

# НОВЫЙ КЛАСС НЕРЕКУРСИВНЫХ ЦИФРОВЫХ ФИЛЬТРОВ БЕЗ УМНОЖЕНИЙ

Еремеев В.П., Матвеев А.Г., Ануфриева А.В.  
Латвия, Рига, Институт Транспорта и Связи

Рассмотрен новый подход к проектированию высокоизбирательных узкополосных цифровых фильтров нижних частот (ФНЧ) с линейными фазочастотными характеристиками. Показана принципиальная возможность синтеза специального класса фильтров с конечными импульсными характеристиками (КИХ) произвольного порядка без умножений и с высокой вычислительной эффективностью. Синтезированные фильтры имеют унифицированные структурные компоненты и обеспечивают при любых порядках широкий динамический диапазон. Произведено табулирование оптимальных реализаций и показана процедура их использования. Выдвинуты технологии повышения прямоугловности монотонных в полосе пропускания ФНЧ. Предложена методика быстрой перестройки полосы пропускания, позволяющая синтезировать перестраиваемые высокоэффективные ФНЧ.

## Введение

Обычно важным практическим критерием является объем вычислений, требуемый для выполнения фильтрации, зачастую определяющий принципиальную возможность обработки данных в реальном времени [1]. Независимо от реализации операции умножения требуют наибольших затрат времени и объема оборудования. Иными словами, сокращение вычислений обусловлено в первую очередь степенью минимизации общего числа умножений, требуемых для расчета очередного отфильтрованного отсчета.

Известная альтернатива – использование рекурсивных структур для уменьшения требуемого числа умножений. Однако коэффициенты, на которые умножаются выборки при рекурсивной высококачественной фильтрации, приходится задавать с очень высокой точностью. Последнее обусловлено тем, что даже небольшая погрешность в значениях коэффициентов может привести к неустойчивости фильтра. Но, если и не рассматривать проблему устойчивости, то даже для того, чтобы получить заданную частотную характеристику нужно обеспечивать очень точную установку коэффициентов.

## Новая структура

Важнейшей проблемой цифровой обработки сигналов является поиск перспективных структур и решений, позволяющих обеспечить лучшие реализационные характеристики. Нами предлагается одна из таких модульных структур. В ее основе - новая субструктура (рис.1) [3,4]. Каскадным соединением таких субструктур можно строить эффективные цифровые фильтры, обладающие улучшенными амплитудно-частотными характеристиками (АЧХ) и их большим многообразием по сравнению с известными фильтрами этого класса [1,2].

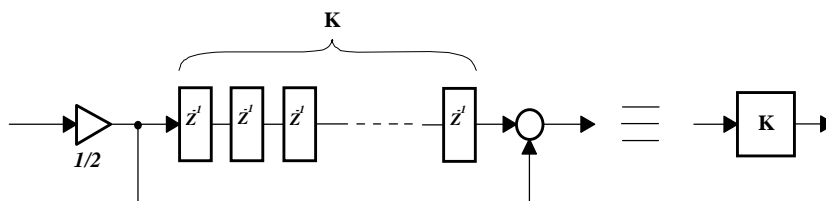


Рисунок 1. Универсальное звено.

Рассмотрим вначале простой пример  $N = 15$ . По предлагаемой ниже методике синтезирован фильтр (рис.2). Рис.3 отображает амплитудно-частотную характеристику синтезированного фильтра.

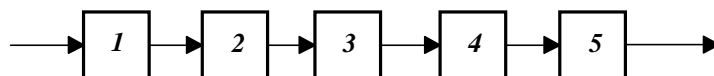


Рисунок 2. Синтезированный фильтр  $N = 15$ .

