ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ С ПРИМЕНЕНИЕМ НЕЛИНЕЙНЫХ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ В ЧАСТОТНОЙ ОБЛАСТИ

Широков С.М., Петров А.В.

Поволжская государственная академия телекоммуникаций и информатики
443010, Самара, ул. Л.Толстого, 23;
т. (8462)33-55-58, e-mail: shirokov@smrtlc.ru, antonpf@hippo.ru

Предложен новый метод цифровой обработки сигналов в частотной области, использующий некоторые свойства нелинейных ортогональных преобразований. Рассмотрены теоретические основы этого метода и приведены результаты статистического моделирования, подтверждающие его эффективность при подавлении сосредоточенных помех в каналах связи.

1. ВВЕДЕНИЕ

Достижения последних лет в области цифровой техники привели к пересмотру многих сложившихся ранее взглядов на возможность и целесообразность реализации различных сложных алгоритмов обработки сигналов, отказу от традиционных подходов и ограничений, явно или неявно связанных со свойствами использовавшихся ранее аналоговых элементов. Например, обычная линейная фильтрация, если она осуществляется в частотной области, сводится к умножению текущего спектра сигнала на передаточную функцию фильтра. Однако при обработке сигналов в цифровой форме можно использовать и многие другие, в том числе нелинейные преобразования спектра, которым не соответствуют никакие реальные аналоговые фильтры. Характерным примером являются гомоморфная фильтрация и кепстральный анализ, при которых осуществляется логарифмирование спектра. Даже эта простая алгебраическая операция дает важные преимущества в ряде задач обработки сигналов. В данном докладе рассматривается более общий класс нелинейных преобразований в частотной области и доказана эффективность их применения при подавлении сосредоточенных помех в каналах связи.

2. НЕЛИНЕЙНЫЕ ОРТОГОНАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ И ИХ ПРИМЕНЕНИЕ ПРИ ОБРАБОТКЕ СИГНАЛОВ

В технике обработки сигналов широко используются различные ортогональные преобразования - Фурье, Уолша, Хаара и др. [1], которые задают отображения в пространстве сигналов вида $\mathbf{y} = \mathbf{U}\mathbf{x}$, где **U**- унитарный оператор (при дискретной обработке - матрица), по определению обладающий свойством: обратный оператор совпадает с сопряженным,

$$\mathbf{U}^{-1} = \mathbf{U}^{*}. \qquad (1)$$

Если **x** и **y -** элементы гильбертова пространства, указанное отображение представляется в виде соответствующего интегрального преобразования. Свойством унитарности могут обладать и нелинейные операторы, при этом остается в силе определение (1). Они впервые были использованы в задачах нелинейной квантовой механики [2] и в отличие от линейных унитарных операторов в общем случае не имеют интегральных представлений, подобных преобразованию Фурье. Отображение, задаваемое таким оператором, описывается нелинейным дифференциальным уравнением шредингеровского типа

$$\frac{\partial\psi}{\partial\eta} = \mathbf{H}(\psi)\psi \qquad (2)$$

с граничными условиями $\psi(\eta_0) = \mathbf{x}$, $\psi(\eta_m) = \mathbf{y}$, где $\psi(\eta) = \psi(\eta, \lambda)$ - функция из некоторого банахова пространства, принимающая значения в гильбертовом пространстве функций от λ, которому принадлежат элементы **x** и **y** , $\mathbf{H}(\psi)$- нелинейный непрерывный оператор в этом пространстве, □, □$_m$ -начальное и конечное значения переменной □ Отображения, описываемые уравнениями типа (2), получили название операторов с унитарной нелинейностью [2].

Использование нелинейных ортогональных преобразований (НОП), реализующих такие отображения, в задачах цифровой обработки сигналов, для частного вида оператора **H**(□),

$$\mathbf{H}(\psi) = -\alpha\frac{\partial}{\partial\lambda} - f(\psi), \qquad (3)$$

впервые рассмотрено в [3,4]. Нелинейное ортогональное преобразование $\mathbf{y}=\mathbf{U}[\psi]\mathbf{x}$, описываемое уравнением (2) с таким оператором $\mathbf{H}(\psi)$, реализуется в виде произведения линейных ($\mathbf{G_k}$) и нелинейных ($\mathbf{N_k}$) операторов

$$\mathbf{U}[\psi] = \prod_{k=1}^{n} \mathbf{G}_k \mathbf{N}_k [\psi_k]. \tag{4}$$

Запись типа $\mathbf{U}[\psi]$ означает, что преобразование $\mathbf{U}$ зависит не только от входного сигнала $\mathbf{x}$, но и от всей траектории в гильбертовом пространстве, описываемой уравнением (2) с таким входным воздействием. Каждый из линейных операторов $\mathbf{G_k}$ представляет собой интегральное преобразование типа свертки с ядром Френеля

$$g_k(\lambda) = g_{0k} \exp\{i a_k \lambda^2\} \tag{5}$$

где $\Delta\eta_k = \eta_{k+1} - \eta_k$ - шаг дискретизации по переменной η, n - число пар звеньев,

$$g_{0k} = \sqrt{4\pi\Delta\eta_0 \alpha i}, \quad a_k = 1/4\Delta\eta_0\alpha.$$

Нелинейные операторы $\mathbf{N_k}[\psi_k]$ соответствуют умножению функции $\psi_k(\lambda) = \psi(\eta_k,\lambda)$ на зависящие от нее коэффициенты преобразования

$$\mathbf{N}_k[\psi_k] = \exp\{i f(\psi_k)\}. \tag{6}$$

После соответствующей дискретизации по переменной λ указанные операторы легко реализуется в цифровой форме. Преобразование с ядром (5) реализуется с применением алгоритма БПФ или быстрого преобразования Френеля.

