ОПТИМАЛЬНОЕ ВОССТАНОВЛЕНИЕ ОБЪЕКТА ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ЕГО НАБЛЮДЕНИЯ НЕСКОЛЬКИМИ ОПТИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Довнар Д.В.

МГТУ им. Н.Э. Баумана

Аннотация. Предложен алгоритм позволяющий оптимально восстанавливать объект по его дискретным изображениям сформированным несколькими линейными системами. Приведены случаи, когда его применение позволяет получать значительно более точные (в десятки раз) результаты восстановления по сравнению с результатами восстановления изображения сформированного одной лучшей системой.

ВВЕДЕНИЕ

Численная обработка изображений с целью получения содержательной информации об оптических характеристиках наблюдаемого объекта обычно связана с решением интегрального уравнения Фредгольма первого рода. На практике объект можно наблюдать несколькими неидеальными системами. Однако анализируют лишь результаты наблюдения наилучшей системой и, следовательно, решают соответствующее ей уравнение. Но системы наблюдения могут быть неидеальны по разному и даже «плохие» системы могут содержать такую информацию об объекте, которой недостает в наилучшей. Поэтому, мы полагаем, что было бы полезным разработать схему наблюдения одного и того же объекта несколькими системами и восстановить информацию об объекте оптимально по результатам наблюдений этими системами. Будем называть такие схемы наблюдения объектов комбинированными системами.

ОПТИМАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ОБЪЕКТОВ ПО ИЗОБРАЖЕНИЯМ, СФОРМИРОВАННЫМ КОМБИНИРОВАННЫМИ СИСТЕМАМИ

Процесс формирования данных комбинированной системой моделируется следующим уравнением

$$\int_{-\vec{S}}^{\vec{S}} z(\vec{\xi})K(\vec{x},\vec{\xi},p)d\vec{\xi} = f(\vec{x},p) + \gamma(\vec{x},p) = F(\vec{x},p), \quad |\vec{x}| \le \vec{R}, \tag{1}$$

где $z(\vec{\xi})$ -искомые характеристики объекта, $\vec{\xi} = (\xi_1, \xi_2, ..., \xi_M)$, $d\vec{\xi} = d\xi_1 d\xi_2 ... d\xi_M$, $\vec{S} = (S_1, S_2, ..., S_M)$, $\vec{x} = (x_1, x_2, ..., x_N)$, $d\vec{x} = dx_1 dx_2 ... dx_N$, $\vec{R} = (R_1, R_2, ... R_N)$. Неравенства типа $|\vec{x}| \le \vec{R}$ обозначают $|x_i| \le R_i$ для каждого *i*. Целочисленная переменная *p* обозначает номер отдельной системы. Правая часть выражения (1) известна приближенно: $f(\vec{x},p)$- точное значение правой части, $\gamma(\vec{x},p)$- погрешность ее задания (шум). Квадратично- суммируемое ядро уравнения (1) $K(\vec{x},\vec{\xi},p)$ определим следующим выражением:

$$K(\vec{x},\vec{\xi},p) = \begin{cases} A_1 K(\vec{x},\vec{\xi},1) \\ A_2 K(\vec{x},\vec{\xi},2) \\ .... \\ A_P K(\vec{x},\vec{\xi},P) \end{cases} \tag{2}$$

Здесь A_p, $p = 1,2,...,P$ - нормировочные (в случае разных регистраторов - разной размерности) коэффициенты, выбираемые таким образом, чтобы дисперсия шума всех систем наблюдения была одинаковой, а $K(\vec{x},\vec{\xi},p)$- функция размытия точки системы с номером p. В качестве алгоритма обработки данных, зарегистрированных комбинированными системами выбираем стабилизированный [1] алгоритм восстановления объектов, так как он при любой дискретизации исходных данных является оптимальным с оценкой точности в среднеквадратической метрике и применим даже если уравнение (1) не имеет однозначного решения. Вид его практически не меняется для комбинированных систем с любыми ядрами типа (2). Приведем его полностью.

