

Таганрогский государственный радиотехнический университет

Перестраиваемые избирательные системы (ИС) находят широкое применение в современной радиоэлектронике при решении множества задач, связанных с формированием, обнаружением, распознаванием, оптимальной и адаптивной обработкой сигналов, слежением за их параметрами и т.п. Они лежат в основе последовательных спектроанализаторов, *wavelet*-анализаторов, панорамных и следящих приемников, динамических фильтров для вокодерных систем, систем шумоподавления и конфиденциальной связи.

Несмотря на обилие публикаций по проблемам проектирования различных классов перестраиваемых ИС, динамика процессов перестройки изучена недостаточно. Остаются нерешенными задачи:

- оценки влияния вида и параметров закона перестройки на величину динамической погрешности при заданных параметрах ИС,
- анализа влияния вида, порядка и параметров аппроксимирующей функции на динамическую погрешность различных классов таких ИС (ФНЧ, ФВЧ, полосовые фильтры и др.) при заданном законе перестройки,
- синтеза ИС, перестраиваемой по заданному закону и обеспечивающей требуемую динамическую точность,
- оптимизации закона перестройки с учетом требований к динамической точности а также ряд других практически важных задач.

Объектом исследования в настоящей работе являются цифровые ИС произвольного класса и порядка, перестройка которых обеспечивается путем изменения *периода дискретизации* (рис. 1).

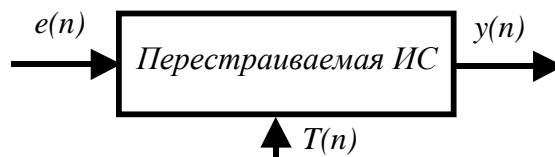


Рис. 1

Такие ИС описываются нестационарными разностными уравнениями динамики вида

$$\begin{cases} \mathbf{x}(n+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(n) + \mathbf{B}_d e(n) \\ y(n) = \mathbf{C} \mathbf{x}(n) + d e(n) \\ T(n) = T/g(n) \end{cases}, \quad (1)$$

где  $e(n)$ ,  $y(n)$  и  $\mathbf{x}(n)$  - входная, выходная переменные и вектор переменных состояния,  $\mathbf{A}_d$ ,  $\mathbf{B}_d$ ,  $\mathbf{C}$  и  $d$  - параметры ИС,  $T(n)$  - управляемая длительность временного интервала между соседними отсчетами,  $g(n)$  - закон перестройки ( $g(n) \geq 0$ ).

Дискретная передаточная функция ИС при постоянном управляющем воздействии  $g(t) = const = g$  имеет вид

$$H_d(z, g) = \mathbf{C} (z^{1/g} \mathbf{I} - \mathbf{A}_d)^{-1} \mathbf{B}_d + d = H_d(z^{1/g}, 1), \quad (2)$$

где  $H_d(z, 1)$  - выражение этой функции при  $g = 1$ ,  $z = \exp(pT)$ . Очевидно, что величина  $g$  определяет масштаб частотных характеристик по оси частот, т.е. частоту настройки ИС  $\omega_c(g) = g \omega_c(1)$ . Такой вид перестройки известен как "частотное масштабирование".

Поскольку система уравнений (1), по-видимому, не может быть решена методами теории дискретных систем, заменим решетчатые функции непрерывными

$$e(n) \rightarrow e(t), y(n) \rightarrow y(t), g(n) \rightarrow g(t), \mathbf{x}(n) \rightarrow \mathbf{x}(t), \mathbf{x}(n+1) \rightarrow \mathbf{x}(t) + T \dot{\mathbf{x}}(t)/g(t)$$

и перейдем к эквивалентной непрерывной системе, описываемой дифференциальными уравнениями

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = g(t)[\mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}e(t)] \\ y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) + de(t) \end{cases}, \quad (3)$$

где  $\mathbf{A} = T^{-1}\mathbf{A}_d - \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{B} = T^{-1}\mathbf{B}_d$ .

Адекватным инструментом для исследования процессов перестройки может служить динамическая частотная характеристика (ДЧХ) [1]. По своему физическому смыслу она близка к комплексному коэффициенту передачи стационарной системы, т.к. служит коэффициентом пропорциональности между гармоническим входным воздействием и принужденной составляющей реакции ИС. Динамическая АЧХ отображает процесс изменения во времени модуля коэффициента передачи на частоте воздействия, а динамическая ФЧХ - вносимого фазового сдвига.

