СОВМЕСТНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ - РАЗЛИЧЕНИЕ СИГНАЛОВ В МНОГОЛУЧЕВЫХ КАНАЛАХ С ЗАМИРАНИЯМИ

Радченко Ю.С., Радченко Т.А., Сморгонский А.В.

Воронежский государственный университет
394693, Воронеж, пл. Университетская, 1, кафедра радиофизики

Работа современных систем связи с множественным доступом при поиске сигнала абонента приводит к задаче многоальтернативного обнаружения- различения сигналов с неизвестными параметрами (время прихода, сдвиг частот и другие). В этой задаче полагается, что на входе приемной системы либо присутствует один из M полезных сигналов, либо таких сигналов нет. Ясно, что приемное устройство должно производить совместно следующие процедуры: обнаружение сигналов, различение сигналов и оценка их информационных параметров. В данной работе на основе подхода, развитого в [1], предложены методы расчета эффективности систем с кодовым разделением абонентов на случай совместного обнаружения- различения замирающих сигналов с неизвестным временем прихода на выходе многолучевых каналов. Причем полагается, что в области возможных задержек сигналов содержится большое число элементов разрешения по временному положению. Эти методы базируются на теории выбросов случайных процессов, которые приводят к более простым и более точным результатам, чем другие методики.

Алгоритм обработки

Пусть на интервале времени $[0,T_H]$ наблюдается процесс

$$x(t)=\begin{cases}\eta(t)\\ s_k(t-\tau_{0k})+\eta(t), \quad k=1..M\end{cases}, \qquad (1)$$

где $\eta(t)$- белый гауссовский шум со спектральной плотностью мощности $N_0/2$, $\tau_{0k}\in[T_1,T_2]$- неизвестное временное положение k-го сигнала. В общем случае сигнал после прохождения многолучевого канала связи может быть записан в виде

$$s(t-\tau)=\sum_{n=0}^{\nu}A_n(I(t-\tau-\delta_n)\cos(\omega t+\varphi_n)+Q(t-\tau-\delta_n)\sin(\omega t+\varphi_n)). \qquad (2)$$

В дальнейшем, когда будет идти речь об общих свойствах полезных сигналов, индекс k будет опускаться. В (2) I(t) и Q(t) –псевдослучайные расширяющие последовательности, модулирующие квадратуры сигнала, $\delta_n=\tau_n-\tau$ относительная задержка сигнала по лучу с номером n, параметр ν имеет смысл числа дополнительных лучей распространения. Обозначим Δ- длительность элементарной посылки. Исследования показали, что в системах с кодовым разделением абонентов отдельные лучи принятого сигнала разделяются ($\delta_n>\Delta$), а в усредненной модели из ν=6 дополнительных лучей соизмеримы с основным 2-3 луча (уровень не менее 50 %) [2]. Как показывают расчеты при уровне ВКФ, меньшем 0.3, взаимной помехой при приеме сигналов можно пренебречь. То есть $\{I_k(t),Q_k(t)\}$ $k=1..M$ образуют систему ортогональных сигналов. При увеличении отношения сигнал/шум получается следующее асимптотически оптимальное правило принятия решения

$$\max L_k(\tau_k)>h$$
$$\max L_k(\tau_k)>\max L_m(\tau_m)\,.. \qquad (3)$$

Где $$L(\tau)=\sum_{n=0}^{\nu}\left(X_n^2(\tau)+Y_n^2(\tau)\right)/2q_0^2 \qquad (4)$$

$$X_n(\tau)=(2/N_0)\int x(t)\left[I(t-\tau-\delta_n)\cos(\omega t)+Q(t-\tau-\delta_n)\sin(\omega t)\right]dt$$

$$Y_n(\tau)=(2/N_0)\int x(t)\left[I(t-\tau-\delta_n)\sin(\omega t)-Q(t-\tau-\delta_n)\cos(\omega t)\right]dt$$