Искомый объект представляется в виде ряда по произвольной системе базисных функций

$$z(\vec{\xi}) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k \psi_k(\vec{\xi}), \quad |\vec{\xi}| \le \vec{S}. \tag{3}$$

Тогда, «приближенное» решение уравнения (1) представляется в виде

$$z(\vec{\xi},\vec{\beta}) = \sum_{k=1}^{\infty} c_k(\vec{\beta})\psi_k(\vec{\xi}) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sum_{l=1}^{m} d_{lm}(\vec{\beta})\psi_l(\vec{\xi})\sum_{k=1}^{m} d_{km}(\vec{\beta})(\varphi_k, F)}{\beta_m + \sum_{k=1}^{m} d_{km}(\vec{\beta})(\varphi_k,\varphi_m)}. \qquad (4)$$

Здесь $\varphi_k(\vec{x},p) = \int_{-S}^{S} \psi_k(\vec{\xi})K(\vec{x},\vec{\xi},p)d\vec{\xi}$ являются изображениями базисных функций, а $(\varphi_{k,}\varphi_l) = \sum_{x,p} \varphi_k(\vec{x},p)\varphi_l(\vec{x},p)$ их скалярные произведения. (Суммирование проводится по всем значениям дискретизированных для ввода в компьютер аргументов изображения $F(\vec{x},p)$). «Приближенные» значения коэффициентов разложения (3) вычисляются по формуле

$$c_l(\vec{\beta}) = \sum_{m=l}^{\infty} d_{lm}(\vec{\beta}) \frac{\sum_{k=1}^{m} d_{km}(\vec{\beta})(\varphi_k, F)}{\beta_m + \sum_{k=1}^{m} d_{km}(\vec{\beta})(\varphi_k,\varphi_m)}.$$

Коэффициенты $d_{ln}(\vec{\beta})$ рассчитываются по рекуррентной формуле

$$d_{ln}(\vec{\beta}) = -\sum_{m=l}^{n-1} d_{km}(\vec{\beta}) \frac{\sum_{k=1}^{m} d_{km}(\vec{\beta})(\varphi_k,\varphi_n)}{\beta_m + \sum_{k=1}^{m} d_{km}(\vec{\beta})(\varphi_k,\varphi_m)},$$

$l = 1,2,...,n-1;\ n = 1,2,...$. При этом $d_{kk}(\vec{\beta}) = 1,\ k = 1,2,...$, а если $l > n$, то $d_{ln}(\vec{\beta}) = 0$.

«Приближенное» решение (4) зависит от стабилизирующего векторного параметра $\vec{\beta} = (\beta_1, \beta_2, ...)$. Его оптимальное значение вычисляется из условия минимума среднеквадратической ошибки

$$\rho^2 = \rangle \int_{-\vec{S}}^{\vec{S}} \left[z(\vec{\xi},\vec{\beta}) - z(\vec{\xi})\right]^2 d\vec{\xi} \langle$$

при статистистических условиях:

а) $\rangle c_k c_i \langle = \rangle c_k^2 \langle \delta_{ik}$, б) $\rangle c_k \gamma_i \langle = 0$, в) $\rangle \gamma_i \gamma_k \langle = \gamma_*^2 \delta_{ik}$,

