

Московский технический университет связи и информатики
111024, Москва, ул. Авиамоторная, 8-а, кафедра РТС

РЕФЕРАТ. Предлагается оригинальная теория разработки цифровых методов построения разностных алгоритмов рекурсивной фильтрации. Создание этого нового теоретического направления как для разностной фильтрации, в частности, так и цифровой фильтрации в целом, позволяет существенно повысить степень минимизации аппаратных затрат при специализированной реализации алгоритмов цифровой обработки сигналов на программируемых логических интегральных схемах (ПЛИС) или заказных и полужаказных СБИС. Методы рекуррентной разностной фильтрации обеспечивают возможность полного отказа от применения умножителей и предельного снижения разрядностей ячеек памяти для хранения значений коэффициентов фильтрации. Причём, порядки цифровых фильтров получаются более низкими, чем при использовании методов трансверсальной разностной фильтрации.

ВВЕДЕНИЕ.

Принципиально новые возможности, предоставляемые разработчикам цифровых устройств радиотехнических систем в результате постоянного совершенствования элементной базы вычислительной техники [1], стимулировали дальнейшее развитие теории и методов разностной цифровой фильтрации [2]. Очередным научно-практическим результатом этой работы стало создание нового направления разностной цифровой фильтрации: рекуррентной разностной фильтрации [3].

Синтез рекуррентных разностных фильтров позволил обеспечить новый уровень минимизации аппаратных затрат на специализированную реализацию различных алгоритмов цифровой фильтрации [4]. Такая минимизация возможна и при проектировании систем цифровой фильтрации на ПЛИС, благодаря возможностям программирования или изменения конфигурации непосредственно в реализуемой системе [5].

Причём, качественно новый подход к сокращению аппаратных затрат при проектировании цифровых фильтров на ПЛИС обеспечивается именно теоретической разработкой методов построения алгоритмов рекуррентной разностной фильтрации [3,4] для реализации алгоритмов рекурсивной цифровой фильтрации N_0 и M_0 порядков [6]:

$$y(k) = \sum_{n_0=0}^{N_0-1} h_r(n_0) \cdot x(k - n_0) + \sum_{m_0=1}^{M_0-1} h_p(m_0) \cdot y(k - m_0),$$

где $x(k)$, $y(k)$ – k -ые цифровые отсчёты входного и выходного сигнала, $k=0,1,2,\dots$,

$h_r(n_0)$, $h_p(m_0)$ – коэффициенты фильтрации соответственно в трансверсальной и рекурсивной ветвях цифрового фильтра, $n_0=0,1,\dots,N_0-1$, $m_0=0,1,\dots,M_0-1$.

НОВОЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ НАПРАВЛЕНИЕ.

Введём дефиницию нового понятия, обладающего патентной чистотой и успешно апробированного [3,4]. Рекуррентной разностной фильтрацией (РРФ) будем именовать процедуру цифровой фильтрации, отличающуюся постепенным ("пошаговым") вычислением свертки отсчётов обрабатываемой выборки и импульсной характеристики на основе исходных наборов разностных значений коэффициентов фильтрации, как в трансверсальной, так и в рекурсивной ветвях её алгоритма. Инфологическую (смысловую) модель такого преобразования сигнала, представляющую собой цифровое устройство РРФ, назовём разностным рекуррентным цифровым фильтром:

$$y(k) = \sum_{n_0=0}^{N_p-1} \sum_{n_1=0}^{n_0} \dots \sum_{n_{J-1}=0}^{n_{J-2}} \Delta h_r(n_j) \cdot x(k-n_0) + \sum_{m_0=1}^{M_p-1} \sum_{m_1=0}^{m_0} \dots \sum_{m_{L-1}=0}^{m_{L-2}} \Delta h_p(m_l) \cdot y(k-m_0),$$

где $x(k)$, $y(k)$ – k -ые цифровые отсчёты входного и выходного сигнала, $k=0,1,2,\dots$,

$\Delta h_r(n_j)$, $\Delta h_p(m_l)$ – разностные коэффициенты рекуррентной фильтрации соответственно в трансверсальной и рекурсивной ветвях разностного фильтра N_p и M_p порядков: $n_0=0,1,\dots,N_p-1$, $m_0=0,1,\dots,M_p-1$, и J и L порядков разности алгоритма РРФ.

