АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ РАСПОЗНАВАНИЯ НА ОСНОВЕ РАЗЛОЖЕНИЯ МНОГОМЕРНОЙ ПЛОТНОСТИ ВЕРОЯТНОСТИ ВЫХОДНЫХ СИГНАЛОВ ПО ПОЛИНОМАМ ПОЛЛАЧЕКА

Шаляпин С.В., Ярмолик С.Н.

Военная Академия Республики Беларусь
кафедра радиолокации и радионавигации

Постановка задачи

Системы распознавания M - классов целей, построенные по Байесовским критериям оптимальности [1], имеют M - каналов обработки, каждый из которых формирует сигнал в виде смещенного квадратичного функционала

$$z_{k/g} = \xi_{g0} \mathbf{R}^{ko} \xi_{g0}^{*\text{т}} + a_k ,$$

где $\xi_{g0} = (\xi_1,...,\xi_N)$ - дискретная выборка принятого сигнала, состоящая из аддитивной смеси сигнала, отраженного от объекта g-го класса $\xi_g = (\xi_{1g},...,\xi_{Ng})$ и фона $\xi_0 = (\xi_{10},...,\xi_{N0})$ (условие A_g, $g = \overline{1,M}$); ξ_i - i-я комплексная амплитуда входной выборки ξ_{g0}, имеющая нормальный закон распределения, который описывается ковариационной матрицей $\mathbf{R}_{g+0} = \mathbf{R}_g + \mathbf{R}_0$, $\mathbf{R}_g = \overline{\xi_g^{*\text{т}} \xi_g}$ (* - комплексное сопряжение, т - транспонирование, $g = \overline{1,M}$) - ковариационная матрица сигнала, $\mathbf{R}_0 = \overline{\xi_0^{*\text{т}} \xi_0}$ - ковариационная матрица фона; $\mathbf{R}^{ko}$ - матрица обработки; a_k - смещение ($k = \overline{1,M}$).

Решение о классе цели удобно принимать в соответствии с правилом [2]

если $z_{kl/g} > 0$ для всех $l = \overline{1,M}$, $l \neq k$, то верно A_k^*,

где $z_{kl/g} = z_{k/g} - z_{l/g} = \xi_{g0} \mathbf{R}^{kl} \xi_{g0}^{*\text{т}} + a_{kl}$ - межканальная разность; $\mathbf{R}^{kl} = \mathbf{R}^{ko} - \mathbf{R}^{lo}$ - межканальная матрица обработки; $a_{kl} = a_k - a_l$ - межканальная разность смещений.

Качество работы таких систем характеризуется вероятностями правильного распознавания цели k-го класса D_k и ложного распознавания цели k-го класса при наличии цели g-го класса $F_{k/g}$

$$D_k = \int_0^{\infty} \cdots \int_0^{\infty} P_{k/k}(z_{k1/k},\ldots,z_{k,k-1/k},z_{k,k+1/k},\ldots,z_{kM/k})\, dz_{k1/k} \ldots dz_{kM/k} ,$$

$$F_{k/g} = \int_0^{\infty} \cdots \int_0^{\infty} P_{k/g}(z_{k1/g},\ldots,z_{k,k-1/g},z_{k,k+1/g},\ldots,z_{kM/g})\, dz_{k1/g} \ldots dz_{kM/g} ,$$

где $P_{k/g}(z_{k1/g},\ldots,z_{k,k-1/g},z_{k,k+1/g},\ldots,z_{kM/g})$ - условная плотность вероятности величин $z_{kl/g}$ при наличии цели g-го класса. В дальнейшем данную плотность вероятности будем обозначать $P_{k/g}(\mathbf{z})$, а перечисление величин типа $z_{k1/g},\ldots,z_{k,k-1/g},z_{k,k+1/g},\ldots,z_{kM/g}$ будем обозначать $z_{k1/g} \ldots z_{kM/g}$, подразумевая, что в этом перечне отсутствует величина $z_{kk/g}$.

