

Рассмотрен синтез современных систем цифровой полифазной фильтрации. Показаны реализация квадратурных и режекторных фильтров, а также процедура синтеза узкополосных многоканальных фильтров.

**1. Полифазные квадратурные фильтры**

В этом разделе рассмотрен синтез системы полосовых цифровых полифазных фильтров с эквидистантными центральными частотами. Показана возможность одновременного выделения сигнала субфильтром и формирования сопряженного ему по Гильберту сигнала.

В многоканальных приемных системах связи часто требуется разделять спектр сигнала на субполосы и формировать огибающие в каждой из них. В работе рассматривается такая система многоканальной фильтрации с использованием полифазных структур для выделения и формирования квадратурных компонент.

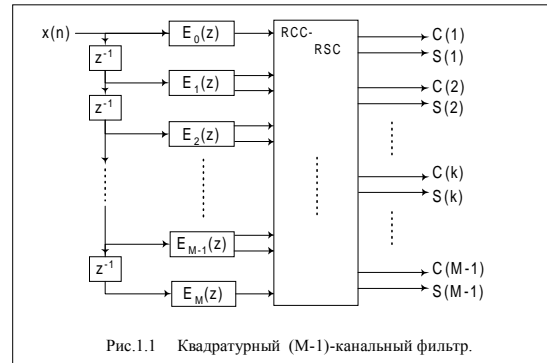


Рис.1.1 Квадратурный (M-1)-канальный фильтр.

Предлагаемая (M - 1) - канальная полифазная система изображена на рис. 1.1.

Здесь  $x(n)$  – входной сигнал,  $z^{-1}$  – элемент задержки;  $E_i(z)$  – ( $i = 0, 1, \dots, M$ ) компоненты низкочастотного фильтра-прототипа, которые являются линейно-фазовыми подфильтрами (рис. 1.2а, 1.2б);  $C(k)$ ,  $S(k)$  ( $k = 1, 2, \dots, M - 1$ ) – сигналы на выходе  $k$ -го канала, сдвинутые относительно друг друга по фазе на  $\pi/2$ .

Низкочастотный (НЧ) фильтр-прототип синтезируем как КИХ-фильтр с импульсной характеристикой (ИХ)  $h(n)$ , имеющей требуемую симметрию:

$$\begin{cases} h(n) = h(N - n), & n = 1, 2, \dots, N/2 \\ h(n) = 0, & n = 0 \end{cases}, \tag{1.1}$$

где  $N = 2Md$  ( $d$  - целое) - длина ИХ. Это гарантирует линейность ФЧХ синтезируемой КИХ-структуры, а дальнейшие преобразования проводим так, чтобы сохранить линейность ФЧХ системы в целом.

Ключевым моментом является применение вещественного косинусно-синусного преобразования (Real Cos-Sin-Converting), имеющего два фрагмента:

косинусное преобразование (RCC):

$$C(k) = \sum_{i=0}^M x(i) \cos(\pi \frac{k}{M} i), \quad k = 1, 2, \dots, M - 1 \tag{1.2}$$

синусное преобразование (RSC):

$$S(k) = \sum_{i=1}^{M-1} x(i) \sin(\pi \frac{k}{M} i), \quad k = 1, 2, \dots, M - 1 \tag{1.3}$$

Преобразование названо вещественным, поскольку все вычисления проводятся в поле вещественных чисел.

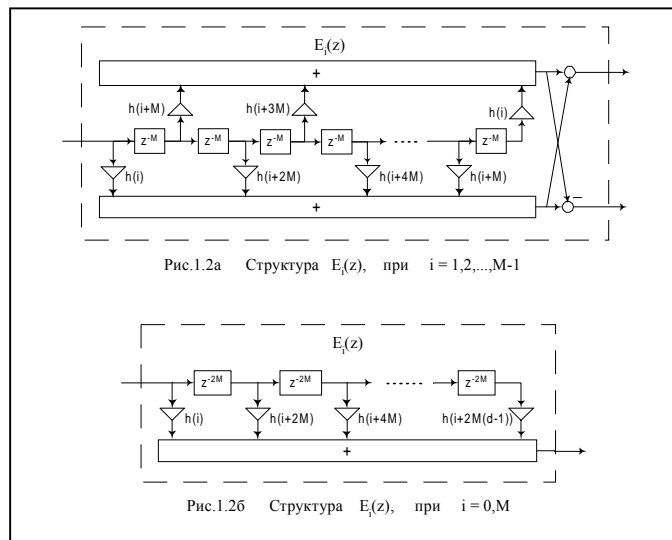


Рис.1.2а Структура  $E_i(z)$ , при  $i = 1, 2, \dots, M-1$

Рис.1.2б Структура  $E_i(z)$ , при  $i = 0, M$

Здесь косинусное преобразование осуществляет перенос АЧХ НЧ-прототипа - в область частоты  $\tilde{\Omega}_{0k} = \frac{k}{M}$ ,

