

## АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ

Итенберг И.И., Бутенков С.А., Семерий О.С., Бачило С.А.  
Таганрогский государственный радиотехнический университет  
E-mail [saab@tsure.ru](mailto:saab@tsure.ru)

В работе предлагается новый подход к кодированию геометрической информации, основанный на использовании аналитических моделей изображаемых объектов. Модели представляют собой параметризованные функции, описывающие форму сложных объектов, при этом параметры служат для описания оптических свойств и геометрических преобразований объектов. В системах передачи изображений достаточно передавать для каждого кадра изображения только изменившиеся параметры объекта, что значительно снижает объем передаваемой информации.

### Введение

При передаче изображения некоторой сцены, состоящей из нескольких объектов, чаще всего передается поточечная информация о каждом кадре изображения сцены (телевизионный сигнал). В более совершенных системах передачи можно передавать только информацию об изменении отдельных элементов изображения, что значительно уменьшает объем передаваемой информации (мы не будем рассматривать сейчас способы представления изображений в виде некоторых рядов на различных системах базисных функций).

Между тем, для некоторых классов изображений, можно представить полуаналитическое описание изображения в виде некоторой пирамиды, на верхнем уровне которой полигональный элемент изображения представляется в виде квадратичной формы, грубо описывающей поверхность объекта, ограниченную полигональным элементом. На следующих уровнях с помощью таких же функций, отличающихся только параметрами, описываются отклонения от основной поверхности и т.д. [1]. В результате удается значительно снизить объем хранимой (передаваемой) информации об объекте (хранятся только числовые параметры подэлементов пирамиды в виде десяти числовых значений). При передаче представленного подобным образом изображения, достаточно передавать только изменившиеся параметры подэлементов. Однако, данный метод основывается на идее разбиения поверхности изображаемого объекта на элементы и для улучшения качества отображения их число необходимо увеличивать, соответственно увеличивая объем хранимой информации о форме объекта.

В качестве логического развития идей [1] можно предложить полностью аналитический метод описания сложных геометрических объектов в виде специального класса функций, называемых  $R$ -функциями [2]. Этот метод был развит в работе [3] и позволил ввести иерархическое параметризованное описание сложных геометрических объектов, в основном, искусственного происхождения. В отличие от метода [1], в иерархии описываются не чисто геометрические отклонения от основной поверхности, а построенные с помощью специальных операций ( $R$ -операций) функции, уточняющие изменение формы базового примитива (см. рис. 2). Числовые параметры подобной аналитической модели описывают аффинные преобразования модели, цвет элементов, а также дополнительные свойства элементов (альбедо, текстуру и некоторые другие).

С помощью тех же операций можно строить на следующем уровне иерархии аналитическое описание всей сцены, как объединения объектов.

Применение подобного подхода открывает возможность применения следующего алгоритма передачи изображения сцены :

На первом этапе передается структурная информация об объектах и полной сцене, представляемая в виде дерева. Как можно судить по рис. 1, её объем достаточно мал. В дальнейшем достаточно передавать только изменившиеся параметры объектов, после чего устройство, прорисовывающее на приемной стороне изображение сцены, должно будет обновить изображение.

Существенным отличием предложенного метода кодирования и передачи от [1] является то, что объект не разбивается на отдельные участки, а представляется в виде суперпозиции функций, описывающих его составные части, т.е. при увеличении изображения объекта будет использоваться то же самое представление, при этом качество изображения останется прежним.

Возможны также комбинированные методы, сочетающие оба метода представления геометрической информации.

### Основные понятия и определения

В общем случае аналитическая модель представляет собой некоторую векторную функцию [2] :

$$\bar{y} = F(\bar{x}), \quad (1)$$

где  $\bar{x}$  – координаты точки пространства  $X$ , в котором определяется форма моделируемого объекта,  $\bar{y}$  – упорядоченный набор данных о точке  $\bar{x}$  пространства  $X$ , в котором задана модель (1).

Параметризованная модель также представляет собой функцию [3]:

$$\bar{y} = G(\bar{x}, \bar{p}), \quad (2)$$

где  $\bar{x} \in X$ ,  $\bar{p}$  – вектор внешних (свободных) параметров, с помощью которых можно задать состояние модели,  $\bar{y}$  – упорядоченный набор данных о точке  $\bar{x}$  пространства  $X$ , в котором задана модель (2) с параметрами  $\bar{p}$ .