В качестве исходных данных используются закон перестройки и математическая модель эквивалентной непрерывной стационарной ИС в форме импульсной функции  $w(t)$  либо передаточной функции  $H(p)$ .

Полагая, что законом перестройки служит неотрицательная интегрируемая функция  $g(t)$ , найдем общее выражение ДЧХ *методом  $\tau$ -преобразований*. Идея этого метода, являющегося развитием метода приведенных систем отсчета А.С.Виницкого [2], базируется на переходе к новой

(приведенной) шкале времени, связанной с абсолютной соотношениями  $\tau = \varphi(t) = \int_0^t g(t)dt$ ,

$t = \psi(\tau)$ , в которой уравнения (3), рассматриваемые относительно  $\tau$ -изображений переменных ( $e_r(\tau)$ ,  $y_r(\tau)$ ,  $\mathbf{x}_r(\tau)$  и  $\dot{\mathbf{x}}_r(\tau)$ ), преобразуются в стационарные и принимают вид

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_r(\tau) = \mathbf{A}\mathbf{x}_r(\tau) + \mathbf{B}e_r(\tau) \\ y_r(\tau) = \mathbf{C}\mathbf{x}_r(\tau) + de_r(\tau) \end{cases}. \quad (4)$$

Тогда, представляя  $\tau$ -преобразование входного воздействия  $e(t) = \exp(pt)$  ( $p = j\omega$ ) в виде  $e_r(\tau) = \exp[p\psi(\tau)]$  и используя методы теории стационарных линейных систем, можно получить следующую формулу  $\tau$ -изображения ДЧХ

$$W_r(p, \tau) = \int_0^{\infty} w(x) e^{p[\psi(\tau-x) - \psi(\tau)]} dx. \quad (5)$$

После обратного  $\tau$ -преобразования получается искомая формула ДЧХ в виде

$$W(p, t) = \int_0^{\infty} w(x) \exp[-pR(t, x)] dx, \quad (6)$$

где  $R(t, x) = t - \psi[\varphi(t) - x]$ .

Найденная общая формула применима как при плавном, так и при ступенчатом, периодическом или непериодическом законах перестройки. Заметим, что получить в явном виде общее аналитическое выражение ДЧХ возможно лишь в частных случаях.

В практически важном случае *переключения частоты настройки ИС* закон перестройки является ступенчатой функцией

$$g(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t < 0 \\ \beta & \text{при } t \geq 0 \end{cases},$$

а законы  $\tau$ -преобразований определяются соотношениями

$$\varphi(t) = \begin{cases} t & (t < 0) \\ \beta & (t \geq 0) \end{cases}, \quad \psi(\tau) = \begin{cases} \tau & \tau < 0 \\ \tau/\beta & \tau \geq 0 \end{cases}.$$

Пользуясь этими соотношениями и формулой (6), можно представить выражение ДЧХ для рассматриваемого случая в виде

$$W(p, t) = \begin{cases} H(p) & (t < 0) \\ H(p/\beta) + \Delta W(p, t) & (t \geq 0) \end{cases}, \quad (7)$$

где  $\Delta W(p, t)$  - динамическая погрешность

$$\Delta W(p,t) = \frac{p(1-\beta) \sum_{i=1}^N \frac{A(p_i)}{B(p_i)} \exp(\beta p_i t)}{\exp(-pt) (p-p_i)(p-\beta p_i)},$$

$N$  - порядок ИС,  $p_i$  - полюсы передаточной функции  $H(p) = A(p)/B(p)$ .

Анализируя полученную формулу (7), заметим следующее:

- ДЧХ дискретно перестраиваемых ИС является функцией трех переменных - частоты, времени и глубины перестройки  $\beta$ ;
- асимптотами этой характеристики служат начальное и конечное выражения статической передаточной функции

$$W(p,t) = \begin{cases} H(p) & \text{при } t < 0 \\ H(p/\beta) & \text{при } t \rightarrow \infty \end{cases};$$

- ДЧХ является непрерывной функцией времени - в момент переключения она не изменяет своего значения

$$W(p,0_+) = W(p,0_-) = H(p);$$

- динамика процесса перестройки полностью определяется динамической погрешностью  $\Delta W(p,t)$ ;
- начальное значение этой погрешности равно приращению статической передаточной функции

$$\Delta W(p,0) = H(p) - H(p/\beta);$$

- при малой величине шага перестройки  $\Delta\beta = 1 - \beta \ll 1$  амплитуда погрешности пропорциональна величине этого шага.

