations	FFT	Convolution	NA	total:
Multiplications	$N \log_2(2N)$	$4N - 2$	$2N-1$	$N \log_2(2N) + 6N - 3$
Addition	$2N \log_2(2N)$	-	$2N - 3$	$2N \log_2(2N) + 2N - 3$

Optimum processing algorithm of combined multifrequency-fluctuation portrait

The expression (1) for a combined multifrequency-fluctuation portrait have the form

$$Z_{k0} = \xi \mathbf{B}^{k0} \xi^{*T} + a_{k0}, \quad (4)$$

where \mathbf{B}^{k0} is a Hermitean, block - Toeplitz matrix.

Let's use the known inversion of the Hermitian, block - Toeplitz matrix on the basis of multichannel Levinson algorithm [3], and let's present expression (4) as follows

$$Z_{k0} = \xi \underline{\mathbf{B}}^{k0} \xi^{*T} + a_{k0} = \xi (\underline{\mathbf{A}}_{\text{H}} \underline{\mathbf{P}}_{\text{д}} \underline{\mathbf{A}}_{\text{H}}^{*T} - \underline{\mathbf{B}}_{\text{H}} \underline{\mathbf{P}}_{\text{д}} \underline{\mathbf{B}}_{\text{H}}^{*T}) \xi^{*T} + a_{k0}, \quad (5)$$

where $\underline{\mathbf{A}}_{\text{H}}$ and $\underline{\mathbf{B}}_{\text{H}}$ are block lower triangular matrices; $\underline{\mathbf{P}}_{\text{д}} = \underline{\mathbf{P}}^{-1}$ is a block-diagonal matrix. The elementary blocks $(\underline{\mathbf{A}}_i, \underline{\mathbf{B}}_i, i = 1..N_f - 1, \underline{\mathbf{P}})$ of block matrices are Hermitean, Toeplitz matrices of order $N_t \times N_t$.

In turn the matrix $\underline{\mathbf{P}}_{\text{д}}$ can be presented as follows:

$$\underline{\mathbf{P}}_{\text{д}} = \underline{\mathbf{P}}^{-1} = \underline{\mathbf{A}}_{\text{днт}} \underline{\mathbf{A}}_{\text{днт}}^{*T} - \underline{\mathbf{B}}_{\text{днт}} \underline{\mathbf{B}}_{\text{днт}}^{*T}, \quad (6)$$

where $\underline{\mathbf{A}}_{\text{днт}}$ and $\underline{\mathbf{B}}_{\text{днт}}$ are block-diagonal matrices of block dimension $N_f \times N_f$, for which the elementary blocks are the lower triangular matrices; $\underline{\mathbf{A}}_{\text{нт}}$ and $\underline{\mathbf{B}}_{\text{нт}}$ are lower triangular banded matrices of order $N_t \times N_t$;

$1/\rho_1$ is a constant coefficient.

The expression (5) can be presented in the form of four terms

$$Z_{k0} = \xi \underline{\mathbf{A}}_{\text{H}} \underline{\mathbf{A}}_{\text{днт}} (\xi \underline{\mathbf{A}}_{\text{H}} \underline{\mathbf{A}}_{\text{днт}})^{*T} - \xi \underline{\mathbf{A}}_{\text{H}} \underline{\mathbf{B}}_{\text{днт}} (\xi \underline{\mathbf{A}}_{\text{H}} \underline{\mathbf{B}}_{\text{днт}})^{*T} - \\ - \xi \underline{\mathbf{B}}_{\text{H}} \underline{\mathbf{A}}_{\text{днт}} (\xi \underline{\mathbf{B}}_{\text{H}} \underline{\mathbf{A}}_{\text{днт}})^{*T} + \xi \underline{\mathbf{B}}_{\text{H}} \underline{\mathbf{B}}_{\text{днт}} (\xi \underline{\mathbf{B}}_{\text{H}} \underline{\mathbf{B}}_{\text{днт}})^{*T} + a_{k0}. \quad (7)$$

The estimation of computing resources in realizing (7) is shown in Table 3

Table 3

Operation	Condition	Coherent processing:	NA:
Multiplication	N_f Odd	$((N_f^2 - N_f) - (N_f - 1)N_f)N_t^2 +$ $2N_f(N_t \log_2(2N_t)) + 4N_f(2N_t - 1)$	$4N_f N_t$
	N_f Even	$((N_f^2 - N_f) - (N_f / 2)^2)N_t^2 +$ $2N_f(N_t \log_2(2N_t)) + 4N_f(2N_t - 1)$	
Addition		$(N_f^2 - N_f)(N_t(N_t - 1)) + N_f N_t +$ $2N_f(2N_t \log_2(2N_t))$	$4N_f(N_t - 1)$

It is obvious that at large N_f and N_t the proposed scheme is more preferable than the matrix algorithm (4).

The obtained algorithms can practically be implemented on the basis of modern hardware-software tools of DSP.

References:

1. A. Middleton, Introduction to a statistical communication theory, Book 2, Moscow, 1962, pp. 831.
2. A.E. Okhrimenko, Fundamental radiolocation and electronic warfare, Part I, Moscow, 1983, pp.584 (in Russian).
3. S.L. Marple, Digital spectral analysis and its applications, Moscow, 1990, pp. 584 (in Russian).
4. A.M. Krot and E.B. Minervina, Fast algorithms and digital spectral processing programs of signals and images, Minsk, 1995, pp. 408 (in Russian).