Например, для модели трёхмерного объекта  $X$  является линейным пространством  $R^3$ . В качестве  $\bar{y}$  могут выступать такие данные, как

1. принадлежность точки  $\bar{x}$  объекту,
2. расстояние между точкой  $\bar{x}$  и ближайшей к ней точкой объекта,
3. информация о том, какой части объекта принадлежит  $\bar{x}$ ,
4. информация о материале, из которого сделана та часть объекта, которой принадлежит точка  $\bar{x}$ , например, его цвет, прозрачность.

В вектор  $\bar{p}$  входят параметры объекта. Например, это могут быть параметры аффинных преобразований как модели, так и отдельных её частей. В приложениях предлагаемого метода для унификации построения моделей в качестве вектора  $\bar{p}$  берётся вектор параметров аффинных преобразований модели:

$$p_i \in \{d_1, d_2, \dots, d_n, s_1, s_2, \dots, s_m, r_1, r_2, \dots, r_k\}, \quad (3)$$

где  $\bar{d} = (d_1, d_2, \dots, d_n)$  – вектор параметров линейного сдвига относительно центра координат,

$\bar{s} = (s_1, s_2, \dots, s_m)$  – вектор параметров масштабирования,

$\bar{r} = (r_1, r_2, \dots, r_k)$  – вектор параметров вращения относительно осей координат.

Если строится трёхмерная модель, то в общем случае  $\bar{d} \in R^3$ ,  $\bar{s} \in R^3$ ,  $\bar{r} \in R^3$ . Все другие параметры модели сводят к параметрам геометрических преобразований.

Иерархическая структура для аналитических моделей вводится следующим образом. Элемент структуры представляется в виде некоторой функции модели  $F_{i,j,k}$ , где индекс  $i = 1 \dots n$  обозначает уровень иерархии, к которому относится функция  $F_{i,j,k}$ . Считается, что на  $i$ -м уровне иерархии  $m_i$ -функций, которые объединяются в  $m_{i+1}$  векторов  $\vec{F}_{i,j}$ , где  $j = 1 \dots m_{i+1}$ . Таким образом, иерархическая структура моделей может быть описана в виде

$$F_{i,j,k} = B_{i,j,k}(\vec{F}_{i-1,\tilde{j}}), \quad (4)$$

где  $B_{i,j,k}$  – некоторая функция от вектора моделей  $\vec{F}_{i-1,\tilde{j}}$ , задающая логическую структуру модели  $F_{i,j,k}$ .

Функции  $B_{i,j,k}$  и  $F_{i,j,k}$ , являются  $R$ -отношениями [2]. В качестве эквивалентов логических операций используется система  $R$ -операций. В практически важных задачах часто используется система  $\mathfrak{R}_1$  [2].

Функцию  $B_{i,j,k}$  можно представить в виде некоторой функции  $B$  векторных аргументов, однозначно определяемой своими аргументами:

$$F_{i,j,k} = B(\vec{F}_{i-1,\tilde{j}}, \vec{A}_{i-1,\tilde{j}}), \quad (5)$$

где  $\vec{A}_{i-1,\tilde{j}}$  – вектор логических операций, сопоставляемых соответствующим функциям вектора  $\vec{F}_{i-1,\tilde{j}}$ . С учетом (3)–(4) исходное представление модели (2) можно преобразовать в следующее

$$\bar{y} = G_{i,j,k}(\bar{x}, \bar{p}_{i,j,k}) = F_{i,j,k}(\varphi_{i,j,k}(\bar{x}, \bar{p}_{i,j,k})), \quad (6)$$

где  $G_{i,j,k}$  – функция, описывающая морфологическую информацию об объекте,  $\varphi_{i,j,k}$  – функция, описывающая динамическую информацию об объекте. Функция  $F_{i,j,k}(\bar{x}')$  является унифицированной, например, определённой на конкретном подмножестве пространства  $X$ .

У модели  $G_{i,j,k}$  в вектор  $\bar{p}$  могут дополнительно входить отдельные составляющие векторов  $\bar{p}$  моделей  $G_{i-1,\tilde{j},\tilde{k}}$ . Так как модели являются аналитическими, то очень легко учесть симметричность формы объекта [3], что уменьшает объём хранимой информации.

