ЦИФРОВАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ПОЛУТОНОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ МАРКОВСКОГО ТИПА

Петров Е.П.

Вятский государственный технический университет,
кафедра радиоэлектронных средств
610000, г. Киров, ул. Московская, 36,
тел. (833-2)-693295, факс (833-2)-626578, e-mail: trubin@vgtu.riac.ru

В данной работе основе представления полутоновых изображений случайными двумерными марковскими процессами с дискретными аргументами решена задача синтеза алгоритма фильтрации полутоновых изображений, искаженных “белым” гауссовским шумом.

Используя в качестве модели двоичного изображения модель одностороннего марковского случайного поля [1] в [2] получен алгоритм фильтрации бинарных изображений:

$$\begin{aligned} u^{(i,j)} &= f\left(\Phi_1^{(i,j)}\right) - f\left(\Phi_2^{(i,j)}\right) + u^{(i,j)} + z_1\left(u^{(i-1,j)}, p'_{\alpha\beta}\right) + \\ &+ u^{(i,j-1)} + z_2\left(u^{(i,j-1)}, p''_{\Theta\beta}\right) - u^{(i-1,j-1)} - z_3\left(u^{(i-1,j-1)}, p'''_{\varphi\beta}\right), \end{aligned} \tag{1}$$

где $\alpha., \beta, \varphi, \theta = 1,2$; $\Phi_i(i = 1,2)$ - состояние дискретного параметра двоичного сигнала; $p_i\,(q,r)(i = 1,2)$ - апостериорные вероятности состояний дискретного параметра $u^{(q,r)} = ln\left(p_1^{(q,r)} \big/ p_2^{(q,r)}\right);(q = i-1, i; r = j-1, j)$- логарифм отношения апостериорных вероятностей дискретного параметра; $f_{k+1}\left(\Phi_1(i,j)\right) - f_{k+1}\left(\Phi_2(i,j)\right)$ - разность логарифмов функций правдоподобия состояний дискретного параметра;

$$z_i = \frac{p_{\alpha\alpha} + p_{\beta\alpha}\, exp\left\{-u^{(q,r)}\right\}}{p_{\beta\beta} + p_{\alpha\beta}\, exp\left\{u^{(q,r)}\right\}}; i = \overline{1,3}. \tag{2}$$

В (2) вместо $p_{\alpha\alpha}$, $p_{\beta\alpha}$, $p_{\beta\beta}$ и $p_{\alpha\beta}$ необходимо подставить элементы матриц вероятностей переходов по горизонтали $p'_{\alpha\beta}$, вертикали - $p''_{\upsilon\beta}$, диагонали - $p'''_{\varphi\beta}$ для $i = 1,2,3$, соответственно. Причем $p'''_{\varphi\beta}$ являются элементами матрицы $\mathrm{P}''' = \mathrm{P}' \cdot \mathrm{P}''$.

Статистическая избыточность, свойственная типичным полутоновым изображениям, присуща также и бинарным сечениям, на которые оно разбивается при цифровом представлении элементов изображения. Если оцифрованная выборка изображения (m-разрядное двоичное число) представляет собой возможное состояние однородной цепи Маркова с 2^m состояниями, то каждый двоичный разряд является простой однородной цепью Маркова с двумя состояниями [3,4]. Тогда используя (1) и (2) уравнения фильтрации полутоновых изображений, представленных в цифровой форме, запишем в виде:

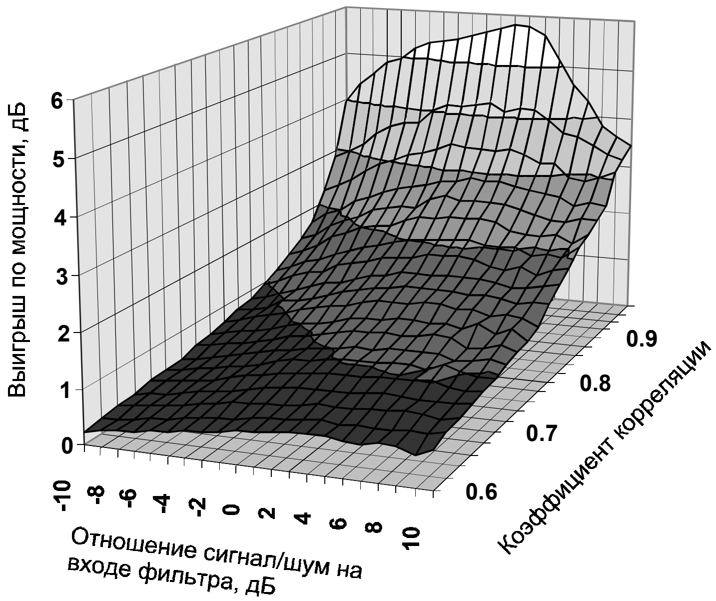
$$\begin{aligned} u_{k+1}^{(l)}(i,j) &= f_{k+1}\left(\Phi_1^{(l)}(i,j)\right) - f_{k+1}\left(\Phi_2^{(l)}(i,j)\right) + u_k^{(l)}(i-1,j) + \\ &+ z_1^{(l)}\left(u_k^{(l)}(i-1,j), p'^{(l)}_{\alpha\beta}\right) + u_k^{(l)}(i,j-1) + z_2^{(l)}\left(u_k^{(l)}(i,j-1), p''^{(l)}_{\alpha\beta}\right) - \\ &- u_k^{(l)}(i-1,j-1) - z_3^{(l)}\left(u_k^{(l)}(i-1,j-1), p'''^{(l)}_{\alpha\beta}\right),\ l = \overline{1,m}. \end{aligned} \tag{3}$$

Исследование приемного устройства, реализующего рекуррентные уравнения (3), было проведено на ЭВМ. В качестве модели изображения было взято искусственное изображение, формируемое по алгоритму [5]

$$\mu(i,j) = r_{‰}\mu(i-1,j) + r_{‹}\mu(i,j-1) - r_{‰}r_{‹}\mu(i-1,j-1) + \sqrt{\left(1-r_{‰}^2\right)\left(1-r_{‹}^2\right)}\,\xi(i,j), \tag{4}$$

с разделимой корреляционной функцией $r = \sigma_\mu^2\, exp\left\{-\alpha_{‹}\left|\tau_{‹}\right| - \alpha_{‰}\left|\tau_{‰}\right|\right\}$, где $r_в$, $r_г$- коэффициенты корреляции между соседними элементами изображения по вертикали и горизонтали, соответственно. $\xi(i,j)$ - выборка независимого гауссовского случайного процесса.

Структура алгоритма фильтрации (4) такова, что позволяет легко построить адаптивный алгоритм фильтрации, когда корреляция между элементами изображения неизвестна на приемной стороне.



На рисунке представлен график выигрыша по мощности сигнала на выходе устройства фильтрации полутоновых изображений, представленных четырьмя двоичными разрядами ($m = 4$) для различных отношений сигнал/шум по мощности на входе -10...8 дБ и коэффициенте корреляции между элементами изображения по горизонтали и вертикали $0{,}6 \ldots 0{,}98$.

Исследование помехоустойчивости приемных устройств синтезированных на основе уравнений (4) показали высокое качество восстановления изображений, искаженных белым шумом не уступающее известным алгоритмом при более простой реализации.

Литература

1. Джайн А.К. Успехи в области математических моделей для обработки изображений// ТИИЭР, 1981, т. 69, № 5. - с. 9 - 39.
2. Петров Е.П. Фильтрация марковских бинарных изображений. - Актуальные проблемы электронного приборостроения. Труды третьей международной научно-технической конференции. - Новосибирск, в 11 т. Т.7, 1996 г, с. 29.
3. Петров Е.П., Шарыгин С.С. Фильтрация полутоновых изображений. В кн. “Радио и волоконно-оптическая связь, локация и навигация. Труды научно-технич. конференции в 3-х т. - Воронеж, т.1, 1997, с. 439-445
4. Петров Е.П. Синтез алгоритмов и устройств фильтрации параметров статистически связанных импульсных сигналов в системах передачи непрерывных сообщений и изображений. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук - М.: МГТУ ГА, 1999, 312 с.
5. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. В 2-х кн. - М.: Мир, 1982.- 792 с.