При аналитическом решении задачи расчета характеристик распознавания возникают большие трудности, связанные со сложностью получения точного выражения для многомерной плотности вероятности сигналов на выходах каналов обработки $P_{k/g}(\mathbf{z})$, а также трудности определения вероятностей различных решений, обусловленные сложностью интегрирования этой плотности. При этом необходимо еще учитывать корреляцию сигналов на выходах каналов обработки и отличие их закона распределения от нормального. Таким образом, требуется разработать аналитический метод расчета условных вероятностей $P(A_k^*/A_g)$ правильного $D_k = P(A_k^*/A_k)$ и ложного $F_{k/g} = P(A_k^*/A_g)$, $g \neq k$, распознавания ($k,g = \overline{1,M}$) для любых априорно заданных эрмитовых матриц обработки $\mathbf{R}^{ko}$ и численных значений смещений a_k.

Метод анализа

Исходя из сложности аналитического описания закона распределения квадратичной формы, лежащей в основе классификации образов, целесообразно использовать возможность его приближенного представления с помощью систем ортогональных функций [1].

1. Представление многомерной плотности вероятности разностей сигналов на выходах каналов обработки рядами ортогональных полиномов

Обобщение разложения двумерного закона распределения в ряд по ортогональным полиномам [3] на многомерный случай имеет вид

$$P_g(z_{k1/g}^{s_1}\dots z_{kM/g}^{s_M})=\sum_{q_1=0}^{m}\dots\sum_{q_M=0}^{m}\sum_{s_1=0}^{q_1}\dots\sum_{s_M=0}^{q_M}\sum_{p_1=0}^{q_1}\dots\sum_{p_M=0}^{q_M} m\{z_{k1/g}^{s_1}\dots z_{kM/g}^{s_M}\}\prod_{\substack{l=1\\l\neq k}}^{M} r_{q_l/s_l}r_{q_l/p_l}\varphi_l(z_{kl/g})z_{kl/g}^{p_l},$$

где $\varphi_l(z_{kl/g})$ – весовая функция используемого полинома ($l=1..M$, $l\neq k$); r_{q_l/p_l} - коэффициенты ортогонального полинома; $m\{z_{k0/g}^{s_0}\dots z_{kM/g}^{s_M}\}$ - математическое ожидание системы случайных величин ($z_{k1/g}^{s_1}\dots z_{kM/g}^{s_M}$), s_l – показатель степени величины $z_{kl/g}$ ($l=1..M$, $l\neq k$).

Плотность $P_g(z_{k1/g}^{s_l}\dots z_{kM/g}^{s_M})$ представлена в виде суммы интегралов с разделяющимися переменными. При этом вид аппроксимирующей кривой определяется коэффициентами ортогонального полинома, весовой функцией и величиной моментов $m\{z_{k1/g}^{s_1}\dots z_{kM/g}^{s_M}\}$. Эти моменты могут быть получены на основе методики определения многомерной характеристической функции квадратичной формы [1]

$$m_g\{z_{k1/g}^{s1},\dots,z_{kM/g}^{sM}\}=(-i)^{\sum_{i=1,i\neq k}^{M} si}\left.\frac{\partial^{s1+\dots+sM}}{\partial\nu_1^{s1}\dots\partial\nu_M^{sM}}\Theta_z(\mathbf{v})\right|_{\nu_i=0},$$

где $\Theta_{\mathbf{z}}(\mathbf{v})=exp(-i\sum_{\substack{l=1\\l\neq k}}^{M}\nu_l a_{kl})\Big/(2\pi)^N\, det[\mathbf{I}-i\sum_{\substack{l=1\\l\neq k}}^{M}\nu_l\chi_{kl}]$ - многомерная характеристическая функция совокупности случайных величин $\mathbf{z}$, $\boldsymbol{\chi}_{kl}=\mathbf{R}^{g+0}\mathbf{R}^{kl}$ – определяющая матрица, $\mathbf{v}=\{\nu_1,\dots,\nu_{k-1},\nu_{k+1},\dots,\nu_M\}$ - совокупность вещественных переменных.

