

Рязанская государственная радиотехническая академия
391000, Рязань, ул. Гагарина, 59, к.1, кафедра АИММ

Расчет 1/М полосных фильтров основывается на теории полуполосных фильтров. Известно [1], что в импульсной характеристике полуполосного фильтра все четные отсчеты – нулевые. При этом на частоте $f/f_{кв}=0,25$ АЧХ полуполосного фильтра имеет значение 0,5 и является симметричной относительно этой точки (Рис.1), что дает возможность построить систему двухполосной фильтрации, почти не вносящую собственных искажений в обрабатываемый сигнал :

По аналогии с полуполосным ФНЧ, в импульсной характеристике 1/М полосного фильтра каждый М-ный отсчет – нулевой. Отсюда первое ограничение – порядок такого фильтра не может быть ниже величины kM , где $k>1$ – коэффициент, зависящий от требований к переходной зоне АЧХ ФНЧ. На частоте $f/f_{кв}=1/2M$ АЧХ 1/М полосного фильтра имеет значение 0,5 и является симметричной относительно этой точки.

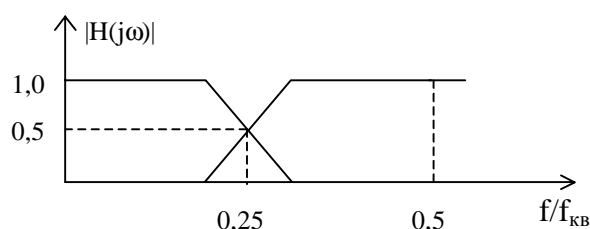


Рис. 1

Расчет 1/М полосного ФНЧ методом окон.

Простой метод расчета импульсной характеристики 1/М полосного ФНЧ основан на совместном использовании обратного z-преобразования идеальной прямоугольной АЧХ и оконной функции ограниченной длительности N+1:

$$h\left(n + \frac{N}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot n}{M}\right)}{\pi \cdot n} \cdot w\left(n + \frac{N}{2}\right), \quad n = -\frac{N}{2}, \frac{N}{2} \quad (1),$$

где $w(n)$ – оконная функция, N – целое четное положительное число.

Регулирование параметров АЧХ проектируемого ФНЧ осуществляется с использованием оконных функций Кайзера и Чебышева, в которых входными параметрами служат длительность N и затухание δ [1,3]. Величиной N регулируется крутизна спада АЧХ в переходной зоне, с помощью δ устанавливаются неравномерность АЧХ в полосе пропускания и собственно затухание в полосе подавления (Рис.2). Приводятся результаты расчетов 1/М -полосных ФНЧ с использованием окон Чебышева и Кайзера при различных значениях M .

Расчет 1/М полосного ФНЧ на основании алгоритма Ремеза.

Фильтры, полученные методом окон, обладают более высоким порядком по сравнению с аналогичными фильтрами, рассчитанными по алгоритму Ремеза. Последние обладают свойством равноволновости, то есть имеют одинаковый верхний уровень лепестков АЧХ по всей зоне непропускания (Рис.2), тогда как у рассчитанных методом окон фильтров верхний уровень лепестков АЧХ в полосе подавления имеет равномерный спад с ростом частоты – эта “избыточность” и приводит к более высокому порядку. Расчет полуполосного ФНЧ по алгоритму Ремеза проводится путем задания “симметричных” требований к параметрам АЧХ в полосах пропускания и подавления :

Приводятся результаты исследований методов расчета полуполосных фильтров.