Пример 1. Проведено исследование динамики процесса перестройки по закону  $g(n) = a \exp(bnT)$  полосового цифрового фильтра Баттерворта 4-го порядка с центральной частотой  $\omega_{c0} = 1 \text{ с}^{-1}$  и полосой пропускания  $\Delta\omega_c = 0.23\omega_{c0}$ . После перехода к эквивалентному непрерывному фильтру с законом перестройки  $g(t) = a \exp(bt)$  найдены выражения законов  $\tau$ -преобразований  $\varphi(t) = [\exp(bt) - 1]a/b$ ,  $\psi(\tau) = \ln(1 + b\tau/a)/b$  и построены динамические АЧХ численным интегрированием выражения (6) при  $\omega = \omega_{c0}$ ,  $a=0.25$  и различных значениях показателя  $b$ , определяющего скорость перестройки. Результаты представлены на рис. 2 и 3.

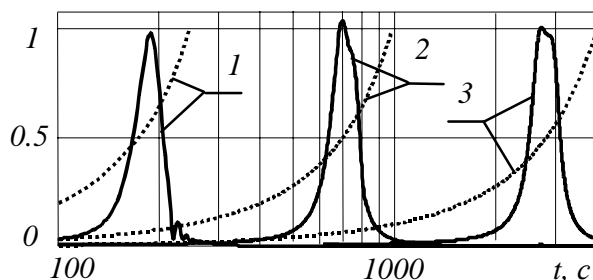


Рис. 2

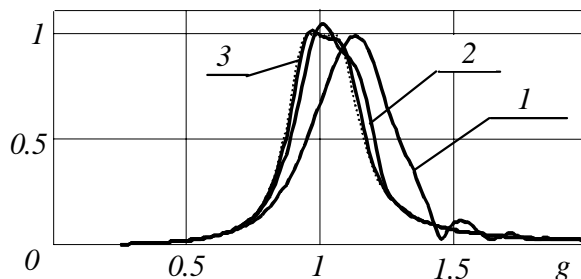


Рис. 3

Графики 1-3 на этих рисунках соответствуют  $b=0.008, 0.002$  и  $0.0005 \text{ с}^{-1}$ . Сплошными линиями на рис. 2 показаны динамические АЧХ ( $|W(p, t)|$ ), пунктиром - закон перестройки ( $g(t)/2$ ). Большой наглядностью отличаются аналогичные графики, на которых по оси абсцисс вместо времени отложены соответствующие значения  $g(t)$  (рис. 3). Пунктиром здесь показана асимптота, к которой стремится АЧХ при  $b \rightarrow 0$ . Очевидно, что в процессе перестройки наблюдается существенная деформация АЧХ, возрастающая по мере повышения скорости. Подобные закономерности наблюдались ранее в фильтрах с преобразованием частоты [3].

Пример 2. На рис. 4 показаны результаты исследования дискретно перестраиваемого ФНЧ Баттерворта 6-го порядка с начальным значением частоты среза 1 кГц. Графики, построенные по формуле (7), соответствуют наблюдаемой в различные моменты времени динамической АЧХ при двукратном скачкообразном повышении частоты среза.

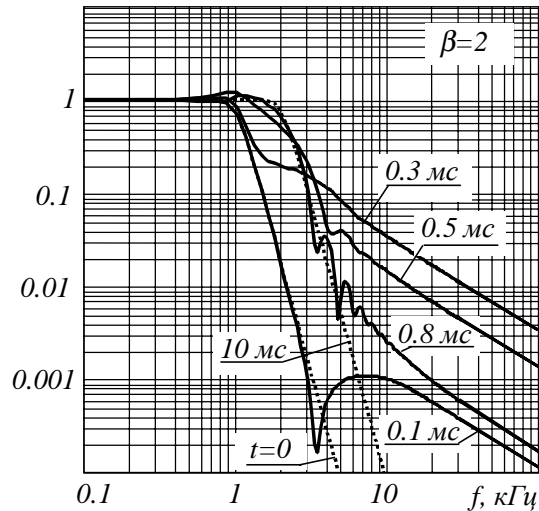


Рис.4

В процессе перестройки наблюдается резкое ухудшение селективности фильтра даже по отношению к весьма удаленным от полосы пропускания сигналам. Сразу же после момента переключения развивается волна интенсивного подъема АЧХ во всей полосе задерживания (пик которой в десятки-сотни раз превышает асимптотическое значение), плавно затухающая с течением времени. Процесс перестройки сопровождается также заметными всплесками АЧХ в полосе пропускания. Аналогичные явления обнаружены также и в фильтрах других классов (ФВЧ, полосовых и режекторных). Эти явления способны оказывать решающее влияние на точность дискретно перестраиваемых адаптивных, самонастраивающихся, следящих и других типов динамических фильтров.