$$q_0^2=N_0^{-1}\int\left(I^2(t)+Q^2(t)\right)dt$$

Из (3) следует, что необходимо найти величины абсолютных максимумов функционалов отношения правдоподобия на выходе всех M каналов приемной системы, сравнить их между собой и с некоторым порогом h. Тогда решение о наличии k сигнала выносится при одновременном выполнении обоих неравенств в (3). Если $\max L_k(\tau_k) < h$, то выносится решение об отсутствии какого либо полезного сигнала на входе приемной системы. Порог h. выбирается исходя из заданного критерия оптимальности. Приемник без сложения лучей получается из выражения (4) при n=ν=0,

Характеристики совместного обнаружения - различения

Итак, при совместном обнаружении - различении анализируются M+1 гипотеза Θ_k о полезных сигналах и выносится M+1 решение γ_m , k,m=0..M. Совокупность условных вероятностей $P_{km} = P(\gamma_m | \Theta_k)$ можно представить в виде матрицы **P.** В этой матрице строка соответствует гипотезе Θ_k , столбец -решению γ_m. Очевидно, что сумма вероятностей в строке удовлетворяет условию нормировки $\sum_{m=0}^{M} P(\gamma_m | \Theta_k) = \sum_{m=0}^{M} P_{km} = 1$. В матрице элемент P_{00} - есть вероятность правильного решения об отсутствии сигналов, $1 - P_{00} = \sum_{m=1}^{M} P_{0m} = \alpha$ -вероятность ложной тревоги, $P(\gamma_0|\Theta_k)=P_{k0}$ k=1..M - условная вероятность пропуска k сигнала. Тогда $\beta = \sum_{k=1}^{M} p_k P(\gamma_0 | \Theta_k)$ - полная (усредненная) вероятность пропуска сигналов в системе связи. Соответственно $D = 1 - \beta$ - вероятность правильного обнаружения сигналов. Оставшиеся элементы определяют условные вероятности правильных и неправильных решений при различении M сигналов. На их основе можно вычислить среднюю вероятность ошибки различения системы сигналов $\{s_k(t)\}$

$$P_e = 1 - \sum_{k=1}^{M} p_k P(\gamma_k | \Theta_k) = 1 - \sum_{k=1}^{M} p_k P_{kk} \qquad (5)$$

В дальнейших расчетах для упрощения формул будем полагать, что априорные вероятности p_k всех сигналов одинаковы**:** p_k=1/M. На основе теории выбросов процессов, имеющих центральное и нецентральное χ^2-распределение, рассчитаны основные характеристики работы системы. Вероятность ложной тревоги α равна

$$\alpha = 1 - F_N^M(h) \approx 1 - \exp(-\left(\frac{\xi M h^{\nu+0.5}}{\nu! \sqrt{\pi}} \exp(-h)\right). \qquad (6)$$

При предположении о симметричном характере системы связи полная вероятность пропуска сигналов совпадает с условной вероятностью пропуска сигнала

$$\beta = P_{k0} = \frac{1}{M} F_N^M(h) F_s(h) + \left(1 - \frac{1}{M}\right) \int_{-\infty}^{h} F_N^M(u) dF_s(u). \qquad (7)$$

Вероятность правильного различения сигнала

$$P_{kk} = \frac{1}{M}\left(1 - F_S(h) F_N^M(h)\right) + \left(1 - \frac{1}{M}\right) \int_{h}^{\infty} F_N^M(u) dF_S(u). \qquad (8)$$

Отсюда средняя вероятность ошибки различения выражается как

$$Pe = 1 - P_{kk} = \left(1 - \frac{1}{M}\right)\left(1 - \int_{h}^{\infty} F_N^M(u) dF_S(u)\right) + \frac{1}{M} F_S(h) F_N^M(h) = \qquad (9)$$