Использование описанных НОП позволяет решать ряд важных задач обработки сигналов: компрессии импульсов во временной области, селекции сигналов и импульсных помех, пространственного сжатия элементов изображений [3,4]. Однако, особый интерес представляет их применение в частотной области, до сих пор не рассматривавшееся. В этом случае переменная λ в приведенных выше формулах должна интерпретироваться как частота, а описанному алгоритму обработки предшествует переход в частотную область с помощью алгоритма БПФ. Рассмотрим практическое применение такого преобразования для подавления негауссовских сосредоточенных помех в каналах связи.

3. ПОДАВЛЕНИЕ СОСРЕДОТОЧЕННЫХ ПОМЕХ

Борьба с сосредоточенными помехами (СП) в каналах связи часто затрудняется тем, что их спектр оказывается соизмеримым по ширине со спектром сигнала. В этом случае обычные методы режекторной фильтрации помех неизбежно приводят к значительным искажениям сигнала и потери большой части его энергии. Эффективность режекторной фильтрации можно повысить, если обеспечить предварительное сжатие спектра помехи без существенного изменения полезного сигнала. Такую возможность обеспечивают рассмотренные выше НОП: благодаря свойству нелинейности они избирательно действуют на элементы спектра входной смеси с различной амплитудой и шириной. При определенном выборе параметра α и функции $f(\psi)$ в (3) обеспечивается эффект избирательного сжатия сосредоточенных помех и повышение эффективности их последующей режекции. Искажения, внесенные при этом в сигнал, при необходимости устраняются с помощью обратного преобразования. Оно, в силу унитарности, реализуется по формуле, аналогичной (4), с обратной последовательностью операторов. Эффективность этого метода применительно к приему дискретных сообщений была исследована путем статистического компьютерного моделирования. При этом в (3) была выбрана функция $f(\psi) = \kappa|\psi|^2$ и подобраны оптимальные значения параметров α и κ.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ВЫВОДЫ

С целью проверки эффективности предлагаемого метода борьбы с СП было проведено статистическое моделирование приема двоичных сигналов в канале с белым гауссовским шумом (БГШ) и случайной СП, квадрат амплитуды которой распределен по закону Накагами, длительность – по усеченному нормальному закону, фаза – по равномерному закону. После подавления СП остаточная смесь подавалась на вход корреляционного приемника. Производилось сравнение результатов предлагаемого метода и 2-х методов линейной фильтрации — простого режекторного фильтра (РФ) с прямоугольной АЧХ и оптимального фильтра Колмогорова-Винера (ФКВ). На рис. 1 показаны зависимости вероятности ошибки от отношения сигнал/шум для предлагаемого фильтра (пунктирная линия), РФ (сплошная линия), ФКВ (точечная линия) для 40%-го перекрытия спектров, на рис. 2 — для 60%-го. Видно, что предлагаемый метод подавления СП при приеме дискретных сообщений дает существенный выигрыш по сравнению с с другими методами: даже по сравнению с ФКВ на входе демодулятора — на 8 дБ при 40%-м перекрытии и на 2 дБ при 60%-м перекрытии. Аналогичные зависимости, полученные для разных значений дисперсии амплитуды спектра СП показывают, что она мало влияет на вероятность ошибки. В то же время от дисперсии ширины спектра вероятность ошибки зависит более существенно. Это указывает на то, что эффективность предлагаемого метода можно повысить за счет адаптации к изменениям характеристик сигнала и помех.