где  $k = 1, 2, \dots, M - 1$  ( $\tilde{\Omega}_{0k}$  - нормированная по частоте Найквиста центральная полоса  $k$ -го фильтра). При таком переносе ФЧХ получаемого полосового фильтра остается линейной, так как его ИХ сохраняет четную симметрию. Это объясняется тем, что ИХ подфильтров  $E_i(z)$ , где  $i = 0, 1, \dots, M$ , имеют коэффициенты, которые при умножении на множители косинусного (синусного) преобразования сохраняют необходимую симметрию. Синусное преобразование осуществляет аналогичную трансформацию. При этом фаза сигнала той же субполосы дополнительного (гильбертова) канала имеет сдвиг  $\pi/2$  по отношению к основному каналу. Это легко объясняется тем, что  $\text{Sin}(x) = j \frac{e^{jx} - e^{-jx}}{2}$ .

Таким образом, на выходе косинусного преобразователя получается отфильтрованный сигнал, расположенный в  $k$ -ой субполосе, а на выходе синусного преобразователя - сопряженный ему по Гильберту сигнал. Остается выполнить процедуру выделения огибающей с помощью квадраторов и операции извлечения квадратного корня.

Особенности структуры в целом :

- линейность фазочастотной характеристики устройства;
- возможность расчета вещественного косинусно-синусного преобразования с помощью специализированного ДПФ, следовательно, и быстрых алгоритмов для вычисления этого преобразования;
- линейно-фазовые подфильтры  $E_i(z)$ , где  $i = 0, 1, \dots, M$ , работают с прореживанием в  $M$  раз.

В качестве примера рассмотрен синтез семиканальной квадратурной системы фильтрации.

Пусть (при  $M = 8$ ) выбраны следующие требования к фильтру-прототипу:

- контрольная частота -  $\tilde{\Omega}_k = 0.44 / M = 0.055$ ,
- частота среза -  $\tilde{\Omega}_{cp} = 0.6\tilde{\Omega}_k = 0.033$ ,
- неравномерность частотной характеристики в полосе пропускания -  $\varepsilon \leq 0.1\text{дБ}$ ,
- подавление в полосе задерживания -  $\varepsilon \geq 35\text{дБ}$ .

Получение коэффициентов фильтра-прототипа.

Передаточную функцию прототипа можно представить в виде:

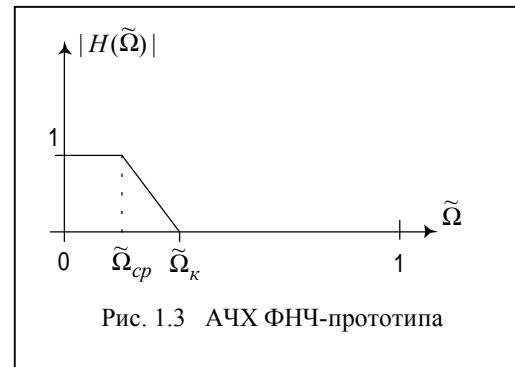


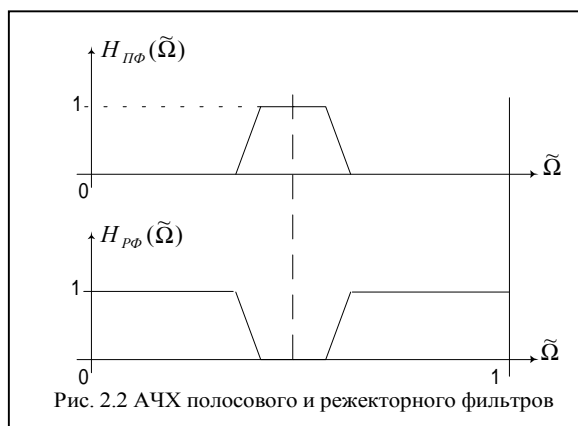
Рис. 1.3 АЧХ ФНЧ-прототипа

$$H(\tilde{\Omega}) = h(N/2) + 2 \sum_{m=1}^{N/2-1} h(N/2 - m) \cos(m\pi\tilde{\Omega}), \quad (1.4)$$

Из (1.4) видно, что с учетом (1.1) коэффициенты импульсной характеристики  $h(n)$  можно получить простым разложением в ряд Фурье функции, представленной на рис.1.3 (естественно, можно использовать и ремезовскую процедуру) :

$$\left\{ \begin{array}{l} h(0) = 0 \\ h\left(\frac{N}{2} - n\right) = \frac{\cos(n\pi\tilde{\Omega}_{cp}) - \cos(n\pi\tilde{\Omega}_k)}{(n\pi)^2(\tilde{\Omega}_k - \tilde{\Omega}_{cp})}, \quad n = 1, 2, \dots, \frac{N}{2} - 1 \\ h\left(\frac{N}{2}\right) = 0.5(\tilde{\Omega}_k + \tilde{\Omega}_{cp}), \end{array} \right. \quad (1.5)$$

При выборе  $N = 256$  сформулированные требования к АЧХ канала полностью реализуются.



