ИНТЕЛЛЕКТУАЛИЗАЦИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕДУР

Костоглотов А.А.

Ростовский военный институт ракетных войск
344027, Ростов – на – Дону, кафедра метрологии

Введение

По мере развития цифровой элементной базы измерительной техники поэтапно снимаются ограничения на вычислительную мощность используемых для осуществления алгоритмов измерения микропроцессорных комплектов. В настоящий момент их производительность настолько высока, что уже можно вести речь об интеллектуализации измерительных устройств [1], которая основывается на использовании программно-алгоритмических возможностей с учетом априорной и текущей информации о целях и условиях измерений. Особая актуальность интеллектуализации алгоритмов измерений проявляется в довольно сложных измерительных задачах определения динамически изменяющихся параметров по результатам косвенных изменений. В качестве примера могут служить задачи оценки параметров контролируемых систем на основе обработки измерительной информации [2], оценка характеристик случайного процесса изменения погрешностей средств измерения по результатам поверки [3], формирование групповых эталонов с использованием алгоритма Калмана [4] и т.д. Один из вариантов построения интеллектуальных измерительных процедур базируется на методах Марковской теории оптимальной нелинейной фильтрации с использованием принципов адаптации [5,6]. Такой подход приводит к организации измерительной процедуры на основе расширенного фильтра Калмана. Однако практические приложения данного алгоритма дают не всегда удовлетворительные результаты. В докладе рассматривается вариант синтеза интеллектуальной измерительной процедуры с использованием принципа регуляризации А.Н.Тихонова. «Интеллектуальность» алгоритма базируется на итеративном принципе получения уточненных значений измеряемых параметров с использованием априорной и текущей информации о характеристиках измерительного процесса.

1.Постановка задачи синтеза интеллектуальной измерительной процедуры

Рассмотрим задачу измерения динамических параметров некоторой физической системы по результатам косвенных наблюдений. Пусть динамика исследуемых параметров описывается системой дифференциальных уравнений первого порядка

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt}+\mathbf{f}(\mathbf{x},t)=\boldsymbol{\eta},\quad \mathbf{x}(0)=\mathbf{x}^0,\quad \mathbf{x}\in\mathbf{R}^n,\quad \boldsymbol{\eta}\in\mathbf{R}^n, \tag{1}$$

где $\mathbf{x}(t)$- вектор параметров, $\boldsymbol{\eta}(t)-$неизвестное внешнее возмущение, $\mathbf{f}(\mathbf{x},t)$ - переходная функция системы, непрерывная вместе с производными по совокупности переменных.

Уравнение наблюдения имеет вид

$$\mathbf{y}(t)=\mathbf{H}(\mathbf{x},t)+\mathbf{n}(t),\quad \mathbf{y}\in\mathbf{R}^m,\quad \mathbf{n}\in\mathbf{R}^m, \tag{2}$$

где сигнальная функция $\mathbf{H}(\mathbf{x},t)$ непрерывна по совокупности переменных, $\mathbf{n}(t)$ – вектор белого гауссовского шума с известными локальными характеристиками $\mathbf{M}[\mathbf{n}(t)]=0,\ \ \mathbf{M}[\mathbf{n}(t)\mathbf{n}^T(t+\tau)]=\frac{1}{2}\mathbf{N}\delta(\tau),\ \ \mathbf{N}\in\mathbf{R}^m\times\mathbf{R}^m-$ матрица спектральной плотности шума наблюдения, $\boldsymbol{\delta}(t)-$ векторная дельта-функция, T – знак транспонирования.