Сущность предлагаемого подхода к цифровизации обработки сигналов состоит в применении разностного представления характеристик цифровой фильтрации для рекуррентного формирования глубокой обратной связи, характеризующей алгоритм рекурсивной фильтрации [6].

Теория РРФ обеспечивает возможность сокращения объема аппаратных средств, требуемого на реализацию рекурсивной фильтрации [3]. Применение методов РРФ позволяет снизить разрядности как умножителей в трансверсальных и рекурсивных ветвях цифрового разностного фильтра, так и ячеек памяти, необходимых для хранения значений наборов его трансверсальных и рекурсивных разностных коэффициентов. А использование при этом только разностных коэффициентов с целочисленными значениями позволяет сократить и число умножителей. Как и при трансверсальной разностной фильтрации (ТРФ), снижение аппаратных затрат обеспечивается путем применения дополнительного числа сумматоров в обеих ветвях алгоритма рекурсивной фильтрации. Причем, рекуррентность алгоритмов РРФ обуславливает существенное снижение, по сравнению с ТРФ, порядков разностных фильтров, необходимых для достижения требуемой точности фильтрации [2,3].

Известно, что постановка и формализация задачи оптимального проектирования цифровой системы адаптивной многоскоростной фильтрации узкополосных процессов, реализация которой отличается минимальными аппаратными затратами, на этапе математического синтеза приводит к необходимости построения набора цифровых полосовых фильтров с заданными параметрами частотной избирательности [7]. Применение рекуррентных разностных цифровых фильтров с целочисленными коэффициентами позволяет при реализации алгоритмов цифровой фильтрации на ПЛИС [5] и при проектировании новых СБИС повысить достигаемую применением ТРФ [2] степень минимизации аппаратных затрат на спецпроцессорные реализации радиотехнических систем [3]. Причем, РРФ N_p -го и M_p -го порядков, $N_p=N_0+J$, $M_p=M_0+L$, цифрового сигнала $\{x(k)\}$, $k=0,1,2,\dots$, выполняется только поочередными последовательными сложениями между собой как отсчетов обрабатываемой выборки цифровой выборки $\{z(i_x)\}$, формируемой из отсчетов входного сигнала $\{x(k)\}$, $k=0,1,2,\dots$, $z(i_x)=x(i_x)$, $i_x=0,1,2,\dots,k$, так и вычисляемых отсчетов $g(i_y)$ выходного сигнала $\{y(k)\}$, $k=0,1,2,\dots$, $g(i_y)=y(i_y)$, $i_y=0,1,2,\dots,k$. Например, при "базовых" значениях коэффициентов:

$$y(k) = \sum_{n_0=0}^{N_p-1} \sum_{n_1=0}^{n_0} \dots \sum_{n_{J-1}=0}^{n_{J-2}} \sum_{n_J=0}^{n_{J-1}} z(k-n_J) + \sum_{m_0=1}^{M_p-1} \sum_{m_1=0}^{m_0} \dots \sum_{m_{L-1}=0}^{m_{L-2}} \sum_{m_L=0}^{m_{L-1}} g(k-m_L), \quad k=0,1,2,\dots$$