(некоррелированный оъекта, объект и шум некоррелированы, шум некоррелирован). Здесь γ_*^2 - дисперсия ошибки с нулевым средним при определении значений $f(\vec{x},\vec{\xi},p)$ для ввода в компьютер, угловые скобки означают усреднение по множеству реализаций. Оптимальные значения стабилизирующего параметра пометим звездочкой. Их значения: $\beta_m^* = \gamma_*^2 / \rangle c_m^2 \langle$. При таких значениях стабилизирующего параметра минимальные среднеквадратические ошибки имеют вид

$$\rangle \Delta c_l^2(\vec{\beta}^*, \gamma_*) \langle = \rangle \left[c_l(\vec{\beta}^*, \gamma_*) - c_l\right]^2 \langle = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{d_{lm}^2(\vec{\beta}^*) \rangle c_m^2 \langle \gamma_*^2}{\gamma_*^2 + \rangle c_m^2 \langle \sum_{k=1}^{m} d_{km}(\vec{\beta}^*)(\varphi_k,\varphi_m)}, \qquad (5)$$

$$\rho^2(\vec{\beta}^*, \gamma_*^2) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\rangle c_m^2 \langle \gamma_*^2 \sum_{l=1}^{m} d_{lm}^2(\vec{\beta}^*)}{\gamma_*^2 + \rangle c_m^2 \langle \sum_{k=1}^{m} d_{km}(\vec{\beta}^*)(\varphi_k,\varphi_m)}. \qquad (6)$$

Последние две формулы позволяют оценить увеличение точности определения объекта при использовании комбинированной системы по сравнению с единичной. Так, например, если в качестве результатов измерения комбинированной системой рассматривать два независимых изображения объекта, размытых за счет прямолинейного равномерного движения за время экспозиции по взаимно перпендекулярным направлениям, то расчет по формулам (5), (6) показывает увеличение точности в десятки раз (при небольших γ_*^2). Этот факт обусловлен тем, что в изображении размытом по направлению x значения пространственного спектра объекта на частотах $(0,\omega_y)$ остаются неискаженными. Во втором изображении, наоборот, сохраняют свой вид значения спектра объекта на частотах $(\omega_x,0)$. Таким образом, при использовании оптимального алгоритма восстановления ошибки резко снижаются при совместной численной обработке двух изображений. Другой пример - рентгеновская томография, которую тоже можно рассматривать как комбинированную систему, по одной проекции получить объемное распределение невозможно. Предложенный метод также может быть полезен при обработке спектроскопических данных, когда совместно используются результаты измерений традиционными методами и методом Фурье-спектроскопии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Результаты работы показывают, что не всегда следует игнорировать «плохие» системы наблюдения, их совместное использование с обычными может существенно улучшать точность восстановления объекта, а значит и повышать вероятность его распознавания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Довнар Д.В., Предко К.Г. Приближенное восстановление объекта с использованием уравнений, не имеющих однозначного решения// Автометрия. 1989. №6. С.3-11

THE OPTIMAL RESTORATION OF OBJEKT FROM DATA FORMED SOME OPTICAL SYSTEMS

Dovnar D.V.

Russia, Moscow, Bauman States Technical University, faculty IU-1.

E-mail: pupkov@iu1.bmstu.ru

Abstract. The algorithm allowing optimum is offered to restore object under its discrete images generated by several linear systems. The cases are given, when its application allows to receive considerably accurate (up to tenfolds) results of restoration in comparison with results of restoration of the image generated by one, even best, system.

INTRODUCTION

The numerical processing of the images with the purpose of reception of the substantial information about the optical characteristics of observable object is usually connected to the solution of the Fredholm integrated equation of the first kind. In practice, the object can be observed by several not ideal systems. However analyze is going only with results of supervision by the best system and, hence, by solving) the equation, appropriate to it. But the systems of supervision can be nonideal on any other business and even the "bad" systems can contain such information on object, which lacks in the best ones. Therefore, we believe, that would be useful to develop the algorithm of supervision of the same object by several systems and to restore the information on object optimum by results of supervision by these systems. Let's name such systems of supervision of objects as the combined systems.