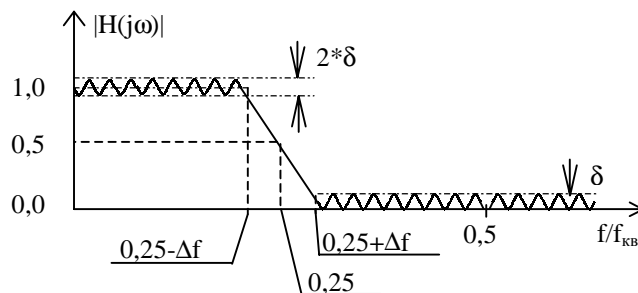


Рис.2

Далее предлагается простой метод расчета $1/M$ полосного фильтра (M - четное) на базе полуполосного ФНЧ-прототипа, который позволяет проектировать гребенки фильтров для многоскоростных систем обработки сигналов с частотной преселекцией и полным восстановлением входного сигнала. В соответствии с этим методом импульсная характеристика фильтра-прототипа расширяется в v раз (v - целое положительное число) по правилу : на каждый отсчет исходной импульсной характеристики добавляется $v-1$ нулевых отсчетов, что приводит к образованию “гребенчатой” частотной характеристики. Для получения $1/M$ – полосного ($M=2*v$) ФНЧ следует подавить “лишние” составляющие АЧХ гребенчатого фильтра с помощью ФНЧ – интерполятора со следующими параметрами : частота среза полосы пропускания $f_{И1}=(0,25*f_{KB}+\Delta f)/v$, частота среза полосы подавления $f_{И2}=f_{KB}/2*v - f_{И1}$. Моделирование показало, что за счет более широкой полосы пропускания и переходной зоны АЧХ ФНЧ–интерполятора его порядок примерно в 3 раза ниже порядка гребенчатого фильтра. Порядок синтезированного $1/M$ полосного фильтра можем оценить по формуле: $N_{1/M} = N \cdot v + N_{И}$, где $v=M/2$, N – порядок полуполосного ФНЧ - прототипа, $N_{И}$ – порядок интерполирующего ФНЧ.

Построение гребенки полосовых фильтров на базе ФНЧ.

При реализации гребенки ПФ (полосовых фильтров) в устройстве, работающем в реальном масштабе времени, основными ограничениями выступают размер занимаемой памяти данных и объем вычислений за единицу времени. Память расходуется на хранение коэффициентов импульсных характеристик фильтров и буферизированных отсчетов входного и промежуточных сигналов.

При формировании гребенки ПФ путем построения требуемого количества отдельных полосовых фильтров затраты памяти данных составят $(K+1) \cdot N$ ячеек, где K – количество каналов гребенки, N – порядок ФНЧ-прототипа. На один отсчет входного сигнала приходится $K \cdot N$ операций умножения с накоплением.

С использованием квадратурной модуляции сигнала на входе ФНЧ затраты памяти данных составят $(2 \cdot K + 1) \cdot N + Q$ ячеек, где Q - затраты на хранение значений центральных частот ПФ гребенки ($Q=K-1$). На один отсчет входного сигнала приходится около $(2 \cdot K + 4) \cdot N$ операций умножения с накоплением.

Таким образом, при построении многоканальной системы цифровой фильтрации предпочтительней оказывается структура с использованием набора полосовых фильтров.

Использование $1/M$ полосных фильтров в системах частотной селекции с полным восстановлением при неполной децимации.

Рассматривается структура системы с частотной преселекцией и с преобразованиями частоты дискретизации (рис.3). Здесь ФНЧ₁ ($1/M$ -полосный) является формирователем АЧХ соответствующего канала, v - коэффициент децимации, ФНЧ₂ – интерполятор сигнала с восстановленной частотой дискретизации. Переход на пониженную частоту

дискретизации снижает вычислительные расходы на реализацию полосовых фильтров в v раз [2,3].