$$z(k-n_J) = \begin{cases} x(k-n_0)+x(k-n_0), & \text{если } \Delta h_T(J,n_J)=2; \\ x(k-n_0), & \text{если } \Delta h_T(J,n_J)=1; \\ 0, & \text{если } \Delta h_T(J,n_J)=0; \\ -x(k-n_0), & \text{если } \Delta h_T(J,n_J)=-1; \\ -x(k-n_0)-x(k-n_0), & \text{если } \Delta h_T(J,n_J)=-2; \end{cases} \quad g(k-m_L) = \begin{cases} y(k-m_0)+y(k-m_0), & \text{если } \Delta h_p(L,m_L)=2; \\ y(k-m_0), & \text{если } \Delta h_p(L,m_L)=1; \\ 0, & \text{если } \Delta h_p(L,m_L)=0; \\ -y(k-m_0), & \text{если } \Delta h_p(L,m_L)=-1; \\ -y(k-m_0)-y(k-m_0), & \text{если } \Delta h_p(L,m_L)=-2. \end{cases}$$

А практическая реализация рекуррентных разностных фильтров, например, N_p -го и M_p -го порядков с целочисленными коэффициентами при J -ом и L -ом порядках разностей РРФ, предназначенных для получения выходных отсчетов $\{y(k)\}$, $k=0,1,2,\dots$, при обработке методом РРФ цифрового сигнала $\{x(k)\}$, $k=0,1,2,\dots$, позволяет определить оптимальные по заданным критериям целочисленные значения трансверсальных $\{\Delta h_T(J,n_p)\}$, $n_p=0,1,\dots, N_p-1$, и рекурсивных $\{\Delta h_R(L,m_p)\}$, $m_p=1,2,\dots, M_p-1$, разностных коэффициентов рекуррентных фильтров.

СИНТЕЗ РЕКУРРЕНТНЫХ ФИЛЬТРОВ.

В рамках теории разработаны достаточно эффективные и сравнительно быстрые методы синтеза различных типов рекуррентных разностных фильтров с целочисленными коэффициентами. Ограниченность ряда типовых наборов значений таких коэффициентов позволила синтезировать рекуррентные разностные фильтры различных порядков разностей методами последовательных переборов значений разностных коэффициентов. Такие переборы выполняются для всех возможных в выбранном наборе значений. Последующее вычисление характеристик эквивалентной рекурсивной фильтрации для каждой комбинации значений целочисленных разностных коэффициентов, имеющей смысл, и поочередное сравнение этих характеристик обеспечивают выбор значений коэффициентов рекуррентного разностного фильтра, характеристики которого наиболее близки к требуемым или оптимальным по заданному критерию. При недостаточном уровне возможной близости этих характеристик осуществляется синтез рекуррентных фильтров либо более высоких порядков РРФ, либо других порядков разностей, либо с иными наборами значений коэффициентов.

АНАЛИЗ ЦИФРОВЫХ МЕТОДОВ.

Предлагаемая теория РРФ представляет собой дальнейшее развитие и обобщение теории разностной цифровой фильтрации. Очевидно, что теория ТРФ является составной частью теории РРФ и описывает разностную фильтрацию только для случаев, когда коэффициенты в рекурсивных ветвях разностных фильтров равны нулю.

Анализ РРФ позволил уточнить условия реализуемости и устойчивости разностных фильтров, а также соответствия их характеристик оптимальным по заданным критериям. Аппаратная реализация алгоритмов рекуррентных разностных фильтров J -го и L -го порядков разностей, трансверсальные $\{\Delta h_T(J, n_p)\}$, $n_p=0,1,\dots, N_0+J-1$, и рекурсивные $\{\Delta h_p(L, m_p)\}$, $m_p=1,2,\dots, M_0+L-1$, разностные коэффициенты которых принимают только единичные (± 1), или тривиальные ($0, \pm 1$), или "базовые" ($0, \pm 1, \pm 2$), или двоичные ($0, \pm 2^U$ при $U=0,1,2,\dots$) целочисленные значения, не требует применения умножителей и обеспечивает практически минимальную разрядность ячеек памяти для хранения значений разностных коэффициентов.