OPTIMUM ALGORITHM OF RESTORATION OF OBJECTS UNDER THE IMAGES GENERATED BY COMBINED SYSTEMS

The process of formation of the data by the combined system is simulated by the following equation

$$\int_{-\vec{S}}^{\vec{S}} z(\vec{\xi})K(\vec{x},\vec{\xi},p)d\vec{\xi} = f(\vec{x},p)+\gamma(\vec{x},p) = F(\vec{x},p)\,, \quad \left|\vec{x}\right| \le \vec{R}\,, \tag{1}$$

Where $z(\vec{\xi})$ are the required characteristics of object,

$\vec{\xi} = (\xi_1,\xi_2,...,\xi_M)$, $d\vec{\xi} = d\xi_1 d\xi_2 ... d\xi_M$, $\vec{S} = (S_1, S_2, ..., S_M)$, $\vec{x} = (x_1, x_2, ..., x_N)$, $d\vec{x} = dx_1 dx_2 ... dx_N$, $\vec{R} = (R_1, R_2, ... R_N)$.

The inequalities of a type $\left|\vec{x}\right| \le \vec{R}$ designate $\left|x_i\right| \le R_i$ for everyone i. Integer variable p designates number of separate system. The right part of expression (1) is known approximately as $f(\vec{x},p)$ -is exact value of the right part,

$\gamma(\vec{x}, p)$ is error of its given value (noise). Square-integrated kernel $K(\vec{x},\vec{\xi},p)$ of the equation (1) we shall determine by the following expression:

$$K(\vec{x},\vec{\xi},p)=\begin{cases} A_1 K(\vec{x},\vec{\xi},1) \\ A_2 K(\vec{x},\vec{\xi},2) \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ A_P K(\vec{x},\vec{\xi},P) \end{cases} \tag{2}$$

Here - A_p, $p = 1,2,\dots,P$ normalised (in case of the different registrators they have- different dimensions) factors chosen so that dispersion of noise of all systems of observation was identical. As algorithm of data processing registered by the combined systems is chosen stabilized [1] algorithm of restoration of objects, as it at any discretisation of the initial data is optimum with a rating of accuracy in mean-squared metrics and is applicable even if the equation (1) has no single-valued solution . The kind of it practically does not vary for the combined systems with any nucleuses such as (2). For the explanatory told we shall give it completely.
The required object is represented as an expansion (3) on any system of basic functions

$$z(\vec{\xi})=\sum_{k=1}^{\infty} c_k \psi_k(\vec{\xi}), \quad \left|\vec{\xi}\right| \le \vec{S}. \tag{3}$$

Then, the "approached" solution of the equation (1) is represented as

$$z(\vec{\xi},\vec{\beta})=\sum_{k=1}^{\infty} c_k(\vec{\beta})\psi_k(\vec{\xi}) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sum_{l=1}^{m} d_{lm}(\vec{\beta})\psi_l(\vec{\xi})\sum_{k=1}^{m} d_{km}(\vec{\beta})(\varphi_k, F)}{\beta_m+\sum_{k=1}^{m} d_{km}(\vec{\beta})(\varphi_k,\varphi_m)}. \tag{4}$$

Here $\varphi_k(\vec{x},p)=\int_{-S}^{S}\psi_k(\vec{\xi})K(\vec{x},\vec{\xi},p)d\vec{\xi}$ are the images of basic functions, and $(\varphi_k,\varphi_l)=\sum_{x,p}\varphi_k(\vec{x},p)\varphi_l(\vec{x},p)$ are their scalar products. (The summation will be carried out on all values discretised for input in the computer of arguments of the image). The "approached" values of factors of decomposition (3) are calculated under the formulae

$$c_l(\vec{\beta})=\sum_{m=l}^{\infty} d_{lm}(\vec{\beta})\frac{\sum_{k=1}^{m} d_{km}(\vec{\beta})(\varphi_k,F)}{\beta_m+\sum_{k=1}^{m} d_{km}(\vec{\beta})(\varphi_k,\varphi_m)}.$$

The factors $d_{ln}(\vec{\beta})$ are calculated on by the recurrent formula

$$d_{ln}(\vec{\beta})=-\sum_{m=l}^{n-1} d_{km}(\vec{\beta})\frac{\sum_{k=1}^{m} d_{km}(\vec{\beta})(\varphi_k,\varphi_n)}{\beta_m+\sum_{k=1}^{m} d_{km}(\vec{\beta})(\varphi_k,\varphi_m)},$$

$l=1,2,\dots,n-1;\ n=1,2,\dots$. Thus $d_{kk}(\vec{\beta})=1,\ k=1,2,\dots,$, and if $l>n$, then $d_{ln}(\vec{\beta})=0$.