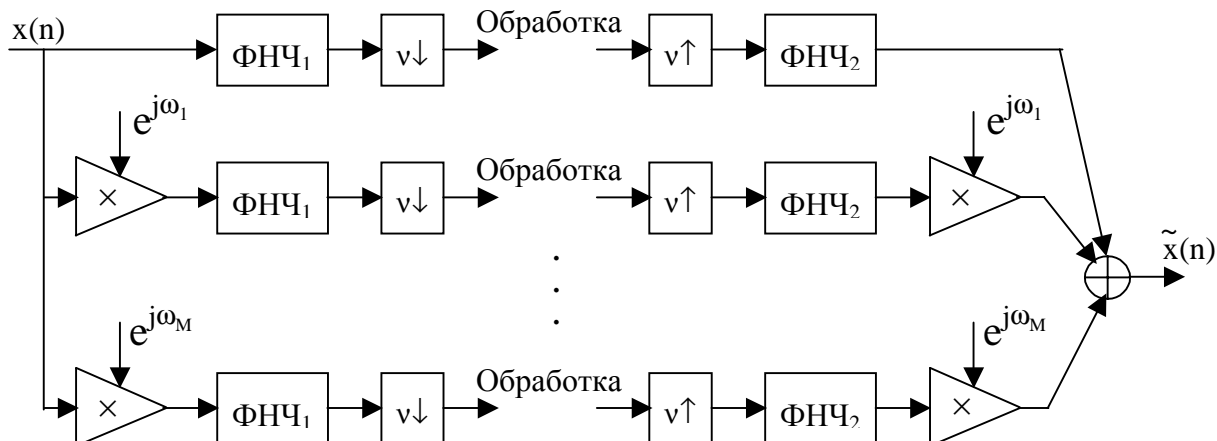


Рис.3

Считается [1], что такая система обладает свойством полного восстановления (ПВ), если при прохождении через нее входного сигнала в отсутствие обработки пропорции между компонентами частотного спектра сохраняются, а фазовая характеристика всей системы – линейна. Отсюда следует требование:

$$\sum_{i=0}^M H_1(j(\omega - \omega_i)) \cdot H_2(j(\omega - \omega_i)) = e^{-j\omega\tau}, \forall \omega \in [0; \pi] \quad (1),$$

где $\omega_0 = 0$; $H_1(j\omega)$, $H_2(j\omega)$ – АФЧХ ФНЧ₁ и ФНЧ₂, соответственно, τ - групповая задержка системы. Параметры ФНЧ₂ определяются коэффициентом прореживания v : если $v=M$ (предельное или критическое прореживание), то ФНЧ₂ эквивалентен ФНЧ₁, что накладывает дополнительные требования на форму АЧХ ФНЧ₁:

$$\sum_{i=0}^M |H_1(j(\omega - \omega_i))|^2 = 1, \forall \omega \in [0; \pi] \quad (2)$$

Проблема поиска фильтра с такими свойствами в общем случае нетривиальна и требует использования методов многокритериальной оптимизации [1,2]. Предлагается упростить эту задачу путем уменьшения коэффициента прореживания v в 2 раза. В этом случае в качестве ФНЧ₂ используется фильтр-интерполятор, спроектированный на этапе формирования $1/M$ -полосного ФНЧ₁. Моделирование подтвердило работоспособность этого подхода. Недостатком его является то обстоятельство, что структура с неполной децимацией обеспечивает и не максимально возможное сокращение вычислительных затрат на реализацию полосовых фильтров системы с частотной преселекцией.

Литература.

1. Вайдянатхан П.П. Цифровые фильтры, блоки фильтров и полифазные цепи с многочастотной дискретизацией: Методический обзор. – ТИИЭР, т.78, №3, март 1990.
2. Витязев В.В. Цифровая частотная селекция сигналов. – М.: Радио и связь, 1993.
3. Гольденберг Л.М. и др. Цифровая обработка сигналов: учеб. Пособие для вузов/ Л.М. Гольденберг, Б.Д. Матюшкин, М.Н. Поляк. – 2-е изд. перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 1990.



M-TH BAND FILTERS : DESIGN AND APPLICATION IN THE DIGITAL SIGNALS ANALYSIS-SYNTHESIS SYSTEMS WITH PERFECT RECONSTRUCTION

Sorokin D.V.

Ryazan state radioengineering academy
391000, Ryazan, Gagarina str., 59, k.1, A&MM department.