2. Выбор семейства полиномов. Полиномы Поллачека

Известно [3], что качество аппроксимации с помощью выбранной системы полиномов зависит от числа членов разложения m. При этом правильный выбор базисных функций позволит достичь хорошей аппроксимации при небольшом числе членов ряда. Для решения задачи аппроксимации обычно используют полиномы с весовой функцией описывающей одномерный нормальный закон распределения, например ряд Эрмита, или с функцией, связанной со степенями нормальной плотности вероятности (ряд Юнга). При значительных отличиях разлагаемой плотности вероятности от нормальной, сохраняющей при этом унимодальность, такие аппроксимации, как правило, неэффективны. В этом случае используют ряды с другой весовой функцией, например, ряд Лагерра. Однако, в силу положительной определенности интервала ортогональности практическое использование полиномов Лагерра затруднительно. В этом случае целесообразно использование особых полиномов Поллачека [4,5], которые вводятся с помощью следующей производящей функции

$$F(x,w,\alpha,\lambda)=(1-we^{i\alpha})^{(-\lambda+ix)}(1-we^{-i\alpha})^{(-\lambda-ix)}. \tag{1}$$

Коэффициенты разложения (1) по степеням переменной w, являются полиномами Поллачека степени n, зависящим от двух параметров α и λ

$$F(x,w,\alpha,\lambda)=Q_0(x,\alpha,\lambda)+Q_1(x,\alpha,\lambda)w++Q_2(x,\alpha,\lambda)w^2+\dots+Q_n(x,\alpha,\lambda)w^n,$$

где $Q_n(x,\alpha,\lambda)$ – n-ый полином Поллачека.

Эти полиномы являются ортонормированными в бесконечных пределах с весовой функцией

$$h_н(x,\alpha,\lambda)=h(x,\alpha,\lambda)\Big/\int_{-\infty}^{+\infty}h(x,\alpha,\lambda)dx,$$

где $h(x,\alpha,\lambda)=\frac{1}{\pi}(2\sin(\alpha))^{(2\cdot\lambda-1)}e^{-(\pi-2\cdot\alpha)\cdot x}\left|\Gamma(\lambda+ix)\right|^2$, α, λ – параметры весовой функции ($0<\alpha<\pi$, $\lambda>0$).

Достоинством функции Поллачека является то, что ее форма может изменяться в довольно широких пределах в зависимости от значений параметров α и λ, изменением которых можно приблизить вид графика функции Поллачека к смещенному χ-квадрат распределению с произвольным числом степеней свободы.

3. Выбор оптимального значения параметров α и λ

Решается задача оптимизации параметров функции Поллачека. Параметр λ косвенно определяет дисперсию функции $h(x,\alpha,\lambda)$. Величина параметра α, в общем случае, характеризует степень асимметрии функции Поллачека. Выбор параметров весовой функции необходимо производить так, чтобы максимально приблизить ее вид к искомой плотности вероятности. Это позволит получить качественную аппроксимацию при использовании минимального числа членов ряда. В основу согласования формы функции Поллачека и искомой плотности вероятности положено равенство их второго и третьего моментов. При этом оптимальные параметры α и λ определяются из системы уравнений

$$\begin{cases} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} (h_н(x,\alpha,\lambda)\cdot(x - \int\limits_{-\infty}^{+\infty} h_н(x,\alpha,\lambda)\cdot xdx)^2)dx = M_2(\mathbf{Z}) \\ \int\limits_{-\infty}^{+\infty} (h_н(x,\alpha,\lambda)\cdot(x - \int\limits_{-\infty}^{+\infty} h_н(x,\alpha,\lambda)\cdot xdx)^3)dx = M_3(\mathbf{Z}) \end{cases}$$

где $M_2(\mathbf{z}) = m^{(2)}\{ z_{k1/g}^{s_1},\ldots,z_{kM/g}^{s_M} \}$ - второй момент исходного закона распределения ($\sum_{i=0}^{M} s_i = 2$);

$M_3(\mathbf{z}) = m^{(3)}\{ z_{k1/g}^{s_1},\ldots,z_{kM/g}^{s_M} \}$ - третий момент исходного закона распределения ($\sum_{i=0}^{M} s_i = 3$).

Таким образом, используя ортогональные полиномы Поллачека с оптимально выбранными параметрами весовой функции, возможно достаточно точно аппроксимировать любой двусторонний закон распределения, значительно отличающийся от нормального, даже при небольшом числе членов ряда. Это позволяет аналитически оценивать вероятностные характеристики рассматриваемой системы распознавания. При этом приведенные результаты имеют относительно простой вид и могут быть использованы для проведения научно-инженерных расчетов.