Ставится задача синтеза рекуррентной во времени измерительной процедуры определения $\hat{\mathbf{x}}(t)$, оптимальной в смысле минимума неотрицательного функционала, характеризующего ошибку измерения

$$\mathrm{J}[\hat{\mathbf{x}}(t)]=\frac{1}{2}\int_0^t(\mathbf{y}-\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}},s))^T\,\mathrm{N}^{-1}(\mathbf{y}-\mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}},s))\,ds\ . \tag{3}$$

2. Оптимальная оценка параметров на основе метода регуляризации А.Н. Тихонова

В силу непрерывности переходной функции $\mathbf{f}(\mathbf{x},t)$ решения уравнения (1) непрерывно зависят от $\boldsymbol{\eta}(t)$ в соответствие с теоремой о непрерывной зависимости решения дифференциального уравнения от параметров и исходных данных [7]. Поэтому функционал ошибки (3) на каждом решении системы (1) непрерывно зависит от $\boldsymbol{\eta}(t)$, J[**x**]=J[**η**]. Из этого следует, что задача определения оценки $\hat{\mathbf{x}}(t)$, доставляющей минимум (3), равносильна задаче определения

$$\boldsymbol{\eta}^*(t)=\mathbf{arg}\ \min_{\boldsymbol{\eta}}\ \mathrm{J}[\boldsymbol{\eta}] \tag{4}$$

Задача (1),(2),(4) согласно [8] является некорректно поставленной и относится к задачам типа оптимального управления. Для решения задачи (1),(2),(4) используем метод регуляризации А.Н.Тихонова [8].

При его реализации достаточно построения минимизирующей последовательности $\{\boldsymbol{\eta}_n(t)\}$, сходящейся к $\boldsymbol{\eta}^*(t)$. Рассмотрим сглаживающий функционал

$$\mathrm{J}^{\alpha}[\hat{\mathbf{x}},\boldsymbol{\eta}] = \mathrm{J}[\hat{\mathbf{x}}] + \alpha\Omega[\boldsymbol{\eta}], \qquad \Omega[\boldsymbol{\eta}] = \frac{1}{2}\int_0^t \boldsymbol{\eta}^{\mathrm{T}}(s)\boldsymbol{\eta}(s)ds \tag{5}$$

где α -положительное число.

Для дифференцируемого выпуклого функционала $\mathrm{J}^{\alpha}[\hat{\mathbf{x}},\boldsymbol{\eta}]$ минимум находится путем определения стационарной точки, в которой

$$grad\ \mathrm{J}^{\alpha}[\hat{\mathbf{x}},\boldsymbol{\eta}] = 0. \tag{6}$$

Выражение для записи градиента в развернутом виде для задачи (1),(2),(5) может быть представлено согласно [9] следующим образом

$$grad\ \mathrm{J}^{\alpha} = \alpha\,\boldsymbol{\eta}(s) + \int_s^t \mathbf{G}^{\mathrm{T}}(s,\tau)\mathbf{N}^{-1}\frac{\partial \mathbf{H}^{\mathrm{T}}}{\partial \mathbf{x}}\left[\mathbf{y} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}(s),\mathbf{x}_{\eta}(\tau),\tau)\right]d\tau \tag{7}$$

где $\mathbf{G}^{\mathrm{T}}(s,\tau)$- фундаментальная матрица, удовлетворяющая однородному линейному уравнению $\frac{d}{d\tau}\mathbf{G}(s,\tau) = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}(\mathbf{x}_{\eta}(\tau),\tau)\mathbf{G}(s,\tau), \quad \mathbf{G}(s,\tau) = \mathbf{I}$, здесь $\mathbf{I}$ – единичная матрица, а значение производной $\frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}$ найдены на решениях системы

$$\frac{d\mathbf{x}_{\eta}}{d\tau} + \mathbf{f}(\mathbf{x}_{\eta},\tau) = \boldsymbol{\eta}(\tau), \quad \tau \in [s,t], \quad \mathbf{x}_{\eta}(\tau)\big|_{\tau=s} = \hat{\mathbf{x}}(s). \tag{8}$$

Используя условие стационарности (6), запишем

$$\boldsymbol{\eta}^*(s) = \alpha^{-1}\int_s^t \mathbf{G}^{\mathrm{T}}(s,\tau)\mathbf{N}^{-1}\frac{\partial \mathbf{H}^{\mathrm{T}}}{\partial \mathbf{x}}\left[\mathbf{y} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}(s),\mathbf{x}_{\eta}(\tau),\tau)\right]d\tau\,. \tag{9}$$

Заметим, что уравнение (9) по форме совпадает с решением оптимизационной задачи (1),(2) при минимизации полуопределенного функционала А.А. Красовского [10].