В приложении 1 приводится передаточная функция синтезированного фильтра-прототипа и рассмотрен пример выделения огибающей третьего канала.

**Выводы по разделу:**

1. Предложена новая структура для выделения квадратурных компонент каналов.
2. Предлагаемые структуры базируются на быстром ДПФ или соответственно БПФ, выполняемом в вещественной арифметике.

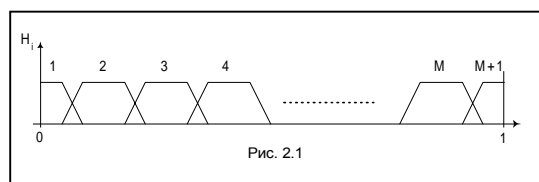
**2. Многополосные режекторные цифровые фильтры**

*В разделе приводится описание новых алгоритмов синтеза системы цифровых режекторных фильтров на основе полифазных структур.*

Рассмотрим следующий пример. Пусть задана рабочая область частот, состоящая из  $M$  субполос, в которой находится полезный сигнал. При этом их часть, в общем случае заранее неизвестно каких, поражена помехами. Задача состоит в выделении информационных субполос или, что то же самое с точки зрения получения конечного результата, в подавлении паразитных субполос. Если рассматривать данную задачу с позиции минимизации вычислительных затрат, то подавление паразитных субполос при некоторых условиях оказывается более предпочтительным, чем выделение информационных субполос с их последующим суммированием. Это можно объяснить следующим примером: разделим рабочую полосу частот на  $(M + 1)$  субполосу, как показано на рис.2.1.

Пусть из всей совокупности  $(M + 1)$  субполос  $m$

$(m \leq M/2)$  субполос шумовые. Тогда, чтобы получить информационный сигнал потребуется суммировать  $(M + 1 - m)$  сигналов с выходов полосовых фильтров (ПФ), т.е. делать  $(M - m)$  сложений. Если применять



режекторную фильтрацию, т.е. вместо суммирования информационных субполос подавлять паразитные, то потребуется использовать  $m$  режекторных фильтров (РФ) и сделать  $n$  сложений. Так как сложность полосового и режекторного фильтров одинакова, при  $m < M/2$  получается выигрыш в количестве требуемых для этого вычислительных операций.

Построение системы режекторных фильтров на базе полосовых фильтров.

Основная идея метода заключается в следующем. При некоторых предположениях:

$$H_{РФ}(\tilde{\Omega}) = 1 - H_{ПФ}(\tilde{\Omega}) \tag{2.1}$$

здесь  $\tilde{\Omega}$  - частота, нормированная по частоте Найквиста,  $H_{РФ}(\tilde{\Omega})$  - АЧХ режекторного, а  $H_{ПФ}(\tilde{\Omega})$  - АЧХ полосового фильтра. АЧХ режекторного фильтра есть как бы “перевернутая” АЧХ полосового (рис.2.2).

Структурная схема фильтрующей системы на основе полифазной цепи показана на рис.2.3.

$E_i(z)$  – ( $i = 0, 1, \dots, M$ ) полифазные компоненты низкочастотного фильтра-прототипа (рис. 1.2а – верхний выход, 1.2б);  $C_k(n)$  ( $k = 0, 1, \dots, M$ ) – сигнал на выходе  $k$ -го ПФ,  $y_k(n)$  ( $k = 0, 1, \dots, M$ ) – сигнал на выходе  $k$ -го ПФ. RCC (Real Cosinus Converting) вещественное косинусное преобразование аналогичное (1.2):

$$C_k(n) = \varphi(k) \sum_{i=0}^M e_i(n) \cos\left(\pi \frac{k}{M} i\right), \quad \varphi(k) = 1, \quad k = 0, M$$

$$\varphi(k) = 2, \quad k = 1, \dots, M-1 \quad (2.2)$$

ИХ фильтра-прототипа имеет длину  $N = 2Md$  ( $d$  – целое) и передаточную характеристику  $H_1(\tilde{\Omega})$  рис.2.1.