Однако, целочисленность значений разностных коэффициентов $\Delta h_T(j,n)$ и $\Delta h_p(j,m)$, $n=0,1,\dots, N_p-1$, $m=0,1,\dots, M_p-1$, РЦФ j -го порядка разности, $j=1,2,\dots, J$, обуславливает целочисленность значений коэффициентов $h_{\tau}(n)$ и $h_{\rho}(m)$, $n=0,1,\dots, N_p-J-1$, $m=0,1,\dots, M_p-J-1$, эквивалентной цифровой фильтрации соответствующих порядков $N_p=N_p-J$, $M_p=M_p-L$, необходимой для реализации алгоритмов рекурсивной цифровой фильтрации N_0 и M_0 порядков [6]:

$$y(k) = \sum_{n_0=0}^{N_0-1} h_{\tau}(n_0) \cdot x(k-n) + \sum_{m_0=1}^{M_0-1} h_{\rho}(m_0) \cdot y(k-m_0),$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{где} \\ h_{\tau}(n_0) = \sum_{n_0=0}^{n_0} \dots \sum_{n_{J-1}=0}^{n_{J-1}} \Delta h_{\tau}(J, n_J), \quad n_0 = 0, 1, 2, \dots, N_p-1, \\ h_p(m_0) = \sum_{m_0=1}^{m_0} \sum_{m_1=0}^{m_1} \dots \sum_{m_{L-1}=0}^{m_{L-1}} \Delta h_p(L, m_L), \quad m_0 = 0, 1, 2, \dots, M_p-1. \end{array} \right.$$

Точность РРФ определяется заданным типом набора разностных коэффициентов, а также соотношениями значений порядков эквивалентной рекурсивной фильтрации и порядков разностей РРФ [3]. А неизбежная погрешность РРФ обусловлена эффектами округления обрабатываемых чисел при переполнении регистров в процессе многократного последовательного выполнения операций сложения. Однако, при разработке методов РРФ требуется обеспечивать достижение устойчивости рекуррентных разностных фильтров и соответствия их характеристик оптимальным по заданным критериям.

Построение вычислительных алгоритмов процедуры цифровой фильтрации методами РРФ осуществляется при условии равенства нулю значений всех n_0 -ых трансверсальных и m_0 -ых рекурсивных коэффициентов эквивалентной фильтрации соответствующих N_0 -го и M_0 -го порядков: $N_0 < n_0 < N_0 + J$, $n_0 = 1, 2, \dots, N_0 + J$, $M_0 < m_0 < M_0 + L$, $m_0 = 1, 2, \dots, M_0 + L$.

Условие устойчивости рекуррентного фильтра выполняется только при неукоснительном соблюдении равенства нулю результатов многоступенчатого суммирования значений разностных коэффициентов в соответствующих ветвях фильтрации и абсолютной устойчивости эквивалентного рекурсивного цифрового фильтра:

$$\left. \begin{array}{l} \sum_{n_0=0}^{n_0} \dots \sum_{n_{J-1}=0}^{n_{J-1}} \Delta h_{\tau}(J, n_J) = \\ \sum_{m_0=1}^{m_0} \sum_{m_1=0}^{m_1} \dots \sum_{m_{L-1}=0}^{m_{L-1}} \Delta h_p(L, m_L) = \end{array} \right\} \begin{array}{l} h_{\tau}(n_0), \quad n_0 = 0, 1, 2, \dots, N_p-1 \\ 0, \quad n_0 < 0, \quad n_0 > N_p-1 \\ h_p(m_0), \quad m_0 = 0, 1, 2, \dots, M_p-1, \\ 0, \quad m_0 < 0, \quad m_0 > M_p-1. \end{array}$$

ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДОВ.