### Литература

1. Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы: - М., Радио и связь, 1986.
2. Виницкий А.С.. Модулированные фильтры и следящий прием ЧМ-сигналов: - М., Сов. радио, 1969.
3. Харкевич А.А.. Избранные труды. Т.2.; - М., Наука, 1973.



Taganrog State University of Radio Engineering

Tunable selective systems (SS) are extensively used in modern radioelectronics for the solution of variety of tasks aimed to shaping, detection, recognition, optimal and adaptive processing of signals, tracking signal parameters etc. Despite of an abundance of publications on different classes of tunable SS designing problems, the dynamics of tuning processes remains investigated insufficiently.

The object of present research is an arbitrary class and order digital SS tunable by changing the sampling period (fig. 1). Such tuning mode causes "frequency scaling" of resulting transfer function. This SS is described by non-stationary difference equations (1) which are replaced by equivalent non-stationary differential equations (3). The dynamics of equivalent continuous tunable system is investigated using the original " $\tau$ -conversions" method. The idea of this method is based on converting non-stationary equations (3) to stationary ones by means of transforming all its variables to new (reduced) time domain related to

absolute one by following expressions  $\tau = \varphi(t) = \int_0^t g(t)dt$  and  $t = \psi(\tau)$  where  $g(t)$  is the tuning law.

As the adequate tool for the investigation of tuning processes a dynamic frequency response (DFR) is used. Its physical sense is close to complex transfer function of stationary system since it is the proportionality factor between harmonic input signal and forced SS response.

General DFR formula (6) is presented. It can be used both for smoothly varying and stepped, periodic or acyclic tuning laws.

One more DFR formula (7) refers to a practically important case of switching SS adjustment frequency and a number of remarks concerning its basic properties are given.

First example relates to investigation of tuning process in digital Butterworth 4-th order bandpass filter with center frequency  $\omega_{c0} = 1 \text{ s}^{-1}$  and bandwidth  $\Delta\omega_c = 0.23\omega_{c0}$ . The tuning law was  $g(n) = a \exp(bnT)$ . The dynamic amplitude-frequency responses (DAFR) of this filter obtained at  $\omega = \omega_{c0}$ ,  $a=0.25$  and different values of the coefficient  $b$  which defines tuning velocity are represented at fig. 2 and 3. Curves 1-3 in these figures correspond  $b=0.008, 0.002$  and  $0.0005 \text{ s}^{-1}$ . The DAFR is exhibited at fig. 2 by solid line and tuning law - by dashed one. For better observation similar curves are introduced at fig. 3 on which instead of time appropriate values of  $g(t)$  are placed on abscissa axis. Dotted line exhibits here the asymptote, to which DAFR tends at  $b \rightarrow 0$ . Obviously tuning processes are accompanied by essential DAFR deformations that increase in accordance to tuning velocity. Similar fact has been discovered earlier in frequency-converted filters by A.A.Kharkevich.

Second example exhibits the dynamics of cutoff frequency switching process in the Butterworth 6-th order low-pass filter with 1 kHz initial value of this frequency. Curves at fig. 4 represent the DAFR shape observed at different time instants while the filter cutoff frequency was switched to double value.

It was discovered that significant degradation of filter selectivity even respecting to rather remote from cutoff signal's spectral components during the tuning process take place. The intensive DAFR rising wave in the whole filter bandstop evolves just after the moment of switching (which peak exceeds asymptotic value at one - two orders) smoothly damping with the time. Tuning process is also accompanied by noticeable DAFR bandpass surges.

Similar appearances were discovered also in other filter classes (high-pass, bandpass and band-rejection ones). These appearances are capable to render the decisive influence to the accuracy of discretely tunable adaptive, self-tunable, tracking and other types of dynamic filters.