Кроме синтеза набора однополосных ПФ возможно получение дополнительных ПФ, у которых АЧХ содержит комбинацию из нескольких полос режекции. Для получения каждого дополнительного ПФ необходимо просуммировать выходы полосовых фильтров, субполосы которых требуется подавить, и вычесть этот сигнал из входного сигнала, задержанного на  $N/2$  тактов дискретизации. На рис. 2.3 сигналу  $y_{don}(n)$  соответствует ПФ, вырезающий **первую, вторую** и  $k$ -ую субполосы.

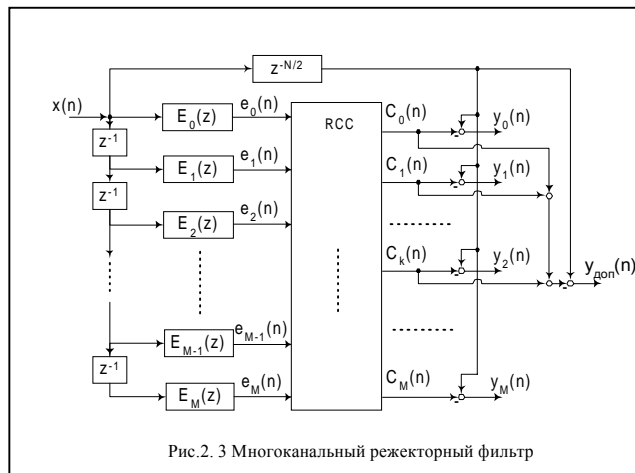


Рис.2.3 Многоканальный режекторный фильтр

Построение системы режекторных фильтров по специальному прототипу.

Для данного метода передаточная характеристика фильтра-прототипа  $H_1(\tilde{\Omega})$  должна иметь вид, представленный на рис. 2.4.

Структурная схема такой режекторной системы представлена на рис. 2.5. Здесь  $y_k(n)$  ( $k = 0, 1, \dots, M$ ) – сигнал на выходе  $k$ -го ПФ. Структура полифазного фильтра-прототипа совпадает с изображенной на рис. 2.3.

В данном методе вещественное косинусное преобразование рассматривается как:

$$R_k(n) = \sum_{i=0}^M e_i(n) \cos\left(\pi \frac{k}{M} i\right), \quad k = 0, 1, \dots, M \quad (2.3)$$

что для второго метода не требуется делать дополнительные выходные сложения, (исключая нулевой и  $M$ -й каналы), т.к. выходы RCC одновременно являются выходами ПФ. При необходимости возможно получение дополнительных ПФ, имеющих более чем одну полосу режекции. Для получения ПФ с  $m$  подавляемыми субполосами нужно сложить выходы соответствующих однополосных ПФ и вычесть из полученного сигнала входной, задержанный на  $N/2$  тактов дискретизации и умноженный на целочисленный коэффициент, равный  $(m-1)$ . На рис. 2.5 сигналу  $y_{don}(n)$  соответствует ПФ, вырезающий **первую, вторую** и  $k$ -ую субполосы.

В приложении 2 представлен пример синтеза режекторной системы фильтрации.



Рис.2.4 АЧХ специального прототипа

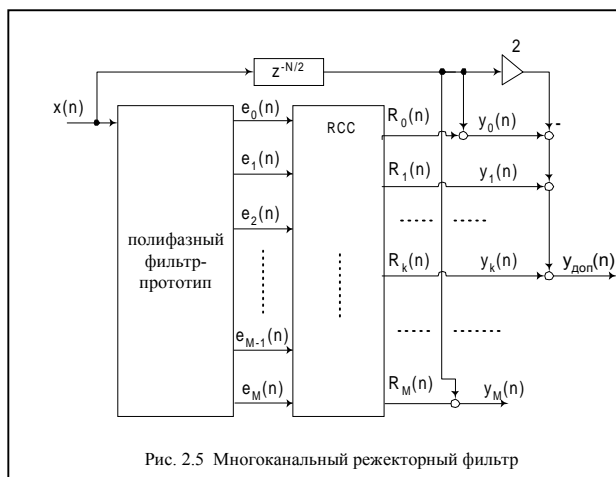


Рис. 2.5 Многоканальный режекторный фильтр

**Выводы:**

1. Устройство обладает линейной ФЧХ и конечной ИХ
2. Возможность реализации РФ с любой комбинацией из  $M$  -субполос.
3. В качестве РП использовано ВДПФ (вещественное ДПФ), а, следовательно, быстрых алгоритмов для его вычисления.
4. Гарантировано более высокое быстродействие по сравнению с обычной многоканальной системой режекторной фильтрации (SIMO).