The "approached" solution (4) depends on stabilizing vector parameter $\vec{\beta}=(\beta_1,\beta_2,\dots)$. . Its optimum value is calculated from a condition of a minimum mean-squared error

$$\rho^2=\left\langle \int_{-\vec{S}}^{\vec{S}} \left[z(\vec{\xi},\vec{\beta})-z(\vec{\xi})\right]^2 d\vec{\xi} \right\rangle$$

at statistical conditions à) $\langle c_k c_i \rangle = \langle c_k^2 \rangle \delta_{ik}$, á) $\langle c_k \gamma_i \rangle = 0$, â) $\langle \gamma_i \gamma_k \rangle = \gamma_*^2 \delta_{ik}$,

(uncorrelated object, object and noise are uncorrelated, noise is uncorrelated). Here γ_*^2 is dispersion of an error with zero average at definition of values $f(\vec{x},\vec{\xi},p)$ for input in the computer, the angular brackets mean averaging on set of realizations. Optimum values of stabilizing parameter we shall mark by an asterisk. Their values are $\beta_m^* = \gamma_*^2 / \left\langle c_m^2 \right\rangle$ .. At such values of stabilizing parameter minimal mean-squared values of an error are

$$\left\langle \Delta c_l^2(\vec{\beta}^*, \gamma_*) \right\rangle = \left\langle \left[c_l(\vec{\beta}^*, \gamma_*) - c_l \right]^2 \right\rangle = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{d_{lm}^2(\vec{\beta}^*) \left\langle c_m^2 \right\rangle \gamma_*^2}{\gamma_*^2 + \left\langle c_m^2 \right\rangle \sum_{k=1}^{m} d_{km}(\vec{\beta}^*)(\varphi_k, \varphi_m)}, \quad (5)$$

$$\rho^2(\vec{\beta}^*, \gamma_*^2) = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\left\langle c_m^2 \right\rangle \gamma_*^2 \sum_{l=1}^{m} d_{lm}^2(\vec{\beta}^*)}{\gamma_*^2 + \left\langle c_m^2 \right\rangle \sum_{k=1}^{m} d_{km}(\vec{\beta}^*)(\varphi_k, \varphi_m)}. \quad .(6)$$

Last two formulas allow to estimate increase of accuracy of definition of object at use of the combined system in comparison with results of restoration of the image generated by any one individual system. So, for example, if as results of measurement by the combined system to consider two independent images of object, blurred at the expense of rectilinear uniform movement during an exposition on mutually perpendicular to directions, the account under the formulas (5), (6) shows increase of accuracy in tenfolds (at small γ_*^2). This fact is caused by that in the image, blurred on a direction x of value of a spatial spectrum of object on frequencies $(0, \omega_y)$remain undistorted. In the second image, on the contrary, keep the values of a spectrum of object on frequencies $(\omega_x, 0)$. Thus, at use of optimum algorithm of restoration, the mistakes are sharply reduced at joint numerical processing of two images.

CONCLUGION

The results of work show, what not always it is necessary to ignore "bad" systems of supervision. Their sharing with usual ones can essentially improve accuracy of restoration of an object, so and raise probability of its recognition.

REFERENCES

1.D.V.Dovnar, K.G. Predko. Approximate reconstraction of object through use of equations lacking single-valued solution. Optoelectron.Instrum.. Data Process.1989. No.6. Pp. 1-9.