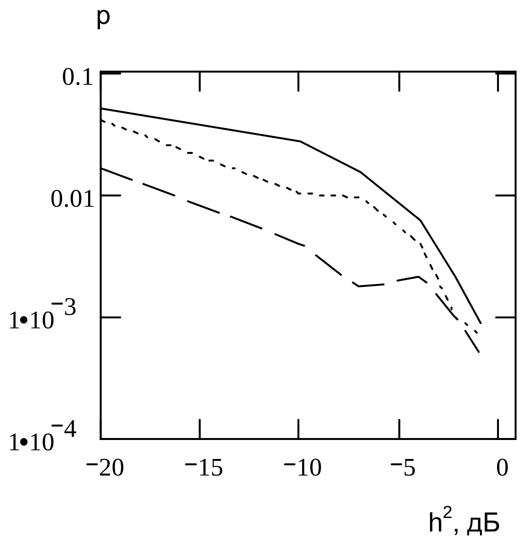

Рис. 1

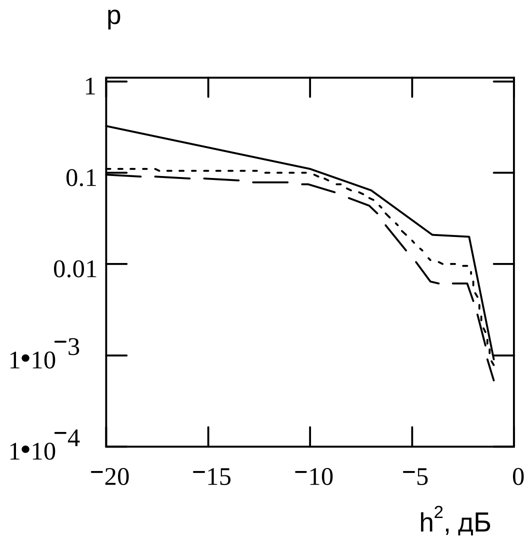

Рис. 2

Литература

1.Ахмед Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов. - М.: "Связь", 1980.

2. Маслов В.П. Комплексные марковские цепи и континуальный интеграл Фейнмана. - М.: Наука, 1976.

3.Широков С.М., Григоров И.В. Фильтрация сигналов на фоне импульсных помех с применением нелинейных ортогональных преобразований //Международная конференция и сессия РНТОРЭС им. .А.С.Попова, посвященные 100-летию изобретения радио. Тезисы докладов, ч.2. - М.. 1995.- С.180.

4. Широков С.М., Григоров И.В. Метод подавления импульсных помех при обработке сигналов и изображений // Компьютерная оптика.- 1996.- Вып.16. - С.97-102.

DIGITAL SIGNAL PROCESSING USING NONLINEAR ORTHOGONAL TRANSFORMS IN FREQUENCY DOMAIN

Shirokov S., Petrov A.

Volga State Academy of Telecommunications and Informatics.
443010, Samara, ul. L. Tolstogo, 23,
tel (8462) 33-55-58, e-mail: shirokov@smrtlc.ru, antonpf@hippo.ru

New method of digital signal processing in frequency domain is proposed, it is based on some properties of nonlinear orthogonal transforms. Theoretical basics of this method are considered, and results of statistical simulation are applied. These results confirm the efficiency of proposed method.

1. INTRODUCTION

Usual linear filtering in frequency domain mean multiplication of current spectrum with filter transfer charastristic. However, it's possible to use other spectrum transforms which could be nonlinear, and it's impossible to find analog equivalents for these transforms. The examples of such transforms are homomorph filtering and cepstrum analysis which take the logarithm of spectrum. Even this simple action offers big advantages in signal processing problems. Common type of nonlinear spectrum transforms are considered in this paper.

2. NONLINEAR ORTHOGONAL TRANSFORMS AND ITS APPLICATIONS IN SIGNAL PROCESSING PROBLEMS

Nonlinear operators can also be unitary; they are widely used in quantum mechanics problems [2]. Representation of this operator is defined by nonlinear Schroedinger equation:

$$\frac{\partial\psi}{\partial\eta} = \mathbf{H}(\psi)\psi \tag{1}$$

Using nonlinear orthogonal transfroms (NOTs) described by (1) can solve a number of signal processing problems: impulse compressing in time domain, signal and interference selection, images compression [3,4]. Application of these NOTs in frequency domain is of interest and it is still not developed.

3. NARROWBAND INTERFERENCE SUPPRESSION

Suppression if narrowband interference (NI) is difficult because its spectrum is commensurable with signal spectrum. Reject filtering distorts the signal. NOTs described above can compress the NI spectrum due to nonlinearly and selectivity. The effect of selective compression of NI can be achieved by certain value of □ and type of *f*(□) function. Then compressed NI is rejected. Reverse transform is realized by analog of (4) because of unitarity.

4. RESULTS OF STATISTICAL SIMULATION AND CONCLUSIONS

The statistical simulation of proposed method was held. Binary signals receiving in channel with White Gaussian Noise and non-Gaussian NI was simulated. Square of amplitudes is distributed by Nakagami law, duariton — by truncated Gaussian distribution, phase — by uniform distribution. The proposed method has win of 8 dB for 40% overlap of signal and NI spectra and 2 dB for 60% overlap.

REFERENCES

1. Ahmed N., Rao K.R. Orthogonal Transforms for Digital Signal Processing.— Springer-Verlag, 1975
2. Maslov V.P. Kompleksnye markovskie tsepi i kontinualnyi integral Feinmana. — M.: Nauka, 1976
3. Shirokov S. M., Grigorov I.V. Filtratsija signalov na fone impulsnyh pomeh s primeneniem nelineinyh ortogonalnyh preobrazaovanij. //A.S. Popov's International conference and RNTORES session. Report thesis, p.2. — M.: 1995.—p. 180
4. Shirokov S. M., Grigorov I.V. Metod podavlenija impulsnyh pomeh pri obrabotke signalov i izobrazhenij. //Komputernaja optika. — Publ. 16. — p. 97-102.