3. Интеллектуальная измерительная процедура

Для определения точки $[\hat{\mathbf{x}},\boldsymbol{\eta}^*]$ используем метод наискорейшего спуска

$$\boldsymbol{\eta}_{K+1} = \boldsymbol{\eta}_K - \alpha_K \cdot grad\ \mathrm{J}^{\alpha}[\hat{\mathbf{x}}_{K+1},\boldsymbol{\eta}_K] \tag{10}$$

Для сокращения записи введем обозначение $\mathbf{B}(\hat{\mathbf{x}},\tau) = \mathbf{G}^{T}(s,\tau)\mathbf{N}^{-1}\frac{\partial \mathbf{H}^{T}}{\partial \mathbf{x}}\left[\mathbf{y} - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}},\tau)\right]$.

Тогда с учетом (7) алгоритм (10) может быть представлен в виде

$$\boldsymbol{\eta}_{K+1}(s) = -\int_s^t \sum_{i=1}^{K+1}\gamma_i^K \mathbf{B}(\hat{\mathbf{x}}_i(s),\tau)d\tau\,, \qquad \dot{\hat{\mathbf{x}}}_{K+1} + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{K+1},s) = \boldsymbol{\eta}_{K+1} \quad s \in [0,t], \tag{11}$$

где γ_i^K определяется по правилу $\gamma_i^K = \alpha_{i-1}\left[1-\alpha_i^2\right]\cdot\ldots\cdot\left[1-\alpha_{K-1}^2\right], \quad i = \overline{1,K}$.

Уравнение K+1 приближения оценки $\hat{\mathbf{x}}_{K+1}$ имеет вид

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{K+1} + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{K+1},s) = -\int_s^t \sum_{i=1}^{K+1}\gamma_i^{K+1}\mathbf{B}(\hat{\mathbf{x}}_i(s),\tau)d\tau. \tag{12}$$

Рассмотрим задачу оценки $\hat{\mathrm{x}}_{K+1}(s)$ процесса (1),(2), когда момент времени s, в который желательно получить оценку, соответствует точке t интервала наблюдения $[0,t]$ и t увеличивается. Для решения данной задачи модифицируем уравнение (12) к виду двухточечной краевой задачи (ДТКЗ). Для этого продифференцируем правую часть уравнения (12) по параметру s

$$\frac{d\boldsymbol{\eta}_{k+1}(s)}{ds} = \sum_{i=1}^{k+1}\gamma_i^{k+1}\mathbf{b}(s,\hat{\mathbf{x}}_i(s)) + \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}\boldsymbol{\eta}_{k+1}(s)\,,$$

где вводится обозначение $\mathbf{b}(s,\hat{\mathbf{x}}_i) = \mathbf{N}^{-1}\frac{\partial \mathbf{H}^{T}}{\partial \hat{\mathbf{x}}}\left[\mathbf{y}(s) - \mathbf{H}(\hat{\mathbf{x}}_i,s)\right]$ и преобразования сделаны с учетом правила Лейбница а также соотношения $\gamma_n^{k+1}\int_s^t \mathbf{G}^{\mathrm{T}}(s,\tau)\mathbf{b}(\tau,\hat{\mathbf{x}}_n(\tau))d\tau = \boldsymbol{\eta}_n(s) - \boldsymbol{\eta}_{n-1}(s), \quad n = \overline{1,k+1}$.

Полученная краевая задача выглядит следующим образом

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{k+1} + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}, s) = \boldsymbol{\eta}_{k+1}(s),$$
$$\dot{\boldsymbol{\eta}}_{k+1}(s) = \frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{x}} \boldsymbol{\eta}_{k+1}(s) + \sum_{i=1}^{k+1} \gamma_i^{k+1} \mathbf{b}(s, \hat{\mathbf{x}}_i(s)), \tag{13}$$

при граничных условиях, которые согласно [11,12] имеют вид

$$\boldsymbol{\eta}_{k+1}(t) = 0, \quad \hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{x}^0 + \mathbf{P}^0 \boldsymbol{\eta}_{k+1}(0), \tag{14}$$

где $\mathbf{P}^0$ – некоторая матрица.