**3. Реализации многоканальных полифазных узкополосных фильтров**

*Рассмотрены новые подходы к проектированию высокоизбирательных полифазных многоканальных фильтров с линейными ФЧХ. Существенным фактом является принципиальная возможность синтеза специального класса КИХ-фильтров с минимальным количеством умножений и сложений в его полифазных фрагментах.*

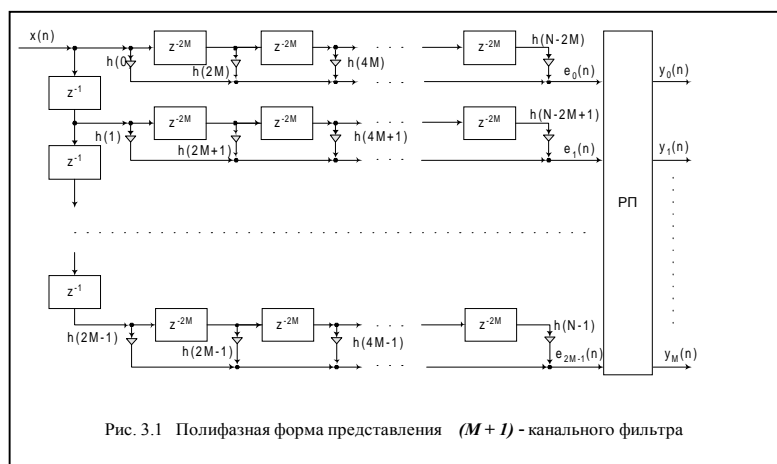
*Избирательность таких фильтров лишь немного уступает потенциально-достижимой. Показаны преимущества использования таких фильтров при реализации многоканальных полифазных фильтров с эквидистантно расположенными центральными частотами.*

Допустим, что необходимо отфильтровать  $(M + 1)$ – равномерно отстоящих друг от друга гармонических колебаний или  $(M + 1)$  узкополосных областей, центры которых также равноудалены друг от друга [1-4]. Такую задачу мы предлагаем решать с помощью многоканального полифазного фильтра равномерного ДПФ [4]. Базовая структура такого фильтра представлена на рис. 3.1. Здесь РП – разделяющее преобразование аналогичное (1.2) с учетом пределов суммирования.

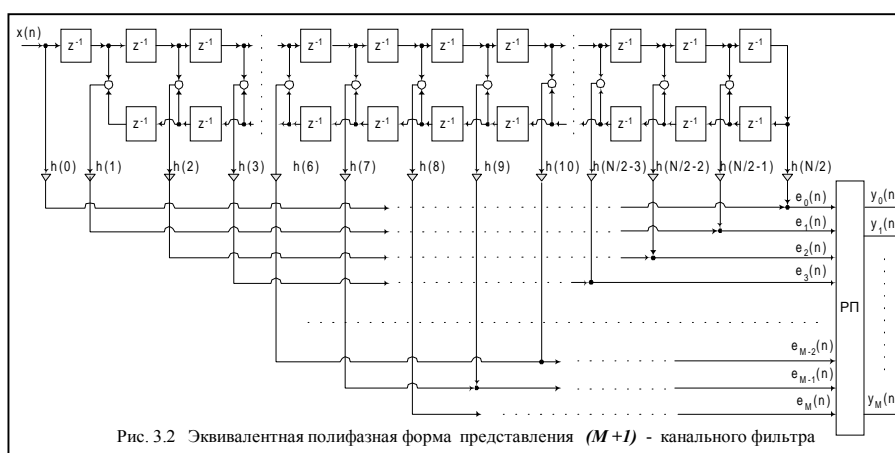
Рассмотрим входной фильтр нижних частот, определяющий частотную избирательность каждого канала многоканальной системы полосовых фильтров. Его ИХ имеет четно-симметричную ИХ длины (1.1) [5]:

Следовательно, при реализации многоканального фильтра на основе базовой структуры количество операций, выполняемых в единицу времени – ЕВ (за один период дискретизации) будет равно:

$$\begin{cases} (N - M) & - \text{сложений} \\ N / 2 & - \text{умножений} \\ N & - \text{операций сдвига} \end{cases} \quad (3.1)$$



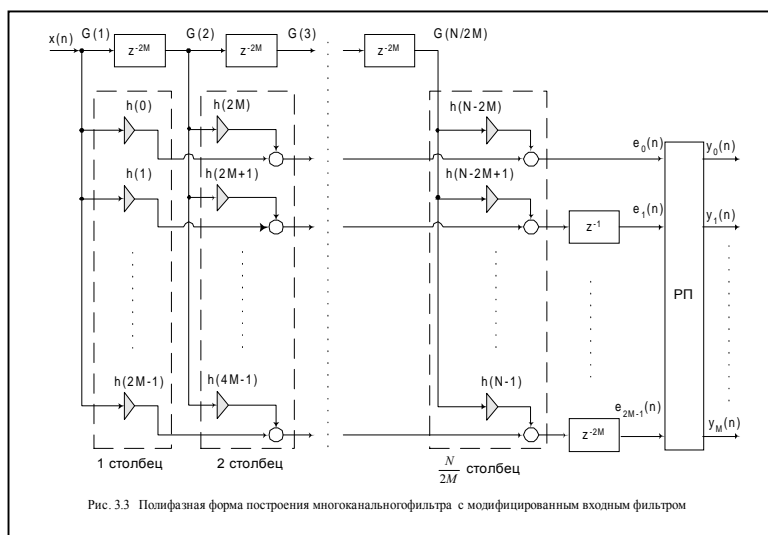
Такое построение полифазного входного НЧ фильтра не является наилучшим с точки зрения минимизации общих вычислительных затрат. Представим многоканальный фильтр так, как это показано на рис. 3.2 (структура 1). Преимуществом такого представления полифазного фильтра является то, что в такой