В наиболее общем виде модели можно представить как :

$$F_{i,j,k} = B(\vec{F}_{i-1,\tilde{j}}, \vec{A}_{i-1,\tilde{j}}, \vec{P}_{i-1,\tilde{j}}), \quad (7)$$

где  $\vec{P}_{i-1,\tilde{j}}$  – вектор параметров, сопоставляемых соответствующим функциям вектора  $\vec{F}_{i-1,\tilde{j}}$ .

Будем говорить о моделях внутренних и внешних. Внешние модели в отличие от внутренних, представляются в виде:

$$F = B(\vec{F}_{i,j}, \vec{A}_{i,j}, \vec{P}_{i,j}, \vec{U}), \quad (8)$$

где  $\vec{U} = (p_{i,j,k,a} \dots p_{\tilde{i},\tilde{j},\tilde{k},\tilde{a}})$  – вектор тех параметров внутренних моделей, которые считаются внешними для данной модели;  $p_{i,j,k,a}$  –  $a$ -й элемент вектора  $\vec{P}_{i,j,k}$ .

**Экспериментальные исследования**

Полученные теоретические результаты были использованы при разработке программного обеспечения систем моделирования и обработки геометрической информации.

Практический процесс построения аналитической модели сводится к заданию дерева структуры  $B$  из (8) (см. рис. 1). В результате проектируется функция многих переменных, представляющая некоторое многообразие в полном пространстве переменных модели (8). На ее основе может решаться широкий класс задач обработки и визуализации изображения объекта.

Для визуализации использовались алгоритмы многоуровневого отслеживания хода лучей, позволяющие получить плоское изображение трехмерной модели исходного объекта.

На рис. 1 приведена структура модели – автомобиля ВАЗ-2101. На рис. 2 представлена серия изображений этого автомобиля с разным уровнем детализации, соответствующим положению модели на общем дереве рис. 1.

Можно отметить, что данная модель описывает не только поверхность объекта, но и его внутреннюю структуру (элементы салона, видимые в окна). Из основных свойств аналитических моделей на основе  $R$  – функций следует, что мы могли бы описать и те элементы объекта, которые не видны на изображениях, например, двигатель, содержимое багажника и т.д.

На рис. 3 представлена серия изображений другой модели автомобиля, полученных путем изменения угла поворота относительно вертикальной оси, что соответствует движению автомобиля по некоторой окружности. Таким образом, для описания этого типа движения достаточно изменять только один параметр модели. Остальная информация остается неизменной.