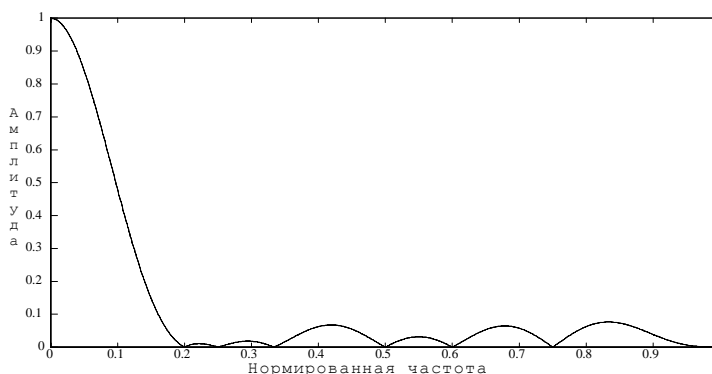


Рисунок 3. АЧХ синтезированного фильтра ( $N = 15$ ) (рис.2).

**Проектирование фильтров**

Для нахождения параметров табулированных ниже фильтров была составлена программа, осуществляющая отбор фильтров, определяемых разбиениями числа  $N$  (порядок фильтра). Фиксировались наборы (паспорт фильтра), обеспечивающие наилучшие передаточные характеристики (АЧХ) по двум критериям: минимум максимума передаточной функции в полосе задерживания (для максимального подавления помех) и минимум контрольной частоты (для обеспечения максимальной узкополосности фильтра). С целью уменьшения времени поиска использовался специальный эвристический алгоритм, так как полный перебор комбинаций требует чрезмерных временных затрат. Использована следующая процедура: находятся все разбиения (с возможностью повторения элементов) порядка фильтра  $N$ , то есть все последовательности чисел, сумма которых равна  $N$ . При этом отбрасываются последовательности заведомо не дающие хороших реализаций (например, разбиение числа  $N$  на сумму единиц или разбиение состоящее из одного числа  $N$ ). Полученная последовательность является паспортом фильтра. Перебор завершается после рассмотрения всех возможных разбиений числа  $N$ . Если фильтр имеет более качественные показатели по указанным выше критериям – его паспорт и параметры записываются на место наилучшего из фиксированных ранее.

Результатом исследования является таблица параметров найденных фильтров [3], состоящая из 1000 вариантов и содержащая фильтры порядков от 15 до 128, краткая выборка из которых приведена ниже, где нормированная полоса пропускания ( $w$ ) определяется на уровне  $2^{(-0.5)}$ , а коэффициент прямоугольности ( $Ks$ ) определяется, как отношение ширины нормированной полосы на уровне максимальной неравномерности к нормированной полосе пропускания. В качестве примера приведем характеристики фильтра 64-го порядка (рис.4) с паспортом  $P = [1\ 1\ 1\ 2\ 3\ 4\ 6\ 8\ 9\ 13\ 16]$  (таблица 1).

Таблица 1.

Порядок фильтра ( $N$ )	Паспорт фильтра	Макс. уровень бокового лепестка ( $SL_{max}$ )	Норм. полоса пропускания ( $w$ )	Кэф. прямоугольности ( $Ks$ )
64	1 1 1 2 3 4 6 8 9 13 16	0.0100770	0.020664	2.8716
65	1 1 2 2 3 5 6 7 10 12 16	0.00911214	0.020820	2.8758
66	1 2 2 3 4 6 8 10 13 17	0.0103458	0.019835	2.8348
67	1 1 2 2 3 4 6 8 10 13 17	0.00972134	0.019821	2.8428
68	1 2 2 3 4 6 8 10 14 18	0.0124752	0.018987	2.7845

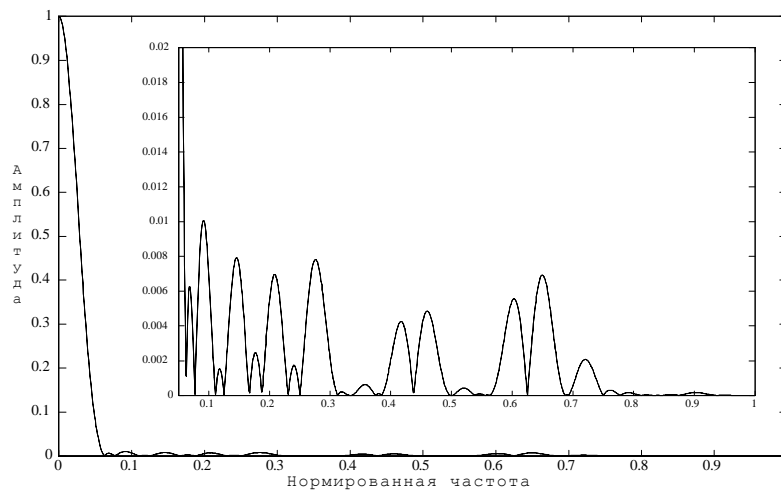


Рисунок 4. АЧХ фильтра 64-го порядка (дополнительно показан увеличенный фрагмент, отображающий боковые лепестки в полосе задерживания).