структуре при технической, (а иногда и программной) реализации можно избежать большого числа операций сдвига. Для этого необходимо "закольцевать" вычисления, т.е. записывать вновь поступивший отсчет в ячейку с номером  $N$  и затем менять адреса или сдвигать указатели на соответствующие ячейки памяти. Очевидно, что операция замены  $N$  указателей производится быстрее, чем операция сдвига  $N$  — точечной последовательности. Общее количество арифметических операций в единицу времени будет как в (3.1), но операций сдвига только одна.

Еще одним преимуществом структуры 1 по сравнению с базовой структурой является экономия ячеек памяти: если для первой структуры необходимо  $NM$  ячеек памяти, то для второй — только  $N$ . Вторая конфигурация — структура многоканального полифазного фильтра с модифицированным подключением входного ФНЧ (рис. 3.3 — структура 2). Как и в первой структуре здесь количество ячеек памяти равно  $N$ . Существенным является то, что  $2M$  следующих подряд коэффициентов фильтра умножаются на один и тот же  $G(i)$  (см. рис. 3.3).

Если, как обычно, ИХ ФНЧ симметрична:  $h(n) = h(N-1-n)$ , где  $n = 0, 1, \dots, N/2$ , то столбцы коэффициентов КИХ — фильтра, на которые умножаются  $G(i)$  и  $G(N/2M-i)$ , будут идентичны. При определенных соотношениях между коэффициентами входного НЧ фильтра в такой схеме можно значительно уменьшить количество умножений, либо устранить их вовсе. Для системы, выделяющей предельно узкие частотные полосы, можно синтезировать фильтр, нормированные коэффициенты которого будут целочисленными. Для произвольных  $M$  такая возможность реализуется всегда.



В качестве примера в приложении 3 показаны характеристики девятиканального фильтра. Импульсная характеристика входного НЧ фильтра записана в таблице ПЗ.1 (показана половина коэффициентов с учетом ранее упомянутой симметрии).

Если учесть, что соседние коэффициенты отличаются мало (на несколько единиц), то умножение на каждый из следующих можно заменить сложением:

$$\begin{cases} a = h(k) \cdot G(1) \\ h(k+1) \cdot G(1) = a + G(1) \end{cases} \quad (3.2)$$

Очевидно, что при таком методе вычислений увеличится быстродействие. При представлении коэффициентов фильтра двоичным знакоразрядным кодом можно дополнительно снизить общее число сложений, опираясь на то, что при каноническом представлении числа в таком коде ненулевые разряды всегда разделены нулевыми, что гарантирует минимизацию числа сложений - вычитаний.

В таблице ПЗ.2 даны характеристики объемов вычислений во входном НЧ фильтре для различных структур ( $M = 8$ ,  $h(n)$  – из таблицы 1,  $N = 128$ ). Существует отличие в количестве вычислений для структуры 1 и структуры 2. Это отличие в количестве вычислений, необходимых для реализации РП, возникает из-за того, что в базовой структуре и структуре 1 происходит учет симметрии коэффициентов ИХ входного НЧ фильтра, тогда как для структуры 2 этой симметрией воспользоваться затруднительно.

Данные типы фильтров имеют все достоинства и недостатки полифазных многоканальных КИХ фильтров, кроме того обладают рядом специфических свойств.