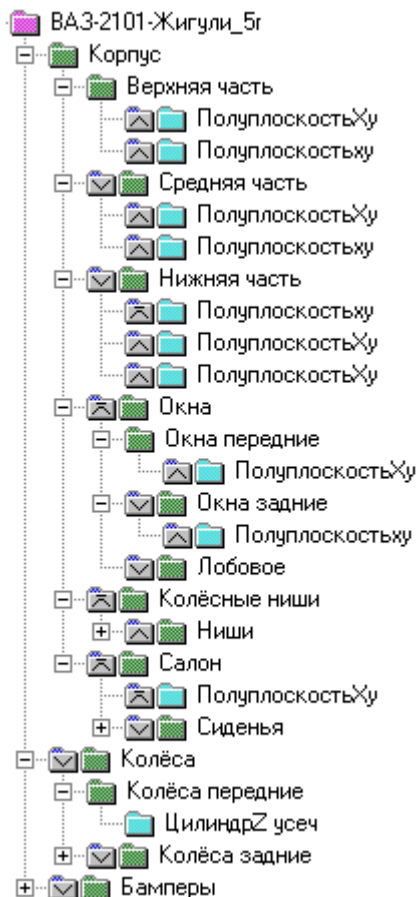


Рис. 1

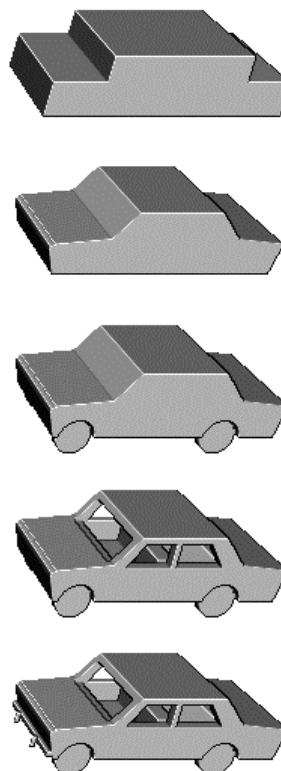


Рис. 2

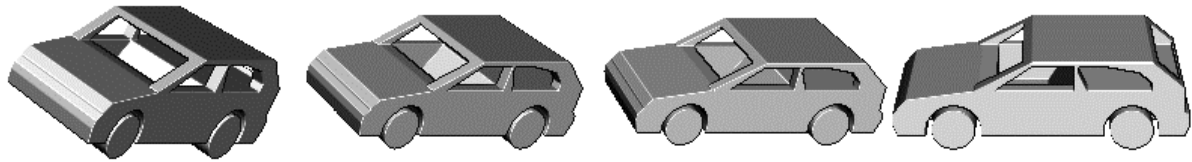


Рис. 3

### Заключение

Разработанный метод представления геометрической информации существенно улучшает метод параметризованных моделей, предложенных в работе [3], делая их иерархическими, что позволяет строить улучшаемые модели объектов сложной формы. В рамках данной работы рассмотрение было ограничено практически только задачами описания статических объектов, хотя, в соответствии с основными идеями метода, в параметры моделей можно включать не только свойства отдельных элементов, но и скорости их изменения. В результате открывается возможность описания объектов с подвижными частями и перемещающихся в пространстве, а также изменяющих цвет и фактуру и т.д.

С точки зрения передачи информации о подобных объектах, если законы изменения параметров заданы, то передача их изменений вообще не нужна. Предложенный метод кодирования геометрической информации позволяет создавать эффективное программное обеспечение для систем проектирования, обработки, визуализации и передачи изображений.

### Литература

1. С.И. Вяткин и др. Геометрическое моделирование и визуализация функционально заданных объектов. – Автометрия, №6, 1999, с.84-92.
2. В.Л. Рвачёв. Теория R-функций и некоторые ее приложения. - Киев: Наукова думка, 1982.
3. С.А. Бутенков, О.С. Семерий. Оптимизационный метод распознавания изображений с помощью аналитических моделей в параллельных системах / в сб. трудов конференции “Интеллектуальные многопроцессорные системы-99”.- Таганрог: ТРТУ, 1999, с.190-197.



## ANALYTICAL METHOD OF THE GEOMETRICAL INFORMATION PRESENTATION

Itenberg I.I., Butenkov S.A., Semery O.S., Bachilo S.A.

Taganrog State University of Radio Engineering, E-mail [saab@tsure.ru](mailto:saab@tsure.ru)

An approach to the geometrical information coding is presented. The approach is based on using analytical models of imaging objects. The models represent parameterized functions describing the form of complex objects. In this scheme, the parameters serve to describe the optical properties and geometric transformations of the objects. In the image transmission systems, it is enough to transmit only changed object parameters for every image frame. This greatly reduces amount of the transmitted information.

### Introduction

Commonly for image transmission the pointwise presentation of information for every image frame is used. However, for some classes of the images, it is possible to present the semi-analytic description of the image as some pyramid, on the top level of which the polygonal element of the image is represented as the quadratic form roughly describing the object surface, which is limited with the polygonal element. On the next levels, the deviations from the basic surface are described with the same functions differing only in parameters [1]. As a result amount of the stored (transmitted) information greatly decrease (the numerical parameters of the pyramid sub-elements are stored). In this case, we may transmit only the parameters of the sub-elements. However, the given method is based on decomposition of the imaging object surface to elements. Number of the elements must be increased for the image quality to improve, accordingly with it amount of the stored information increases.

As a logical development of ideas [1] it is possible to propose completely analytical method of the description of complex geometrical objects by using a special class of functions named  $R$  – functions [2]. This method was developed in work [3] and was allowed introducing the hierarchical parameterized description of complex geometrical objects, basically, with artificial origin. Unlike the method [1], in hierarchy we describe not only geometrical deviations from the basic surface, but functions, which refine the change of the base primitive form. These functions are constructed by using special operations ( $R$  – operations). The numerical parameters of similar analytical model describe affine transformation of the model, color, transparency of elements, etc. On the next level of hierarchy, we can build the analytical description of the whole scene as union of the objects by using  $R$  – operations. The application of this approach allows to use the following algorithm of the image transmission. At first, we transmit

the structural information represented as a tree. Then it is enough to transmit only changed parameters of objects. On the receiving side, the visualizer updates the image.

The Basic Concepts and Definitions

Generally, analytical parameterized model represents some vector function [2]:

$$\bar{y} = F(\bar{x}) = G(\bar{x}, \bar{p}), \quad (1)$$

where  $\bar{x}$  is a point of space  $X$ , in which the form of simulated object is defined,  $\bar{y}$  is an ordered data set for a point  $\bar{x} \in X$ ,  $\bar{p}$  is a vector of external (free) parameters.