Для еще более высоких порядков процедура поиска наилучших фильтров требует экспоненциально нарастающих временных затрат. Это связано еще и с тем, что анализ каждой из все более "изрезанных" частотных характеристик требуется выполнять в большем числе точек. Но процедуры поиска можно вообще избежать, используя каскадное соединение полученных фильтров [3,4]. Практика показывает, что получаемые реализации мало в чем уступают наилучшим.

**Методика улучшения прямоугольности**

Далее будут продемонстрированы возможности применения фильтров предлагаемого класса как базового для получения на его основе реализаций, имеющих улучшенные показатели коэффициента прямоугольности, а также вариантов с пульсациями в полосе пропускания.

**Вариант 1**

Из набора оптимальных монотонных в полосе пропускания ФНЧ [3] выбираем два фильтра  $F1$  и  $F2$  с паспортами  $P1$  и  $P2$ , передаточными функциями которых являются  $H1$  и  $H2$ . Коэффициент  $a$ , задающий связь этих характеристик и определяющий результирующую характеристику фильтра  $H$  (рис.5), подбирается исходя из требуемого подавления в полосе задерживания. В принципе наилучшей является реализация, где коэффициент  $a$  равен степени двойки, а весь фильтр фактически реализуется без умножителей.

Для примера возьмем фильтры с паспортами  $P1 = [1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3\ 3\ 5]$  и  $P2 = [1\ 1\ 1\ 1\ 2\ 3\ 3\ 4\ 5\ 5\ 7]$  с коэффициентом  $a = 1/2$ . Блок-диаграмма проектируемого фильтра (рис.6), АЧХ всех фильтров (рис.7) представлены ниже.

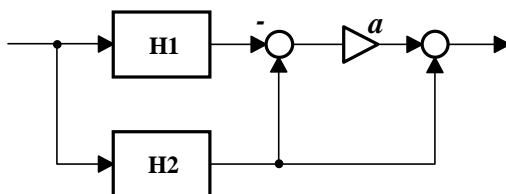


Рисунок 5. Структура реализации фильтра с повышенными требованиями к прямоугольности АЧХ.

Замечаем, что оба фильтра содержат одинаковые структурные блоки. Это позволяет сгруппировать такие компоненты впереди и сократить общее количество элементов, необходимых для реализации фильтра, что повышает его вычислительную эффективность.

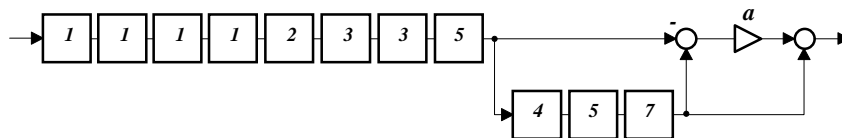


Рисунок 6. Конкретная реализация синтезированного фильтра.