Для построения рекуррентной процедуры оценивания (фильтра) необходимо найти $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ как функцию t при увеличении интервала наблюдения (т.е. увеличения получаемой информации). Подобного рода задачи с успехом решаются разработанным Р. Беллманом методом «инвариантного погружения» [11,12]. Следуя данному методу, обобщим ДТКЗ, допустив, что имеет место ненулевое граничное условие $\boldsymbol{\eta}_{k+1}(t) = \mathbf{c}$, и, кроме того, будем полагать, что величины $\mathbf{c}$ и t переменны. Тогда справедливо уравнение

$$\Delta \hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{c}, t)}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{c}, t)}{\partial \mathbf{c}} \Delta \mathbf{c}. \tag{15}$$

Воспользовавшись уравнениями (13) с точностью до бесконечно малых второго порядка получим следующие соотношения

$$\Delta \hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \{-\mathbf{f}(\mathbf{g}(\mathbf{c}, t), t) + \mathbf{c}\} \Delta t = \mathbf{h}_1(\mathbf{g}, \mathbf{c}, t) \Delta t,$$
$$\Delta \mathbf{c} = \left\{ \frac{\partial \mathbf{f}^T}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{c} + \sum_{i=1}^{k} \gamma_i^k \mathbf{b}(\hat{\mathbf{x}}_i, t) + \gamma_{k+1}^{k+1} \mathbf{b}(\mathbf{g}(\mathbf{c}, t), t) \right\} \Delta t = \mathbf{h}_2(\mathbf{g}, \mathbf{c}, t) \Delta t,$$

где $\mathbf{h}_1$ и $\mathbf{h}_2$ вводятся для сокращения записи.

Подставляя полученные выражения в соотношение (15) и устремляя Δt к нулю получим следующее уравнение погружения [11,12]

$$\mathbf{h}_1(\mathbf{g}, \mathbf{c}, t) = \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{c}, t)}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{c}, t)}{\partial \mathbf{c}} \mathbf{h}_2(\mathbf{g}, \mathbf{c}, t). \tag{16}$$

Найти решение данного уравнения в общем виде как правило не удается, поэтому его обычно аппроксимируют линейной функцией вида

$$\mathbf{g}(\mathbf{c}, t) = \hat{\mathbf{x}}_{k+1}(t) + \mathbf{P}_{k+1}(t) \mathbf{c}, \tag{17}$$

где $\mathbf{P}_{k+1}(t) = \left. \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{c}, t)}{\partial \mathbf{c}} \right|_{\mathbf{c}=0}$ – некоторая матрица, которая является аналогом ковариационной матрицы ошибок фильтрации [11,12].

Подставив (17) в (16) и раскладывая функции $\mathbf{h}_1$ и $\mathbf{h}_2$ в ряд Тейлора, ограничимся членами порядка $\mathbf{c}$. Приравнивая коэффициенты при членах нулевого и первого порядков малости по $\mathbf{c}$, получим следующую систему уравнений фильтрации

$$\frac{d\dot{\hat{\mathbf{x}}}_1}{dt} + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_1, t) = -\mathbf{P}_1 \gamma_1^1 \mathbf{b}(\hat{\mathbf{x}}_1, t),$$
$$\frac{\dot{\mathbf{P}}_1}{dt} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}^T + \gamma_1^1 \mathbf{P}_1 \frac{\partial \mathbf{b}(\hat{\mathbf{x}}_1, t)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{P}_1 + \mathbf{I},$$
$$\dots\dots\dots\dots\dots\dots \tag{18}$$
$$\frac{d\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{k+1}}{dt} + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}, t) = -\mathbf{P}_{k+1} \sum_{i=1}^{k+1} \gamma_i^{k+1} \mathbf{b}(\hat{\mathbf{x}}_i, t),$$
$$\frac{\dot{\mathbf{P}}_{k+1}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{P}_{k+1} + \mathbf{P}_{k+1} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \mathbf{x}}^T + \gamma_{k+1}^{k+1} \mathbf{P}_{k+1} \frac{\partial \mathbf{b}(\hat{\mathbf{x}}_{k+1}, t)}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{P}_{k+1} + \mathbf{I}.$$