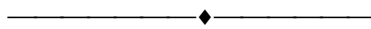
Разработка авторами теории и цифровых методов РРФ обеспечила создание качественно нового способа пошагового переноса полосовых спектров цифровых сигналов в низкочастотную область и быстрого алгоритма Дискретного преобразования Фурье (ДПФ) без операций умножения на основе только рекуррентных разностных фильтров. Это позволило продолжить развитие принципиально новых путей цифровой реализации устройств спектрального анализа разностными методами на элементной базе ПЛИС. Такое решение проблемы минимизации аппаратных затрат на ПЛИС-реализации алгоритмов ЦОС оказывается возможным за счёт полного отказа от применения умножителей для снижения объемов аппаратных средств в проектируемых радиотехнических системах мобильной радиосвязи и гидроакустической связи.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ.

Естественный переход от ТРФ к РРФ и соответствующее ему обобщение теории разностной фильтрации стали очередным шагом на пути дальнейшего развития идей разностного подхода к решению проблемы цифрового представления (дискретизации) и преобразования сигналов в радиотехнике. Полученные результаты позволили по-новому осветить некоторые аспекты одного из её основных теоретических направлений: цифровой фильтрации, которую теперь можно было бы рассматривать как частный случай РРФ, когда равны нулю все порядки разности алгоритма разностной фильтрации. Хотя практическое использование методов РРФ ограничивается пока только реализациями алгоритмов ЦОС на ПЛИС или при разработке СБИС, а также применении универсальных МПК, выпущенных ранее, всё же предлагаемую теорию можно рассматривать как перспективное направление дальнейшего развития теории цифровой фильтрации.

Литература

1. Витязев В. В. Цифровая обработка сигналов: ретроспектива и современное состояние // Электросвязь. 1997. № 6. С. 6 - 9.
2. Шинаков Ю.С., Буров Ю.Я. Разностная цифровая фильтрация с целочисленными коэффициентами // I-ая Международная Конференция DSPA'98: Доклады: Т. II. - М.: МЦНТИ, 1998. С. 94 - 99.
3. Буров Ю.Я. Минимизация аппаратных затрат на цифровую фильтрацию применением рекуррентной разностной фильтрации // LIII Научная сессия, посвященная Дню радио: Тезисы докладов. - М.: РНТОРЭС, 1998. С. 118 - 120.
4. Буров Ю.Я., Бурова А.Ю. Синтез рекуррентных разностных цифровых фильтров // LV Научная сессия, посвященная Дню радио: Тезисы докладов. - М.: РНТОРЭС, 2000. С. 261.
5. Губанов Д. А., Стешенко В. Б. Методология реализации алгоритмов цифровой фильтрации на основе программируемых логических интегральных схем // 1-я Международная Конференция DSPA'98: Доклады: Т. IV. - М.: МЦНТИ, 1998. С. 9 - 16.
6. Рабинер Л., Гоулд Б. Теория и применение цифровой обработки сигналов. - М.: Мир, 1978. – 848с.
7. Витязев В.В., Бодров К.А., Сорокин В.Д. Оптимальное проектирование систем цифровой многократной фильтрации на цифровых сигнальных процессорах // 1-я Международная Конференция DSPA'98: Доклады: Т. I. - М.: МЦНТИ, 1998. С. 50 - 54.



THEORY AND DIGITAL METHODS OF RECURRENCE DIFFERENCE FILTERING

Burov Yu. Ya. , Burova A. Yu.

Moscow Technical University of Communications and Informatics
111024, Moscow, Aviamotornay St.,8-a, RTS Department.

ABSTRACT. It is offered a new branch of the theory for the digital filtrations: the recurrence digital filtering has been a development of the main idea of the difference structures for the Radiotechnics.

INTRODUCTION.

In principal new possibilities, which are provided by the developers of the Programmable Logic Devices (PLD) to the designers of various digital devices for the radio systems [1], stimulated the development of the theory and the methods of the difference digital filtering (DDF) [2]. The next scientifically-practical result of this work is a creation of a new branch for the DDF: of the recurrence digital filtering (RDF) [3]. Syntheses of the recurrence digital filters had allowed to provide a new minimization level of the hardware expenseses for the PLD-realization of the different algorithms for the digital filtrations [4].