The hierarchical structure of analytical models is introduced in the following way. The element of structure is represented as some function of model  $F_{i,j,k}$ , where the index  $i = 1 \dots n$  means a level of hierarchy, whereto the function  $F_{i,j,k}$  relates. On  $i$  level of hierarchy there are  $m_i$  functions, which are united into  $m_{i+1}$  vectors  $\vec{F}_{i,j}$ , where  $j = 1 \dots m_{i+1}$ . Thus, the hierarchical structure of models may be described as

$$F_{i,j,k} = B_{i,j,k}(\vec{F}_{i-1,\tilde{j}}), \quad (2)$$

where  $B_{i,j,k}$  is some function of a vector of models  $\vec{F}_{i-1,\tilde{j}}$ .  $B_{i,j,k}$  specifies the logic structure of model  $F_{i,j,k}$ . The functions  $B_{i,j,k}$  and  $F_{i,j,k}$  are  $R$ -relations [2]. The system of  $R$ -operations is used as the equivalent of logic operations. In practically important tasks  $\mathfrak{R}_1$ -system is frequently used [2].

The most general form of the hierarchical model is represented as:

$$F_{i,j,k} = B(\vec{F}_{i-1,\tilde{j}}, \vec{A}_{i-1,\tilde{j}}, \vec{P}_{i-1,\tilde{j}}), \quad (3)$$

where  $B$  is some function of vector arguments uniquely determined by its arguments,  $\vec{A}_{i-1,\tilde{j}}$  and  $\vec{P}_{i-1,\tilde{j}}$  are the vectors of logic operations and parameters correlated with the functions of a vector  $\vec{F}_{i-1,j}$ .

### Experimental Results

The practical process of analytical model construction is reduced to the assignment of a structure tree for (3). As a result, a multivariable function is projected. It represents some manifold in the complete space of model variables. On the basis of this function the wide class of the tasks of the image processing and visualization can be solved. For visualization, we use the algorithms of multilevel ray tracing allowing to derive the flat image of three-dimensional model of the object.

On the Fig. 1 there is a series of the images of an automobile model. They received by changing an angle of turn about the vertical axis. This corresponds to movement of the automobile along some circle. Thus, for the description of this type of movement it is enough to change only one model parameter. Other information remains constant.

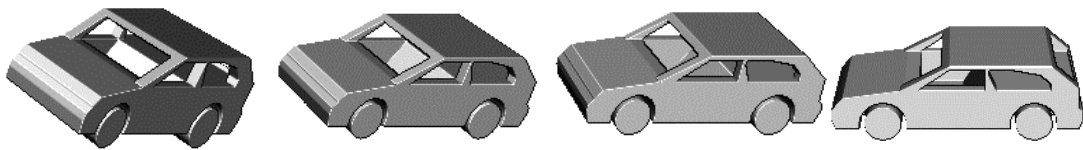


Fig. 1

The given model describes not only surface of object, but also its internal structure (you can see some elements of the passenger compartment in the windows). The basic properties of analytical models based on  $R$ -functions allow to describe those elements of the object, which are not visible on the images, for example, engine, boot contents, etc.

### Conclusions

The developed method of the geometrical information representation greatly improves the method of parameterized model proposed in work [3]. In this work, hierarchical models are presented, that allow to construct improved models of complex objects. Within the framework of the given work the description of static objects is considered. However, in parameters of models it is possible to include not only properties of several elements, but also the speed of their change. As a result, it is possible to describe objects moving in the space, having mobile parts and varying color and texture.

From the point of view of geometrical information transmission if the laws of objects parameters changing are given, the transmission of their changes is not necessary.

The proposed method of the geometrical information coding allows to create the efficient software for systems of designing, processing, visualization, and transmission of the images.

References

1. S. I. Vyatkin et al. Geometrical Modeling and Visualization of objects given by functions. – Autometria, №6, 1999, pp. 84-92.
2. V. L. Rvatchev, R-Functions – their Theory and Applications. Kiev, Naukova dumka, 1982.
3. Sergey A. Butenkov, Oleg S. Semery, “Optimal procedures for object recognition by analytical models”, Proceedings of the International Conference on Intelligent Multiprocessor Systems - 99, pp. 194-199, Taganrog, Russian Federation, June 1999.