Для примера, на рис.1 приведены кривые, характеризующие качество работы системы распознавания по регулярно-коррелированным портретам, рассчитанные по предлагаемой методике. (Использованы три класса целей с одинаковыми дисперсиями и различными коэффициентами корреляции $r_1 = 0.98$, $r_2 = 0.7$ $r_3 = 0.3$, γ – отношение сигнал/шум).

Список литературы

1. Миддлтон Д. Введение в статистическую теорию связи. Кн.2/ Пер. с англ. Под ред. Левина Б.Р. М.: Сов. Радио, 1962.-831с.
2. Охрименко А.Е. Основы радиолокации и радиоэлектронная борьба, Часть I. – М.: Воениздат,1983.-456с.
3. Левин Б.Р. Теоретические основы статистической радиотехники. –М.: “Радио и связь”. 1989.-656с
4. Сеге Г. Ортогональные многочлены. Пер. с англ. под ред. В.С. Виденского. –М.: Государственное издание физико-математической литературы. 1962. 500с.
5. Pollaczek F. Sur une famille de polynomes orthogonaux qui contient les polynomes d’Hermite et de Laquerre comme cas limites. Comptes Rendus de L’Acad. des Sc., Paris, 230 (1950), 1563-1565.

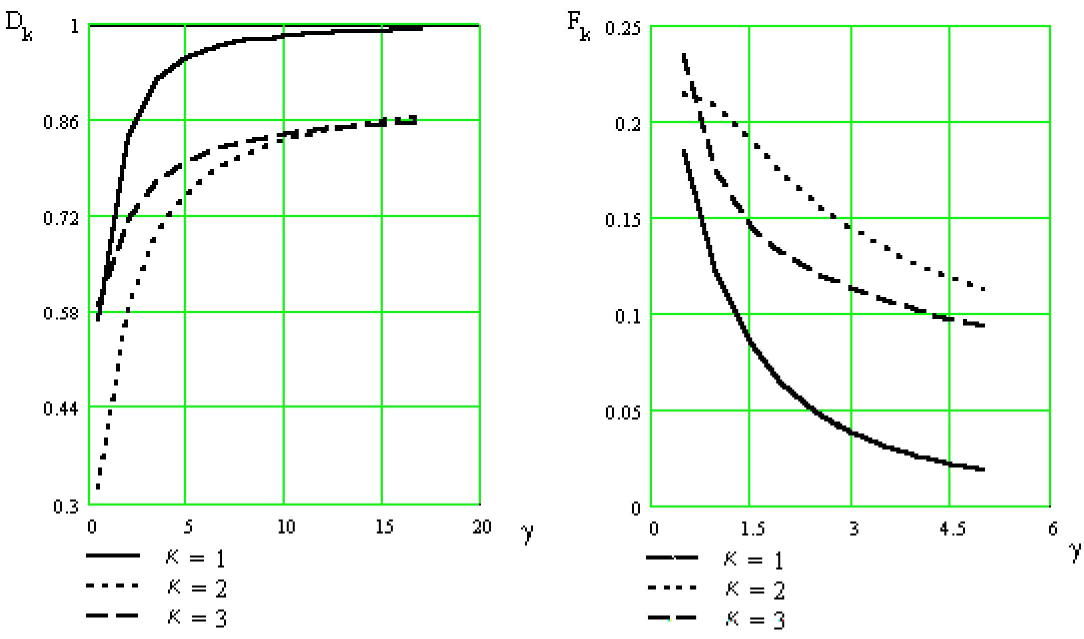

Рис.1. Показатели качества системы радиолокационного распознавания.

ANALYSIS OF RECOGNITION SYSTEMS CHARACTERISTICS BASING ON EXPANSION OF MULTIDIMENSIONAL PROBABILITY DENSITY OF OUTPUT SIGNAL BY POLLACZEK POLYNOMIALS

Shaliapin S.V., Yarmolik S.N.