The RDF is a general case of the new theoretical branch of the DDF, therefore that the transversal difference filtering (TDF) is only a special case of RDF [2], when are zero any order of the difference in the recursive branch of the algorithm of DDF.

Syntheses of the recurrence difference filters has allowed to ensure a new minimization level of the hardware expenseses on digital realization of the different algorithms to digital filtrations [4]. Such minimization possible and during the designing of the systems for the digital filtrations on the PLD, due to the programming possibilities or configuration changes right in the designing system [5].

Moreover, the qualitative new approach to shortenning the hardware expenseses during the designing of the the digital filters on the PLD is ensured exactly by the theoretical development of the methods for the building of the algorithms for the RDF [3,4] for the realization of the algorithms for the recursive digital filtrations [6].

NEW THEORETICAL DIRECTION.

The notion of the RDF we shall be defined as a procedure of the digital filtrations, distinguishing gradual ("incremental") by the calculation of folding a counting out a processing sample and pulsed feature on the base of the source kits of the difference values of the filtering coefficients, both in a transversal, and in a recursive branches of its algorithm. Infological (semantic) model of such transformation of the signal, presenting itself the digital device of the RDF, we shall be named as a recurrence digital filter.

The theory of the RDF ensures a possibility of shortenning a hardware volume, rub-waked on the realization of the recursive filtrations [3]. The using of the methods for the RDF allows to low the word size for multipliers in a transversal and a recursive branches of the digital filter, so and for the cells of the memory required for the keeping of the filtering coefficients.

SYNTHESES OF RECURRENCE FILTERS.

Within the framework of the theory designed sufficiently efficient and relatively quick methods of syntheses for the different types of the recurrence digital filters with the integer coefficients [4].

ANALYSIS OF NUMERICAL METHODS.

Proposed theory of the RDF presents itself a development and generalization of the theory for the DDF. Obviously that theory of the TDF is a special case of the theory for the RDF and describes the difference filtration only for the cases, when all the filtering coefficients in the recursive branches of the difference filters are a zero [2].

PRACTICAL APPLICATIONS OF METHODS.

The development by the authors of a theory and the digital methods for the RDF has ensured a creation qualitative new way of the realisation of the quick algorithm of the digital signal processing.

CONCLUSION.

The natural transition from the TDF to the RDF and corresponding him generalization of the theory for the RDF steels the next step on the way of a development for the ideas of the difference approach to deciding a problem of digital presentation (sampling) and transformations of the signals in the Radiotechnics.

REFERENCES

1. V.V. Vityazev. Digital signal processing: retrospection and modern condition // Electrical communication. 1997. № 6. P. 6 - 9.
2. Yu.S. Shinakov, Yu.Ya. Burov. Difference Digital Filtering with Integer Coefficients // The 1-st International Conference DSPA'98: Proceedings: V.II. - M.: MCNTI, 1998. P. 94 - 99.
3. Yu.Ya. Burov. Minimization of hardware expenseses on the digital filtration by the using of the recurrence difference filtering // LIII Scientific session, denoted Day radio: Theses of reports. - M.: RNTORES, 1998. P. 118 - 120.
4. Yu.Ya.Burov, A.Yu. Burova. Syntheses of the recurrence digital filters. // LV Scientific session, denoted Day radio: Theses of reports. - M.: RNTORES, 2000. P. 261.
5. D. A. Gubanov, V.B. Steshenko. Methodology of Digital Filters Design for Programmable Logic Devices Implementation // The 1-st International Conference DSPA'98: Proceedings: V. IV. - M.: MCNTI, 1998. P. 9 - 16.
6. L. Rabiner, B. Gold. Theory and Application of Digital Signal Processing. – M.: Mir, 1978. – 848 p.
7. V. V. Vityazev, K. A. Bodrov, D. V. Sorokin. Optimum Design of the Digital Multirate Filtering Systems on the Digital Signal Processors // The 1-st International Conference DSPA'98: Proceedings: V. I. - M.: MCNTI, 1998. P. 50 - 54.