Особенности:

- все фильтры имеют линейные ФЧХ, что гарантируется симметричной ИХ
- данные типы фильтров требуют минимального количества ячеек памяти
- количество операций умножений - сложений в структуре 2 может быть сведено к минимуму

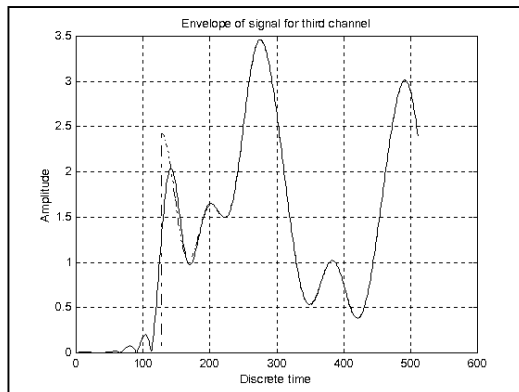
Литература:

[1] Витязев В.В., 1993, *Цифровая частотная селекция сигналов*. Радио и связь. Москва. с.239  
 [2] Вайдьянатхан П.П. *Цифровые фильтры, блоки фильтров и полифазные цепи с многочастотной дискретизацией: Методический обзор*. ТИИЭР. т.78, № 3, март 1990, с.77-120.  
 [3] Vaidyanathan P.P. *Multirate systems and filter banks*. Prentice Hall, Englewood Cliffs. p. 1993  
 [4] Крошьер .Р.Е, Рабинер Л.Р. *Интерполяция и децимация цифровых сигналов*. 1981 ТИИЭР. т.69, № 3, март, стр.77-120.  
 [5] Еремеев В.П., Матосов Э.В. *Квадратурные цифровые полифазные фильтры*. Сборник научных трудов РАУ. Рига, 1998  
 [6] Vaidyanathan P.P. "Alias-Free, Real-Coefficient  $m$ -Band QMF Banks for Arbitrary  $m$ ". 1987  
 [7] В.П. Еремеев, В.В. Касьянов. Синтез цифровых фильтров для обработки многоканальных сигналов.// Труды международной конференции "Авиация, экология, техносфера – взгляд в третье тысячелетие", Рига, 1996 г. с. 116-119  
 [8] Еремеев В.П., Матосов Э.В. (1999) *Реализации многоканальных полифазных узкополосных фильтров*. Scientific and research journal of Transport and Telecommunication Institute (Riga, Latvia), 1999, Vol. 3.  
 [9] Матосов Э.В. *Многополосные режекторные цифровые фильтры*. Сборник научных трудов РАУ, Рига, 1998

Приложение 1



Модуль передаточной функции подфильтра третьего канала



Огибающие сигнала на выходе третьего квадратурного фильтра: штрих-пунктирная – идеальная сплошная - реальная

Приложение 2

В качестве примера рассмотрена многоканальная система РФ со специальным видом прототипа, у которой максимальное количество различных однополосных РФ равно 21 ( $M = 20$ ).

При расчете коэффициентов импульсной характеристики фильтра-прототипа задавались следующие параметры:

Длина импульсной характеристики:  $N = 480$  (коэффициенты импульсной характеристики рассчитывались с помощью стандартной функции *remez* в математической оболочке MATLAB с округлением коэффициентов до четвертого знака после десятичной запятой)

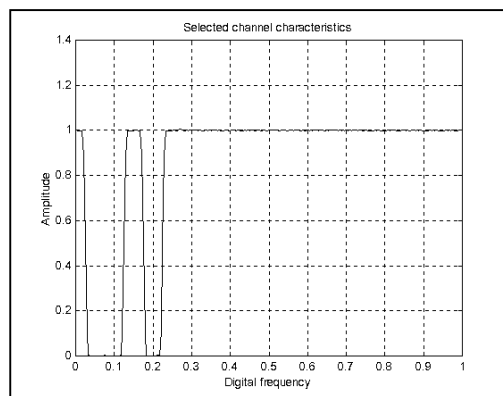
Частота среза:  $\tilde{\Omega}_{cp} = 0.015825$

Контрольная частота:  $\tilde{\Omega}_k = 0.03425$

Частоты нормированы по частоте Найквиста.

Вычисление коэффициентов импульсной характеристики осуществлялось с помощью функции *remez*.

Прототип РФ удовлетворяет следующим требованиям:



Комбинационный РФ, подавляющий первую, вторую и четвертую субполосы

Таблица ПЗ.1

G(2)		G(3)		G(4)	
$h(n) \cdot 2^{-12}$	$n$	$h(n) \cdot 2^{-12}$	$n$	$h(n) \cdot 2^{-12}$	$n$
11	32	32	48	54	
12	33	33	49	55	
13	34	35	50	56	
14	35	36	51	57	
15	36	38	52	58	
17	37	39	53	59	
18	38	41	54	60	
19	39	42	55	61	
20	40	43	56	61	
22	41	45	57	62	
23	42	46	58	62	
24	43	48	59	63	
26	44	49	60	63	
27	45	50	61	63	
29	46	52	62	63	
30	47	53	63	64	

не

- Неравномерность в полосе пропускания:  $\epsilon_1 < 4.4 \cdot 10^{-2}$ ,
- Затухание в полосе задерживания:  $\epsilon_2 \geq 45$  дБ.
- $\tilde{\Omega}_{cp}$  и  $\tilde{\Omega}_k$  подобраны так, чтобы РФ, вырезающий две соседние субполосы, на границе раздела этих субполос не имел бы скачков АЧХ, а затухание в этой области было менее 40 дБ.