Problem statement

Recognition systems of M-class targets designed according to Bayesian optimum criteria [1] have M-processing channels, each of which forms a signal in the shape of a displaced quadratic functional

$$z_{k/g} = \xi_{g0}\mathbf{R}^{k0}\xi^{*\mathrm{T}}_{g0} + a_k,$$

where $\xi_{g0} = (\xi_1,...,\xi_N)$ is a discrete sample of a received signal consisting of additive mixture of a signal reflected from a g-th class object $\xi_g = (\xi_{1g},...,\xi_{Ng})$ and background $\xi_0 = (\xi_{10},...,\xi_{N0})$ (condition A_g, $g = \overline{1,M}$); ξ_i is the i-th complex amplitude of the input sample ξ_{g0} having a normal distribution law that is described by a covariational matrix $\mathbf{R}_{g+0} = \mathbf{R}_g + \mathbf{R}_0$, $\mathbf{R}_g = \overline{\xi^{*\mathrm{T}}_g \xi_g}$ (* is a complex conjugation, т is transponding, $g = \overline{1,M}$) is a covariational matrix of a signal, $\mathbf{R}_0 = \overline{\xi^{*\mathrm{T}}_0 \xi_0}$ is a covariational matrix of background; $\mathbf{R}^{k0}$ is a processing matrix; a_k - displacement ($k = \overline{1,M}$).

The decision about a target class is conveniently taken in accordance with the rule [2]

if $z_{kl/g} > 0$ for all $l = \overline{1,M}$, $l \neq k$, then A^*_k is true,

where $z_{kl/g} = z_{k/g} - z_{l/g} = \xi_{g0}\mathbf{R}^{kl}\xi^{*\mathrm{T}}_{g0} + a_{kl}$ is the interchannel difference; $\mathbf{R}^{kl} = \mathbf{R}^{ko} - \mathbf{R}^{lo}$ is an interchannel processing matrix; $a_{kl} = a_k - a_l$ is an interchannel displacement difference.

The performance quality of such systems is characterized by probabilities of true recognition of the k-th class target D_k and probability of false recognition of a k-th class target in the presence of the g-th class target $F_{k/g}$

$$D_k = \int_0^\infty \cdots \int_0^\infty P_{k/k}(z_{k1/k},\ldots,z_{k,k-1/k},z_{k,k+1/k},\ldots,z_{kM/k})\,dz_{k1/k}\ldots dz_{kM/k},$$

$$F_{k/g} = \int_0^\infty \cdots \int_0^\infty P_{k/g}(z_{k1/g},\ldots,z_{k,k-1/g},z_{k,k+1/g},\ldots,z_{kM/g})\,dz_{k1/g}\ldots dz_{kM/g},$$

where $P_{k/g}(z_{k1/g},\ldots,z_{k,k-1/g},z_{k,k+1/g},\ldots,z_{kM/g})$ is conventional probability density of magnitudes $z_{kl/g}$ in the presence of a g-th class target. Below, the given probability density would be designated $P_{k/g}(\mathbf{z})$ and enumeration of magnitudes of $z_{k1/g},\ldots,z_{k,k-1/g},z_{k,k+1/g},\ldots,z_{kM/g}$ type would designate $z_{k1/g}\ldots z_{kM/g}$, having in mind that there is no magnitude $z_{kk/g}$ in this enumeration.

The analytical solution of the problem of recognition characteristics estimation involves great difficulties caused by complexity of obtaining exact expression of signal multidimensional probability density at the processing channels outputs $P_{k/g}(\mathbf{z})$, as well as difficulties in determining probabilities of different solutions caused by the complexity of the process of integrating this density. Moreover, it is necessary to take into account signals correlation at the processing channels outputs and the distinction of their distribution low from the normal one. Thus, it is necessary to develop an analytical method of estimation of conventional probabilities $P(A^*_k / A_g)$ of true $D_k = P(A^*_k / A_k)$ and false $F_{k/g} = P(A^*_k / A_g)$, $g \neq k$, of recognition ($k,g = \overline{1,M}$) for any *a priori* given Hermitian processing matrix $\mathbf{R}^{k0}$ and numerical displacement values a_k.

Analysis Method

Proceeding from the complexity of the analytical description of the quadratic form distribution law underlying image classification, it is advisable to apply the possibility of its approximated representation by means of orthogonal functions systems [1].