Первая пара уравнений (18) представляет собой расширенный фильтр Калмана, а каждое последующее уравнение оценки для k+1 использует в качестве входных параметров функции y и $\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_k$, причем по форме все уравнения идентичны, поэтому для их решения может быть использован один и тот же алгоритм расчета. Критерием выхода из рекурсивного расчета может быть использован известный критерий невязки [8].

4. Пример

Рассмотрим задачу определения неизвестного параметра *d* (декремент затухания) в динамической системе, характеризующей процессы в неидеальном колебательном контуре

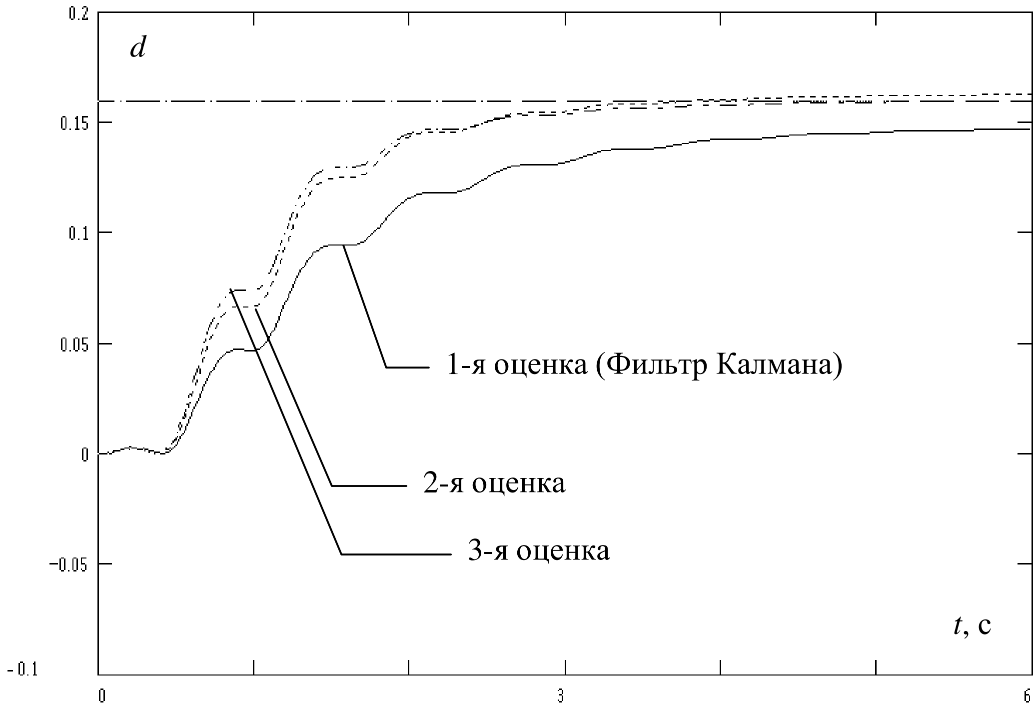
$$\ddot{x} + 10d \cdot \dot{x} + 25x - 12{,}5 = 0$$

по результатам наблюдения *x*. Результаты численного моделирования представлены рисунке в виде графиков оценок параметра *d*, соответствующих первой, второй и третьей паре уравнений фильтра. Для визуальной оценки точности полученных оценок на рисунке представлено действительное значение параметра $d = 0.16$. При расчетах выбраны значения $\alpha_0 = 1$, $\alpha_1 = 0.5$, $\alpha_2 = 0.333$.

Заключение

Анализ полученных уравнений и результатов численного моделирования позволяет сделать следующие важные выводы.