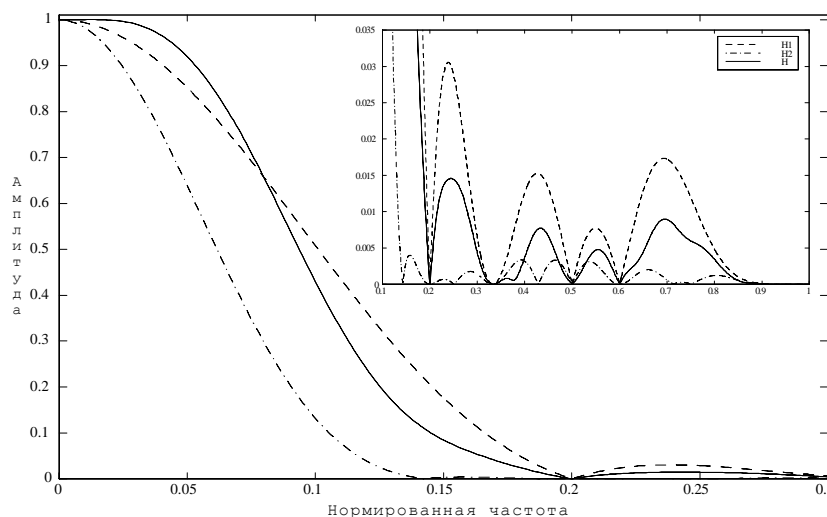


Рисунок 7. АЧХ синтезированного и исходных фильтров.

Рассмотрим основные характеристики фильтров.  $SLmax_1=0.0305467$ ,  $w_1=0.072868$ ,  $Ks_1=2.5574$  и  $SLmax_2=0.00399086$ ,  $w_2=0.044101$ ,  $Ks_2=3.1283$  – параметры исходных фильтров.  $SLmax=0.0145617$ ,  $w=0.075265$ ,  $Ks=2.4831$  – параметры синтезированного фильтра. Из приведенного сравнения видно, что полученный фильтр имеет ширину полосы пропускания вдвое меньшую, чем  $F1$ , приемлемую неравномерность и лучший коэффициент прямоугольности.

Нужно также отметить, что в отличие от исходных линейно-фазовых фильтров, полученный фильтр теряет данное свойство лишь для всей рабочей полосы частот, сохраняя требуемую линейность ФЧХ в полосе пропускания.

**Вариант 2**

Рассмотрим способ получения фильтров с пульсациями в полосе пропускания. Ожидается, что при прочих равных условиях АЧХ такого вида имеют лучший коэффициент прямоугольности по сравнению с монотонными АЧХ.

Выбирается ФНЧ с паспортом  $PI$  и передаточной функцией  $H1$ , к которому каскадно добавляется специальный структурный блок (рис.8) с характеристикой  $H2 = 2 - z^{-k}$ . Дополнительный блок имеет легко реализуемую структуру (рис.9), единственным параметром которой является число элементов задержки  $k$ .

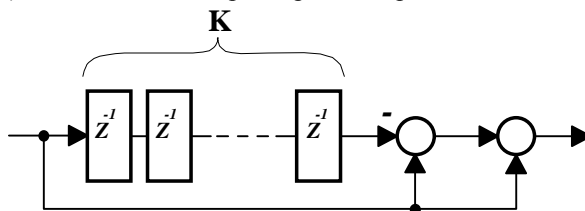


Рисунок 8. Блок-схема дополнительного блока.

Для примера возьмем фильтр с паспортом  $PI = [1 1 1 2 3 3 5]$ , для которого наилучшее значение дополнительного параметра  $k = 3$ . Рис.9 и рис.10 отображают схему и АЧХ полученного фильтра.

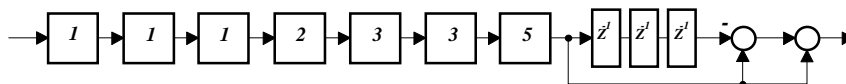


Рисунок 9. Полная реализация синтезированного фильтра.