В этих соотношениях

$$F_N(u) = \begin{cases} \exp(-\dfrac{\xi u^{\nu+.5}}{\nu! \sqrt{\pi}} \exp(-u)), u \ge \nu + 0.5 \\ 0 \ , u < \nu + 0.5 \end{cases}, \qquad (10)$$

$$F_s(u) = \int_0^u \left(2t / z^2\right)^{\nu/2} \exp(-t - z^2/2) I_\nu(z\sqrt{2t}) dt$$

$z^2 = q_0^2 \sum_{n=0}^{\nu} A_n^2$ -суммарное отношение сигнал/шум, $I_\nu(u)$-функция Бесселя мнимого аргумента порядка ν, ξ - приведенная длина априорного интервала $[T_1, T_2]$, имеющая смысл числа элементов разрешения ФМ сигнала на этом интервале. Нетрудно убедиться, что при M=1 формулы (6) (7) переходят в обычные соотношения для характеристик обнаружения квазидетерминированного сигнала на выходе канала с замираниями, а P_{kk} переходит в вероятность правильного обнаружения сигнала D. При $h \to -\infty$ этап обнаружения исчезает, $\beta \to 0$, а выражение для Pe совпадает с вероятностью различения M ортогональных квазидетерминированных сигналов.

При $z \to \infty$ вероятности $\beta \to 0$ и $Pe \to 0$. На основе полученных формул были выполнены расчеты полной вероятности ошибки при различных значениях числа сигналов M, числа лучей распространения ν, их относительного уровня амплитуд $\varepsilon_n = A_n/A_0$ и величинах априорного интервала ξ. На рис. 1. приведены расчеты $\beta(z)$ для различного числа сигналов M. Величина априорного интервала ξ=64. Вероятность ложной тревоги α=0.1. На рис. 2 приведены зависимости средней вероятности ошибки различения $P_e(z)$ при разных значениях M. Здесь же пунктиром приведена зависимость вероятности ошибки различения (M=2) сигналов для случая, когда не применяется процедура обнаружения.

Из проведенных расчетов следует, что с увеличением числа различаемых сигналов вероятность ошибки принятия решения $P_e(z)$ увеличивается. При M>60 наблюдается определенное «насыщение» характеристик, то есть дальнейшее увеличение M уже слабо сказывается на величину вероятности $P_e(z)$. Наличие процедуры обнаружения приводит к увеличению вероятности ошибки различения сигналов в несколько раз, по сравнению со случаем просто различения сигналов. Многолучевой характер сигнала и оптимальное сложение лучей приводит к появлению двух противоположных тенденций. С одной стороны наличие замираний в отдельных лучах приводит к увеличению порога обнаружения при увеличении их числа. С другой стороны увеличивается отношение сигнал/шум. Поскольку этот фактор оказывает более сильное влияние на характеристики приемника, вероятности $\beta(z)$ и $P_e(z)$ уменьшаются с увеличением числа лучей ν и их относительных амплитуд.