Целесообразность использования предложенной измерительной процедуры (18) возникает при решении измерительных задач в условиях неопределенности параметров модели исследуемого объекта и модели наблюдения с целью повышения точности полученных оценок измеряемых параметров по результатам косвенных наблюдений, что наглядно показывается проведенным численным моделированием.



Использование критерия минимума невязки [8] $\delta(i) = \frac{1}{t}\int_0^t \left[y^1(s) - \hat{x}_i^1(s)\right]^2 ds$ позволяет завершить процесс поэтапной обработки измерительной информации, т.е. определить номер максимально точной оценки исследуемого параметра из соотношения $N = \arg\min_{\mathrm{i}} \delta(i)$. Это позволяет отнести полученную измерительную процедуру к классу «интеллектуальных», или осуществляющих целенаправленный выбор наиболее близкой к истинному значению (3 – ей) оценки измеряемого параметра, превышающей по точности оценку стандартного фильтра Калмана (относительная ошибка измерения, определяемая с помощью графика, меньше Калмановской примерно на 6%).

Опыт решения некорректных задач [8] может быть использован при построении измерительных процедур подобного типа в зависимости от условий измерительного процесса с целью получения либо максимально точной, устойчивой, либо максимально эффективной по временным затратам оценки измеряемых параметров посредством выбора значений α_0, α_1, α_2....... Это дает возможность изменять цель измерений, а следовательно, и характер “интеллектуальности ” измерительной процедуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Цветков Э.И. Процессорные измерительные средства. – Л.: Энергоатомиздат, 1989.
2. Матвеев Ан. А., Матвеев А.А. // Измерительная техника. – 1989. - №1. – с.5.
3. Кривов В.С., Храпов Ф.И. // Измерительная техника. – 1998. - №1. – с.7.
4. Донченко С.И., Крошкин А.Н. // Измерительная техника. – 1999. - №7. – с.3.
5. Ярлыков М.С. Применение марковской теории нелинейной фильтрации в радиотехнике. – М.: Сов. Радио, 1980.
6. Репин В.Г., Тартаковский Г.П. Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. – М.: Сов. Радио, 1977.
7. Карташев А.П., Рождественский Б.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления. – М.: Наука, 1986.
8. Тихонов В.И., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1981.
9. Детистов В.А., Таран В.Н. //Автоматика и телемеханика. – 1990. - №10. - с. 46.
10. Костоглотов А.А., Таран В.Н. //Автоматика и телемеханика. – 1997. - №4. - с. 85.
11. Ван Трис Г. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Том 2. Теория нелинейной модуляции. - М.: Сов. радио, 1975.
12. Эндрю П.Сейдж, Джеймс Л.Мелса. Идентификация систем управления. - М.: Наука, 1974.

INTELLECTUALIZATION OF MEASURING PROCEDURES

Kostoglotov A.A.

The Rostov military institute of a rocket troops
344027, Rostov - on - Don, stand of a metrology

In process of development of digital element base of a measurement technology the limitations on computational capability of algorithms, used for implementation, of measurement of microprocessor complete sets are step-by-step removed. In the present moment their productivity is so high, that already it is possible to talk about intellectualization of metering devices, which one is grounded on usage of program - algorithmic capabilities with allowance for of prior and current information on the purposes and conditions of measurements. The special urgency of intellectualization of algorithms of measurements shows in rather composite measuring problems of definition of dynamically varied parameters by results of indirect changes. As an example the problems of an estimation of parameters of controled systems can serve on the basis of processing of the measuring information , an estimation of the characteristics of stochastic process of change of errors of means of measurement by results of check , formation of the formation measurement standards with usage of Kalman algorithm etc. One of versions of construction of intellectual measuring procedures bases on methods of the Markov theory of an optimum non-linear filtration with usage of principles of acclimatization. Such approach results in organization of a measuring procedure on the basis of an amplate Kalman filter. However practical appendices of the given algorithm give not always satisfactory outcomes. In the report the version of synthesis of an intellectual measuring procedure with usage of a principle of a regularization A.N. Tikhonov is esteemed. Intellect of algorithm bases on an iterative principle of obtaining of updated values of an instrument parameters with usage of the prior and current information about the characteristics of measuring process.