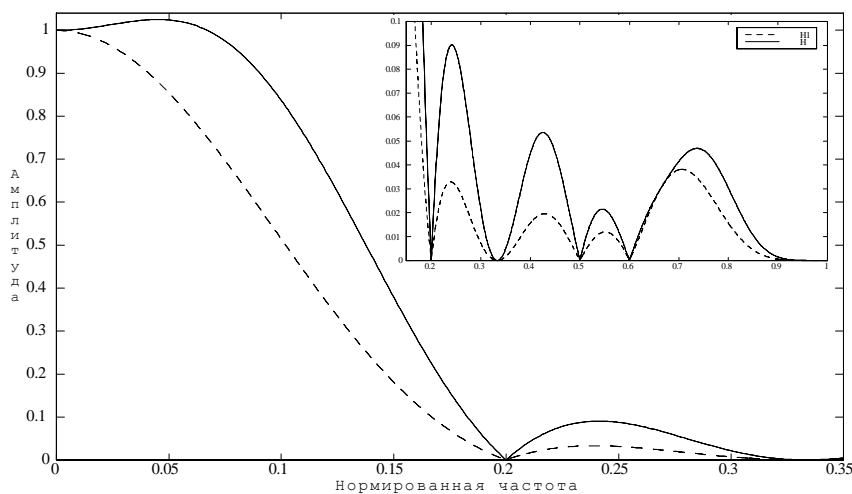


Рисунок 10. АЧХ синтезированного фильтра.

Сравнение параметров исходного фильтра:  $SL_{max}=0.0381097$ ,  $w=0.073541$ ,  $K_s=2.5047$  и соответствующих параметров синтезированного фильтра:  $SL_{max}=0.0902665$ ,  $w=0.11597$ ,  $K_s=1.5889$  отражает улучшение прямоугольности фильтра за счет некоторого увеличения максимальной пульсации в полосе задерживания.

Нужно отметить, что, хотя включаемый блок вносит дополнительные структурные компоненты, в целом мы имеем эффективную с вычислительной точки зрения структуру. Фазовые искажения не существенны и слабо зависят от величины  $k$ .

**Реализация перестраиваемой полосы пропускания**

Выше описанные ФНЧ являются неперестраиваемыми реализациями. В ряде приложений необходимы фильтры с возможностью оперативной перестройки полосы пропускания. Предлагается методика реализации перестраиваемых без переходных процессов ФНЧ с конечными импульсными характеристиками (КИХ) высокого порядка, причем перестройка ширины полосы пропускания осуществляется единственным изменяемым множителем.

Из набора оптимальных неперестраиваемых ФНЧ выбираем два фильтра  $F1$  и  $F2$  с паспортами  $P1$  и  $P2$ , передаточными функциями которых являются  $H1$  и  $H2$ , определяющие граничные характеристики, в пределах которых будет осуществляться перестройка, а коэффициент  $a$ , изменяющийся в интервале от 0 до 1, определяет положение получающейся характеристики фильтра в пределах этих границ (рис.11). В частности, при  $a = 0$  передаточная функция фильтра равна  $H2$ , а при  $a = 1$ , соответственно,  $H1$ .

Для примера возьмем фильтры с паспортами  $P1 = [1\ 1\ 1\ 2\ 2\ 3\ 5]$  и  $P2 = [1\ 1\ 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 7]$ . Рис.12 и рис.13 отображают блок-диаграмма проектируемого фильтра и его АЧХ при некоторых значениях изменяемого коэффициента  $a$ .

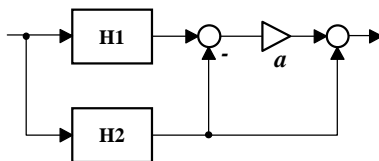


Рисунок 11. Общая структура перестраиваемого фильтра.

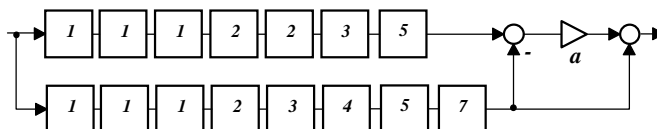


Рисунок 12. Реализация синтезированного фильтра.

**Оптимизация перестраиваемых фильтров**

Рассмотрим специальный случай, когда оба фильтра содержат одинаковые структурные блоки. Это позволяет сгруппировать такие компоненты впереди и сократить общее количество элементов, необходимых для реализации фильтра, что повышает его вычислительную эффективность. Более того будем рассматривать в дальнейшем только такие пары фильтров, когда один целиком содержит фрагменты другого. Обозначим общую часть (она же является паспортом фильтра меньшего порядка  $P1$ ) через  $N_I$ , а дополняющую часть второго фильтра - через  $N_{II}$ . Краткая выборка из набора рациональных комбинаций фильтров с хорошими характеристиками в полном диапазоне перестройки приводится ниже (таблица 2).