M-th band low pass (LP) finite impulse response (FIR) filters' design is founded on the half-band filters theory [1,3]. It is known [1] that magnitude frequency response (MFR) of the half-band filter has the value 0.5 at the frequency $0.25 \cdot f_s$ and is symmetrical about this point (f_s is a sampling frequency of the input signal). This fact allows developing two-band filtering system with very small own noise level:

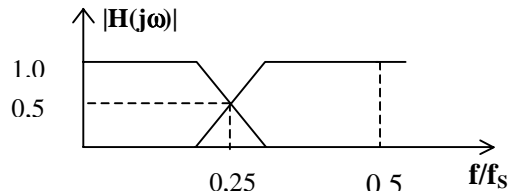


Fig.1

The impulse response of the half-band filter has the each second sample equal to zero [1]. Similarly to the half-band filter the M-th band one has the each M-th sample of the impulse response equal to zero. The MFR of M-th band filter has value 0.5 at the frequency $f_s/2M$ and is symmetrical about this point.

The simple method to design the impulse characteristic of M-th band filter [1] is founded on the inverse z-transform of ideal rectangular MFR windowed by special function with limited length $N+1$:

$$h\left(n + \frac{N}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi \cdot n}{M}\right)}{\pi \cdot n} \cdot w\left(n + \frac{N}{2}\right), \quad n = -\frac{N}{2}, \frac{N}{2} \quad (1)$$

where $w(n)$ – window function, N – positive integer even number. The setting of MFR parameters may be accomplished by using the Kaiser or Tchebyshev window function with adjustable attenuation parameter δ [1,3]. The length of window function influences on the MFR form at the transition band, the δ sets irregularity of MFR at the pass band and, in fact, sets attenuation at the stop band (Fig.2). The results of computations of the several M-th band LP filters using window functions of Tchebyshev and Kaiser are represented in report.

Designing of M-th band LP FIR filter using Remez algorithm.

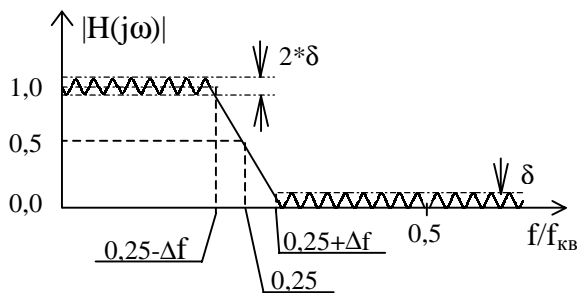


Fig.2

The filters designed using windows has the larger orders in comparison with similar filters, which computed by Remez algorithm using Tchebyshev approximation. The half band filter is being developed by setting “symmetrical” parameters at the input of the Remez procedure (Fig.2). The results of investigations on half-band filter design methods are represented. Further it is suggested a simple M-th band (M-even number) LP filters' design method that allows converting the half-band LP prototype filter to M-th band one. By this method the prototype filter impulse characteristic must be extended in a v times (v is a positive integer number) by rule: each original sample is being added by the $v-1$ zero samples. This procedure

results to comb filter. To obtain M-th band LP filter ($M=2 \cdot v$) it is necessary to cut out the “waste” comb MFR components using interpolation LP filter with following parameters: pass band cut off frequency $f_{i1}=(0,25 \cdot f_s + \Delta f)/v$, stop band cut off frequency $f_{i2}=f_s/2 \cdot v - f_{i1}$. The modeling showed that order of interpolation filter is approximately 3 times lower than order of comb filter. The order of synthesized M-th band filter may be estimated by expression: $N_{1/M} = N \cdot v + N_i$, where $v=M/2$, N – order of half band LP prototype filter, N_i – order of interpolating LP filter.

Design of filter comb using LP filters.

The data memory size and number of calculations at a fixed time period is a general constraints for development of filtering comb dedicated to use in a real time system. We can apply quadrature modulation to impulse response of M-th band LP filter to design required number of separate band pass filters. In this case the data memory

expenses is $(K+1) \cdot N$ words, where K – number of channels, N – order of the original M -th band LP filter. Each sample of the input signal requires up to $K \cdot N$ multiplying/addition operations. While using quadrature modulation of the signal at the input of a LP filter the data memory expenses is $(2 \cdot K + 1) \cdot N + Q$ words, where Q – memory space occupied by central frequencies of pass band filters ($Q = K - 1$). Each sample of the input signal requires up to $(2 \cdot K + 4) \cdot N$ multiplying/addition operations. Thus, while designing of multi channel digital filtering system it is more preferable to use separate pass band filters. This statement is valid for systems with constant sampling frequency at all stages of signal processing.