1. Representation of multidimensional probability density of signal differences at processing channels outputs by means of orthogonal polynomials series

The generalization of the expansion of a two-dimensional distribution law into a series by orthogonal polynomials [3] into a multidimensional case takes the form of:

$$P_g(z_{k1/g}^{s_1}\dots z_{kM/g}^{s_M})=\sum_{q_1=0}^{m}\dots\sum_{q_M=0}^{m}\sum_{s_1=0}^{q_1}\dots\sum_{s_M=0}^{q_M}\sum_{p_1=0}^{q_1}\dots\sum_{p_M=0}^{q_M} m\{z_{k1/g}^{s_1}\dots z_{kM/g}^{s_M}\}\prod_{\substack{l=1\\ l\neq k}}^{M} r_{q_l/s_l} r_{q_l/p_l}\varphi_l(z_{kl/g})z_{kl/g}^{p_l},$$

where $\varphi_l(z_{kl/g})$ is a weight function of the applied polynomial ($l=1..M$, $l\neq k$); r_{q_l/p_l} are orthogonal polynomial coefficients; $m\{z_{k0/g}^{s0}\dots z_{kM/g}^{sM}\}$ is the mathematical expectancy of a random values system ($z_{k1/g}^{s1}\dots z_{kM/g}^{sM}$), s_l is a degree index of the value of $z_{kl/g}$ ($l=1..M$, $l\neq k$).

The density $P_g(z_{k1/g}^{sl}\dots z_{kM/g}^{sM})$ is represented as the sum of integrals with separating variables. In this case the form of the approximating curve is determined by orthogonal polynomials coefficients, a weight function and magnitudes moments $m\{z_{k1/g}^{s1}\dots z_{kM/g}^{sM}\}$. These moments might be obtained using the methods of determining a multidimensional chracteristic function of a quadratic form [1]

$$m_g\{z_{k1/g}^{s1},\dots,z_{kM/g}^{sM}\}=(-i)^{\sum_{i=1,\, i\neq k}^{M} si}\left.\frac{\partial^{s1+\dots+sM}}{\partial\nu_1^{s1}\dots\partial\nu_M^{sM}}\Theta_z(\boldsymbol{\nu})\right|_{\nu_i=0},$$

where $\Theta_{\mathbf{z}}(\boldsymbol{\nu})=\dfrac{exp(-i\sum_{l=1,\, l\neq k}^{M}\nu_l a_{kl})}{(2\pi)^N\, det[\mathbf{I}-i\sum_{l=1,\, l\neq k}^{M}\nu_l\boldsymbol{\chi}_{kl}]}$ is a multidimensional characteristic function of a set of random values $\mathbf{z}$, $\boldsymbol{\chi}_{kl}=\mathbf{R}^{g+0}\mathbf{R}^{kl}$ is discriminating function, $\boldsymbol{\nu}=\{\nu_1,\dots,\nu_{k-1},\nu_{k+1},\dots,\nu_M\}$ is a set of material variables.

2. The choice of a set of polynomials. Pollaczek polynomials

It is known [3] that the quality of approximation obtained by means of the chosen polynomial system depends on the number of terms of the expansion *m*. Hence, a correct choice of fundamental functions would allow to achieve good approximation in case of a small number of terms in a series. To solve the approximation problem, the polynomials having a weight function describing one-dimensional normal distribution law, for example, Hermite series, or having a function tied with degrees of normal probability density (Young series), are usually used. In case there are significant distinctions of disintegrated probability density from the normal one, while still retaining unimodality, these approximations are ineffective, as a rule. In this case series having other weight functions, for example, Laguerre series, are used. However, due to positive determinancy of orthogonality interval, the practical use of Laguerre polynomials becomes difficult. In this case it is advisable to use special Pollaczek polynomials [4,5] that are introduced by means of the following generating function

$$F(x,w,\alpha,\lambda)=(1-we^{j\alpha})^{(-\lambda+ix)}(1-we^{-i\alpha})^{(-\lambda-ix)}. \tag{1}$$

Expansion coefficients (1), by degrees of a variable *w*, are Pollaczek polynomials of the *n*-th degree, depending on two parameters α and λ

$$F(x,w,\alpha,\lambda)=Q_0(x,\alpha,\lambda)+Q_1(x,\alpha,\lambda)w+Q_2(x,\alpha,\lambda)w^2+\dots+Q_n(x,\alpha,\lambda)w^n,$$

where $Q_n(x,\alpha,\lambda)$ is *n*-th Pollaczek polynomial.