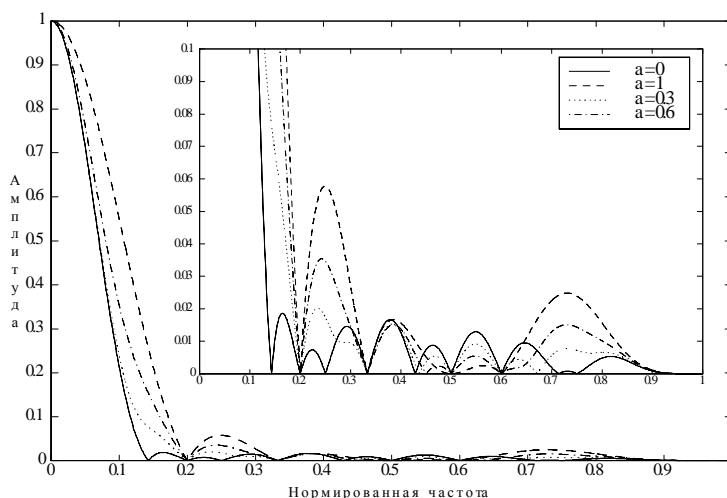


Рисунок 13. АЧХ синтезированного фильтра.



**Выводы**

найдена новая структурная каскадная реализация высокоизбирательных фильтров без умножителей. Предложенные фильтры независимо от порядка имеют большой динамический диапазон за счет использования только унифицированных специальных субструктур;

табулированы фильтры, оптимальные по уровню пульсаций в полосе задерживания с минимальной шириной полосы пропускания. Показано существенное улучшение АЧХ и их многообразие по сравнению с известными фильтрами данного класса;

предложенные фильтры имеют строго линейные фазочастотные характеристики, что гарантируется соответствующей симметрией их импульсных характеристик;

показана возможность использования фильтров данного класса как базового для синтеза других фильтров с дополнительными свойствами такими, как улучшенная прямоугольность АЧХ, а также даны пути уменьшения числа структурных компонентов таких реализаций;

предложен способ быстрой перестройки полосы пропускания КИХ-ФНЧ единственным множителем, гарантирующий отсутствие переходных процессов;

показаны пути уменьшения числа структурных компонентов перестраиваемого фильтра и существенного улучшения его характеристик.

**Ссылки**

1. Под ред. Богнера Р. и Константинодиса А.(1976) *Введение в цифровую фильтрацию*. Мир. Москва. с.216
2. Гольденберг Л.М., Матюшкин Б.Д., Поляк М.Н. (1990) *Цифровая обработка сигналов*. Радио и связь. Москва. с.256
3. Yermeyev V. and Matveyev A., (1999) *New Class of High-performance Lowpass Digital Filters*. in Proc. MatLab DSP Conference 1999, Espoo, Finland, pp. 124-126
4. В.П. Еремеев, А.Г. Матвеев, А.В. Ануфриева (1999) *Нерекурсивные цифровые фильтры, реализуемые без умножений*. Scientific and Research Journal of Transport and Telecommunication Institute, Computer Modelling and New Technologies 3, 83-89



**NEW CLASS OF NONRECURSIVE DIGITAL FILTERING WITHOUT MULTIPLICATIONS**

Yermeyev V., Matveyev A., Anufriyeva A.  
Latvia, Riga, Transport and Telecommunication Institute,

This paper describes a new method for design of high selective narrow-band lowpass digital filters. This technique presents possibility of special class synthesis of arbitrary order Finite Impulse Response (FIR) filters implemented without multiplications. The main features are not only a miss of multiplications, but also minimization of the summation units. This improvement means high computational efficiency and increase of the computation speed. Synthesized filters have unified structure components and any order filters provide wide dynamic range of processing data. These filters have linear phase and provide high selectivity and small ripples of the frequency-magnitude characteristics in the stopband. As a result optimal realizations were tabulated and the procedure of their usage was exhibited. Squareness ratio improvement technique is shown for monotonic frequency response in the passband. There is a possibility of the passband fast adjustment of the high selective narrow-band lowpass filters, the main advantage of which is not only a miss of transient behavior, but also high computational efficiency.