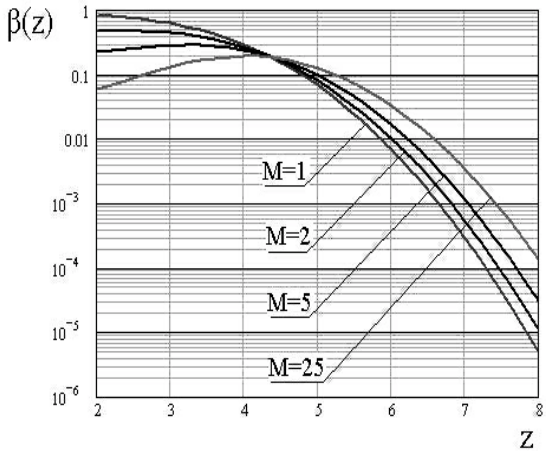

Рис. 1

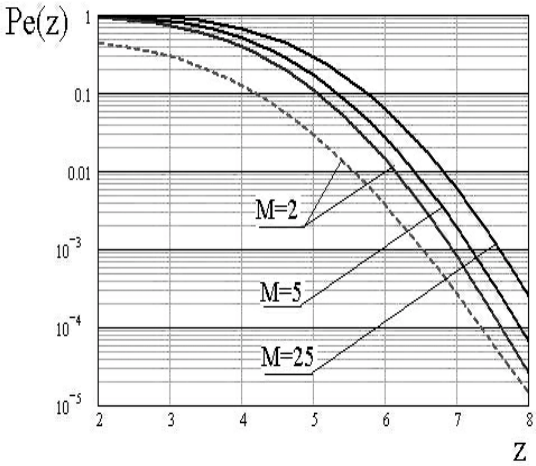

Рис. 2

С увеличением априорного интервала временных задержек сигналов ξ вероятность ошибки различения $P_e(z)$ значительно возрастает. Таким образом, проведенные расчеты могут позволить более обоснованно делать выводы о преимуществах и недостатках кодового разделения сигналов в системах связи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Радченко Т.А., Радченко Ю.С. Эффективность кодового разделения сигналов с неизвестным временем прихода. 5 международная научно-техническая конференция «Радиолокация, навигация, связь», Воронеж, 1999, труды конференции т.1, с.507-514

2. L. Hanzo, P. Cherriman, E.-L. Kuan Interactive Cellular and Cordless Video Telephony: Stste-oa the-Art System Design, Principles and Expected Performance. Proc. IEEE, 2000, v. 9, pp.1386-1413.

3. Радченко Ю.С., Трифонов А.П. Прием сложных сигналов приемником максимального правдоподобия. Радиотехника и электроника, 1978, т. 23, №8, с.1749-1752.

4. Трифонов А.П., Шинаков Ю.С. Совместное различение сигналов и оценка их параметров на фоне помех. М.: Радио и связь, 1986, 264 с.

JOINT DETECTION – DISTINCTION OF SIGNLAS IN MULTIPATH FADING CHANNELS

Radchenko Yu., Radchenko T., Smorgonsky A.

Voronezh State University

The operation of modern CDMA systems while searching a signal of the subscriber results in the problem concerning the multiple-choice detection – distinction of signals with unknown parameters (time of arrival, frequency shift and etc). In the present work we propose methods of system efficiency calculation with the code division of subscribers in case of joint detection – distinction of fading signals with unknown time of arrival at the output of multipath channels. These methods are based on the theory of runs of random processes. It is supposed that the range of possible signal delays has a large number of resolution elements by the time position.

Let in time interval $[0,T_H]$ we observe $x(t)=s_k(t-\tau_{0k})+\eta(t)$, k=1..M process or only x(t)=η(t) – white gaussian noise with the spectrum density of $N_0/2$ power. $\tau_{0k}\in[T_1,T_2]$- unknown time position of k-th signal. In the general case the signal having passed the multipath communication channel can be written in the following way:

$$s(t-\tau)=\sum_{n=0}^{v}A_n(I(t-\tau-\delta_n)\cos(\omega t+\varphi_n)+Q(t-\tau-\delta_n)\sin(\omega t+\varphi_n)).$$

In (2) I(t) and Q(t) – pseudorandom expending sequences, which modulate quadratures of the signal, $\delta_n=\tau_n-\tau$ relative signal delay by the path of n number. While increasing the signal-noise ratio we have the following asymptotically optimal rule of decision making.

$$\max L_k(\tau_k)>h, \qquad \max L_k(\tau_k)>\max L_m(\tau_m) .. \tag{1}$$

Where $L(\tau)=\sum_{n=0}^{v}\left(X_n^2(\tau)+Y_n^2(\tau)\right)/2q_0^2$ (2)

$$X_n(\tau)=(2/N_0)\int x(t)[I(t-\tau-\delta_n)\cos(\omega t)+Q(t-\tau-\delta_n)\sin(\omega t)]dt$$

$$Y_n(\tau)=(2/N_0)\int x(t)[I(t-\tau-\delta_n)\sin(\omega t)-Q(t-\tau-\delta_n)\cos(\omega t)]dt$$

$$q_0^2=N_0^{-1}\int\left(I^2(t)+Q^2(t)\right)dt$$

The decision about the presence of k signal is made when both inequations in (1) are true simultaneously. If $\max L_k(\tau_k)<h$, then we make a decision about the absence of any desired signal in the course of receiving system. Threshold h. is chosen based on the given optimal criterion.