Usage of the M -th band filters in the digital signal processing systems with perfect reconstruction and non critical decimation.

Consider the multirate digital signal processing system with frequency preselection (Fig.3). Here the LPF_1 is a M -th band LP filter-decimator which, after all, forms MFR of all channels, v - decimation coefficient, LPF_2 – interpolator of reconstructed signal. Reducing of sampling frequency brings to reducing of calculation cost of pass band channel filters in v times [2,3].

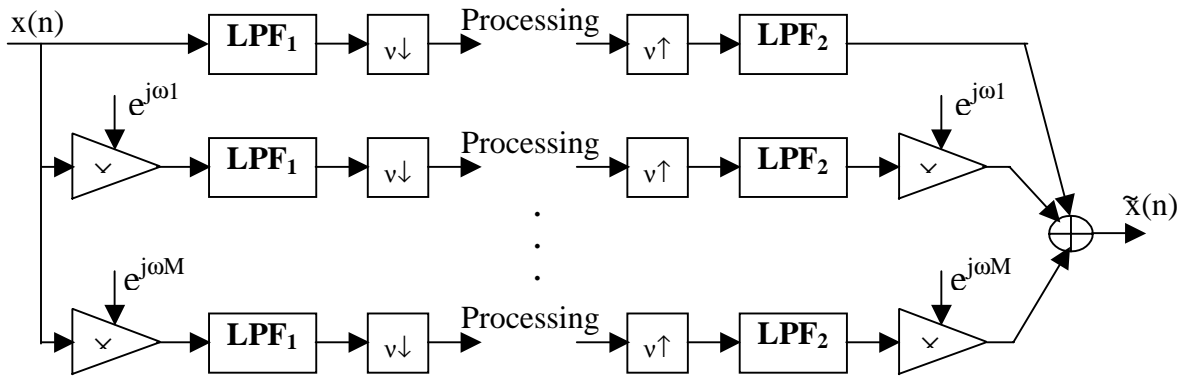


Fig.3

The phrase “perfect reconstruction” implies [1] that when processing is absent (Fig.3) the input signal passes through the system saving proportions between components of it’s magnitude spectra and the overall phase characteristic of the system is linear. Here we obtain the following requirement:

$$\sum_{i=0}^M H_1(j(\omega - \omega_i)) \cdot H_2(j(\omega - \omega_i)) = e^{-j\omega\tau}, \forall \omega \in [0; \pi] \quad (2)$$

where $\omega_0 = 0$; $H_1(j\omega)$, $H_2(j\omega)$ – magnitude-phase frequency characteristics of the LPF_1 and LPF_2 , respectively, τ - system group delay. The LPF_2 parameters are specified by decimation coefficient v : if $v=M$ (critical decimation), then LPF_2 must be equivalent to LPF_1 and MFR of LPF_1 must comply following condition:

$$\sum_{i=0}^M |H_1(j(\omega - \omega_i))|^2 = 1, \forall \omega \in [0; \pi] \quad (3)$$

To design so filter it is necessary to use methods of multi criterion optimization [1,2]. It is suggested to simplify this problem by reducing the decimation coefficient v in two times. In this case in place of LPF_2 may be used the interpolation filter designed to form M -th band LPF_1 from comb filter. Modeling has confirmed the validity of this method. But the bad property of the method is that the structure with non critical decimation has the non maximal reducing of computational cost of pass band filters and intermediate processing procedures.

References.

1. P.P. Vaidyanathan, “Multirate Digital Filters, Filter Banks, Polyphase Networks, and Applications : Tutorial ,” IEEE Trans. Acoust. Speech Signal Proc.(Russian edition), vol.78, pp.77-120, №3, march 1990.
2. V.V. Vityazev, Digital frequency domain signal selection, Moscow : Radio i svyaz, 1993.
3. L.M. Goldenberg, B.D. Matyushkin, M.N. Polyak, Digital signal processing : Tutorial, 2nd edition, Moscow: Radio i svyaz, 1990.