These polynomials are orthonormalized within infinite limits having a weight function

$$h_н(x,\alpha,\lambda)=h(x,\alpha,\lambda)\Big/\int_{-\infty}^{+\infty}h(x,\alpha,\lambda)dx,$$

where $h(x,\alpha,\lambda)=\dfrac{1}{\pi}(2sin(\alpha))^{(2\cdot\lambda-1)}e^{-(\pi-2\cdot\alpha)\cdot x}\left|\Gamma(\lambda+ix)\right|^2$,

α, λ are parameters of a weight function ($0<\alpha<\pi$, $\lambda>0$).

The advantage of Pollaczek function is that its form might be varied within rather wide limits depending on the values of parameters α and λ it is possible to bring the shape of Pollaczek function diagram to the shape of displaced quadratic distribution having an arbitrary number of degrees of freedom.

3. The Choice of optimal values of parameters α and λ

The problem of Pollaczek parameters function optimization is solved. The parameter λ determines indirectly a function variance $h(x,\alpha,\lambda)$. The value of the parameter α, in a general case, characterizes the asymmetry degree of Pollaczek function. The choice of parameters of a weight function should be carried out so that its form would in maximum be similar to the required probability density. This would lead to obtaining qualitative approximation while using minimum number of series terms. The basis of coordinating Pollaczek function form and the required probability density is the equality of their 2nd and 3d moments. In this case the optimum parameters α and λ are determined using the system of equations

$$\begin{cases} \int\limits_{-\infty}^{+\infty} (h_н(x,\alpha,\lambda)\cdot(x-\int\limits_{-\infty}^{+\infty} h_н(x,\alpha,\lambda)\cdot xdx)^2)dx = M_2(\mathbf{Z}) \\ \int\limits_{-\infty}^{+\infty} (h_н(x,\alpha,\lambda)\cdot(x-\int\limits_{-\infty}^{+\infty} h_н(x,\alpha,\lambda)\cdot xdx)^3)dx = M_3(\mathbf{Z}) \end{cases}$$

where $M_2(\mathbf{z}) = m^{(2)}\{ z_{k1/g}^{s_1},\ldots,z_{kM/g}^{s_M} \}$ is the 2nd moment of the initial distribution law ($\sum_{i=0}^{M} s_i = 2$); $M_3(\mathbf{z}) = m^{(3)}\{ z_{k1/g}^{s_1},\ldots,z_{kM/g}^{s_M} \}$ is the 3d moment of the initial distribution law ($\sum_{i=0}^{M} s_i = 3$).

Thus, using Pollaczek orthogonal polynomials having optimum chosen parameters of a weight function, it is possible to approximate accurately enough any double-sided distribution law that differs greatly from the normal one, even in case of a small number of series terms available. This allows to estimate analytically the probability characteristics of the recognition system under consideration. Moreover, the given results have a relatively simple form and might be used in scientific engineering researches.

For example, Fig. 1 shows the curves that characterize the performance quality of the recognition system using regularly correlated portraits calculated in accordance with the suggested methods. (Three classes of targets having similar dispersion and different correlation coefficients $r_1 = 0.98$, $r_2 = 0.7$ $r_3 = 0.3$, γ is a signal-to-noise ratio).

References:

1. *Middlton D.* An Introduction to Statistical Communication Theory. Mc raw-Hill Book Comp. 1960.

2. *Okhrimenko, A. E.,* Radar principles and Radioelectronic Warfare. Part 1. Radar principles, Moscow, Military Publishing House, 1983.

3. *Levin B.R.* Theoretical Fundamental of Statistical Radioengineering. M.: Radiocomm., 1989.

4. *Szegö.* Orthogonal Polynomials. American Mathematical Society. New York, 1959.

5. *Pollaczek F.* Sur une famille de polynomes orthogonaux qui contient les polynomes d’Hermite et de Laquerre comme cas limites. Comptes Rendus de L’Acad. des Sc., Paris, 230 (1950), 1563-1565.