While joint detection – distinction M+1 Θ_k hypothesis about the desired signals are analyzed and M+1 γ_m decision is made, k,m=0..M. The assembly of conditional probabilities $P_{km}=P(\gamma_m\mid\Theta_k)$ is determined by the following performance of the receiver: $1-P_{00}=\sum_{m=1}^{M}P_{0m}=\alpha$-probability of false alarms, $\beta=\sum_{k=1}^{M}p_kP(\gamma_0\mid\Theta_k)$- full probability of signal missing in the communication system, the average probability of the distinction error of the system of signals. $\{s_k(t)\}$ $P_e=1-\sum_{k=1}^{M}p_kP(\gamma_k\mid\Theta_k)$. On the basis of the theory of runs of processes having the central and non-central χ^2- distributions, we can calculate the main operation performance of the systems: $\alpha=1-F_N^M(h)$,

$$\beta=\frac{1}{M}F_N^M(h)F_s(h)+\left(1-\frac{1}{M}\right)\int_{-\infty}^{h}F_N^M(u)dF_s(u), \tag{3}$$

the average probability of the distinction error

$$Pe=1-P_{kk}=\left(1-\frac{1}{M}\right)\left(1-\int_h^{\infty}F_N^M(u)dF_S(u)\right)+\frac{1}{M}F_S(h)F_N^M(h). \tag{4}$$

In these connections

$$F_N(u)=\begin{cases}\exp(-\dfrac{\xi u^{\nu+.5}}{\nu!\sqrt{\pi}}\exp(-u)), u\geq \nu+0.5\\ 0\ , u<\nu+0.5\end{cases},\ F_s(u)=\int_0^u\left(\frac{2t}{z^2}\right)^{\nu/2}\exp(-t-\frac{z^2}{2})I_\nu(z\sqrt{2t})dt$$

$z^2=q_0^2\sum_{n=0}^{\nu}A_n^2$ -combined SNR, $I_\nu(u)$ -Bessel function of imaginary argument of ν order, ξ - given length of a priori interval [T_1,T_2] having the sense of the number of elements of the phase-modulated signal resolution on this interval. It is easy to see that at M=1, formulas (3) transfer to common relations for detection performance of quasideterminated signal at the output of fading channel. At h → –∞ the detection step disappears, β→ 0, and the expression for Pe coincides with the probability of distinction of M orthogonal quasideterminated signals. At z →∞ probability β→ 0 and Pe→0. On basis of the obtained formulas we calculate the full probability of the error at different values of the number of M signals, number of ν propagation paths and their relative level of amplitudes $\varepsilon_n=A_n/A_0$ and values of a priory interval ξ.

From the performed calculations follows that if the number of distinctive signals increases the probability of decision making error $P_e(z)$ will be increased. At M>60 we observe certain «saturation» of performance i.e. further increase of M does not strongly affect the probability value $P_e(z)$. The presence of detection procedure results in the increase of probability of signal distinction error by several times as compared to the case of barely signal distinction. Probabilities $\beta(z)$ and $P_e(z)$ are reduced when ν number of paths and their relative amplitudes are increased.

When a priory interval of ξ signal time delays is increased the probability of distinction error $P_e(z)$ is substantially increases. Hence the performed calculations enable us to make more reasonable conclusions about the advantages and drawbacks of the code division of signals in communication systems.