Приложение 3

Частотная характеристика входного НЧ фильтра представлена на рис. ПЗ.1. Ниже приводятся параметры частотной избирательности и АЧХ всех каналов, и отдельно АЧХ **третьего** частотного канала (рис. ПЗ.2а и ПЗ.2б).

Ширина полосы пропускания (по уровню 0.707):

для ФНЧ и ФВЧ: 0.0108

для полосовых фильтров: 0.0216

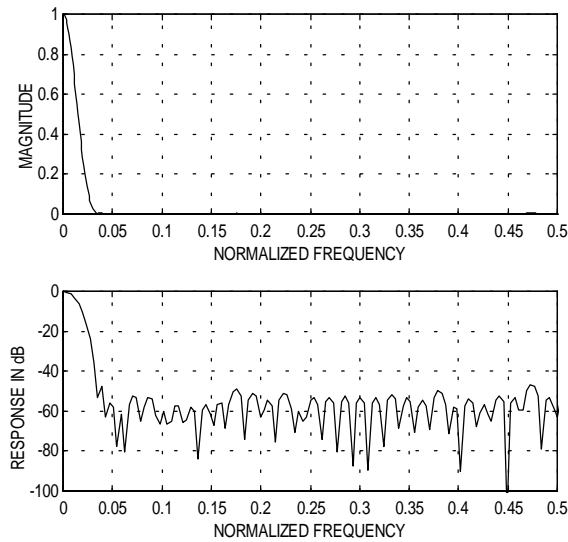


Рис. ПЗ.1 Частотная характеристика НЧ фильтра

Контрольная частота ( входного НЧ – фильтра ): 0.0334

Затухание в полосе непропускания: - 45 дБ

Таблица ПЗ.2

	Базовая			Структура 1			Структура 2		
	Всего	ФНЧ	РП	Всего	ФНЧ	РП	Всего	ФНЧ	РП
Сложения	154	120	34	154	120	34	255	214	41
Умножения (целочисленные)	181	176	5	181	176	5	5	0	5
Операции сдвига	1807	1807	–	128	128	–	158	158	–
Число ячеек памяти, отводимое под входные данные	1807	1807	–	128	128	–	128	128	–

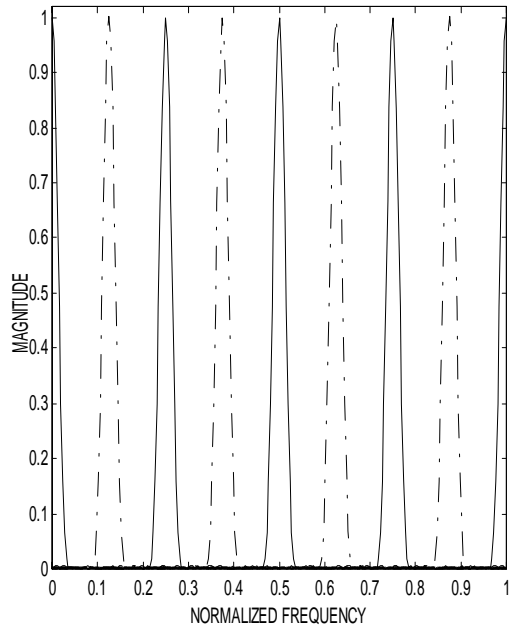


Рис. ПЗ.2а: Частотная характеристика многоканального фильтра

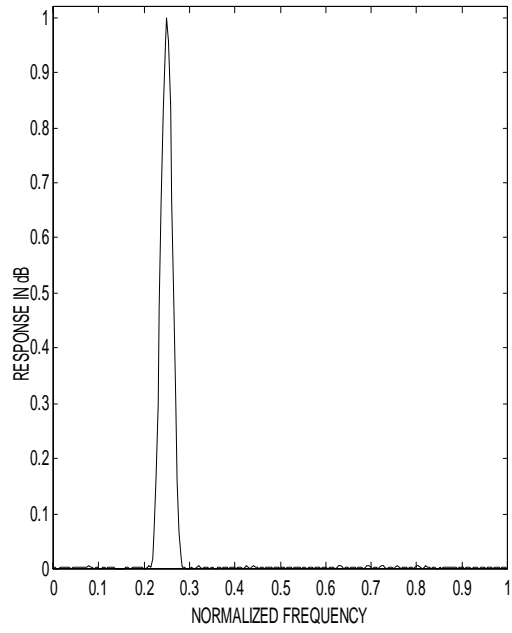


Рис. ПЗ.2б Частотная характеристика третьего канала