DIGITAL FILTERING OF HALF-TONE IMAGES OF A MARKOV TYPE

Petrov E.

Vyatka State Technical University
36 Moscow str., Kirov 610000, Russia
Phone (+7-833-2) -693295, Fax (+7-833-2) -626578, E-mail: trubin@vgtu.riac.ru

Abstract. In the given work on the basis of submission of half-tone images by casual two-dimensional Markov processes with discrete arguments the problem of synthesis of algorithm of filtering of half-tone images deformed by «white» gauss noise is solved.

Using as a model of a binary image a model of unilateral Markov casual field [1] the algorithm of filtering of the binary images is obtained [2]:

$$\begin{aligned} u^{(i,j)} &= f\left(\Phi_1^{(i,j)}\right) - f\left(\Phi_2^{(i,j)}\right) + u^{(i,j)} + z_1\left(u^{(i-1,j)}, p'_{\alpha\beta}\right) + \\ &+ u^{(i,j-1)} + z_2\left(u^{(i,j-1)}, p''_{\Theta\beta}\right) - u^{(i-1,j-1)} - z_3\left(u^{(i-1,j-1)}, p'''_{\varphi\beta}\right), \end{aligned} \tag{1}$$

where $\alpha., \beta, \varphi, \theta = 1,2$; $\Phi_i(i = 1,2)$ - state of the discrete parameter of a binary signal; $p_i\,(q,r)(i = 1,2)$- posterior probability of states of the discrete parameter $u^{(q,r)} = ln\left(p_1^{(q,r)} / p_2^{(q,r)}\right);(q = i-1, i; r = j-1, j)$ - logarithm of the relation of posterior probabilities of the discrete parameter; $f_{k+1}\left(\Phi_1(i,j)\right) - f_{k+1}\left(\Phi_2(i,j)\right)$- difference of logarithms functions of verisimilitude of states of the discrete parameter;

$$z_i = \frac{p_{\alpha\alpha} + p_{\beta\alpha}\, exp\left\{-u^{(q,r)}\right\}}{p_{\beta\beta} + p_{\alpha\beta}\, exp\left\{u^{(q,r)}\right\}}; i = \overline{1,3}. \tag{2}$$

In (2) instead of $p_{\alpha\alpha}$, $p_{\beta\alpha}$, $p_{\beta\beta}$ and $p_{\alpha\beta}$ it is necessary to substitute elements of matrixes of transitions probabilities on a horizontal $p'_{\alpha\beta}$, vertical - $p''_{\upsilon\beta}$, diagonal - $p'''_{\varphi\beta}$ levels for $i = 1,2,3$, accordingly. Here $p'''_{\varphi\beta}$ are elements of matrix $\mathrm{P}''' = \mathrm{P}' \cdot \mathrm{P}''$.

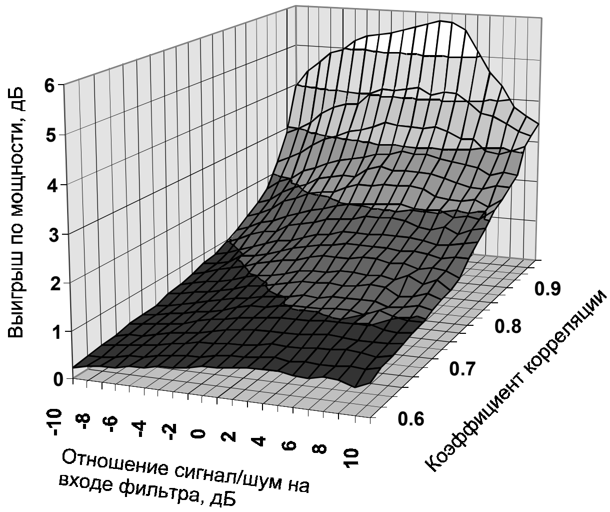
The statistical redundancy peculiar of typical half-tone images, is inherent also in binary sections, into which it is divided at digital submission of pixels. If a digitalized sample of the image (the m-digit binary number) represents a possible state of a homogeneous Markov chain with 2^m states, each binary category is a simple homogeneous Markov chain with two states [3,4]. Then using (1) and (2) equations of filtering of half-tone images represented numerically, we shall write down:

$$\begin{aligned} u_{k+1}^{(l)}(i,j) &= f_{k+1}\left(\Phi_1^{(l)}(i,j)\right) - f_{k+1}\left(\Phi_2^{(l)}(i,j)\right) + u_k^{(l)}(i-1,j) + \\ &+ z_1^{(l)}\left(u_k^{(l)}(i-1,j), p'^{(l)}_{\alpha\beta}\right) + u_k^{(l)}(i,j-1) + z_2^{(l)}\left(u_k^{(l)}(i,j-1), p''^{(l)}_{\alpha\beta}\right) - \\ &- u_k^{(l)}(i-1,j-1) - z_3^{(l)}\left(u_k^{(l)}(i-1,j-1), p'''^{(l)}_{\alpha\beta}\right), \; l = \overline{1,m}. \end{aligned} \tag{3}$$

The research of the receiving device realizing the recurrence equations (3), was conducted on the computer. As a model the artificial image, formed on algorithm [5] was taken

$$\mu(i,j) = r_{‰}\mu(i-1,j) + r_{‹}\mu(i,j-1) - r_{‰}r_{‹}\mu(i-1,j-1) + \sqrt{\left(1-r_{‰}^2\right)\left(1-r_{‹}^2\right)}\,\xi(i,j), \tag{4}$$

with divided by the correlation function $r = \sigma_\mu^2\, exp\left\{-\alpha_{‹}\left|\tau_{‹}\right| - \alpha_{‰}\left|\tau_{‰}\right|\right\}$, where $r_в$, $r_г$ - coefficients of correlation between adjacent pixels on a vertical and horizontal, accordingly. $\xi(i,j)$- sample independent of gauss casual process.



In a figure the schedule of a prize on power of a signal on an output(exit) of the system(device) of filtering of half-tone images images represented by four binary categories (m = 4) for the various attitudes(relations) a signal / noise on power on an input(entrance) is represented -10... 8 dB and coefficient of correlation between pixels on a horizontal and vertical 0.6...0.98.

Research of noise stability of receiving systems(devices) synthesized on the basis of the equations (4) have shown excellence of restoring of the images deformed by white noise not making a concession known algorithm for want of more simple realization, not making a concession by known.

The structure of algorithm of filtering (4) is those, that allows easily to construct adaptive algorithm of filtering, when the correlation between pixels is unknown on the receiving party.

The references

1. Джайн А.К. Успехи в области математических моделей для обработки изображений// ТИИЭР, 1981, т. 69, № 5. - с. 9 - 39.

2. Петров Е.П. Фильтрация марковских бинарных изображений. - Актуальные проблемы электронного приборостроения. Труды третьей международной научно-технической конференции. - Новосибирск, в 11 т. Т.7, 1996 г, с. 29.

3. Петров Е.П., Шарыгин С.С. Фильтрация полутоновых изображений. В кн. “Радио и волоконно-оптическая связь, локация и навигация. Труды научно-технич. конференции в 3-х т. - Воронеж, т.1, 1997, с. 439-445

4. Петров Е.П. Синтез алгоритмов и устройств фильтрации параметров статистически связанных импульсных сигналов в системах передачи непрерывных сообщений и изображений. Диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук - М.: МГТУ ГА, 1999, 312с.

5. Прэтт У. Цифровая обработка изображений. В 2-х кн. - М.: Мир, 1982.- 792с.