МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ АВТОМОДЕЛЬНОГО ТРАФИКА

Росляков А.В. Криштофович А.Ю.

Поволжская государственная академия телекоммуникаций и информатики
443010, Самара, ул. Л. Толстого, 23

Введение

Сегодня можно выделить несколько различных типов телекоммуникационного трафика, таких как трафик локальных сетей Ethernet, глобальных сетей, использующих протоколы FTP и Telnet, видео трафик с переменной скоростью, передаваемый по сетям ATM, трафик протокола WWW и, наконец, трафик общеканальной сигнализации №7 (ОКС №7). Всё это трафик сетей с пакетной коммутацией, и для того чтобы математически описать его, необходимо решить два вопроса – по какому закону распределены поступающие пакеты, и какова взаимосвязь между этими пакетами и есть ли она вообще.

Долгое время основой для моделирования подобных сетей было распределение Пуассона, и, стало быть, считалось, что поступающие пакеты независимы. Такое представление было удовлетворительно, пока объёмы трафика были не очень велики. Однако с ростом нагрузки представления начали меняться. С 1992 года начинают появляться публикации, авторы которых указывают на свойства потоков информации, которые противоречат закону Пуассона.

В 1993 году сотрудники исследовательской лаборатории Белла (Bellcore) У. Лилэнд, М. Такку, У. Уилингер и Д. Уильсон (W. Leland, M. Taqqu, W. Wilinger, D. Wilson) на конференции Sigcomm'93 опубликовали статью, в которой показали, что суммарный трафик Ethernet обладает свойством автомодельности или фрактальности [6], то есть его структура повторяется при изменении масштабов. Аналогичные наблюдений были опубликованы В. Пакстоном и С. Флойдом (V. Paxton S. Floyd) для протоколов глобальных сетей FTP и Telnet на конференции Sigcomm'94. Кроме того, свойство автомодельности было обнаружено в видеотрафике, передаваемом с переменной скоростью через сети ATM и Internet, о чем заявили М. Гаррет и У. Уилингер всё на той же Sigcomm'94. В трафике, создаваемом протоколом WWW свойство автомодельности описывали М. Кровелла и А. Беставрос (M. Crovella, A. Bestavros) в ряде публикаций в 1995 и 1996 годах. Не обошла эта особенность и традиционную телефонию. Вводимая в настоящее время повсеместно общеканальная сигнализация №7 (ОКС№7) для передачи между станциями служебной информации использует именно коммутацию пакетов. Трафик, который создаёт ОКС №7 так же обладает свойством автомодельности, о чём писали Д. Даффи, А. Макинтош, М. Розенштейн и У. Уилингер (D. Duffy, A. McIntosh, M. Rosenstein, W. Willinger) [2].

Поскольку в пакетном трафике различных сетей было обнаружено свойство автомодельности возникла проблема создания моделей, которые бы могли достаточно точно описывать подобный трафик, либо применения уже известных моделей для описания этих процессов, поскольку не все имевшиеся модели соответствовали параметрам трафика.

Свойство автомодельности

Последовательность, обладающая свойством автомодельности это процесс, представляющий подобие структур по большому диапазону изменения масштабов конкретного измерения. Другими словами базовая структура повторяет себя в широком диапазоне масштабов других измерений (геометрических, статистических или временных), и статистические показатели процесса не меняются. Однако такие свойства подходят реальным явлениям не по всей их протяжённости, и в определённый момент такая структура перестаёт правильно описывать процесс.

Автомодельность, следовательно, может быть связана с фракталами, которые являются объектами с неизменным внешним видом при различных масштабах. Понятие фракталов включает, кроме геометрического значения статистику и динамику. Это означает, что существуют фрактальные процессы других измерений, например, геометрических, статистических и динамических.

Процессы, обладающие свойством автомодельности, можно разделить на непрерывные и дискретные. В зависимости от этого их математические характеристики будут определяться следующим образом [3].

Для непрерывных процессов, статистическая автомодельность означает, что для любого вещественного положительного a справедливы следующие выражения:

- Математическое ожидание: $$E[X(t)] = \frac{E[X(at)]}{a^H} \qquad (1)$$
- Дисперсия: $$Var[X(t)] = \frac{Var[X(at)]}{a^{2H}} \qquad (2)$$

- Автокорреляционная функция: $R[t,\tau]=\frac{R[at,a\tau]}{a^{2H}}$ (3)

Так называемый параметр Хурста (H) показывает степень автомодельности, то есть степень последействия. Коэффициент *H* характеризует стохастический процесс следующим образом [1]:

- если 1/2 < H <1, процесс имеет большое последействие,
- если H <= 1/2, то процесс имеет малое последействие или вообще без последействия.

Для описания дискретного автомодельного процесса проведём некоторые математические преобразования.

Рассмотрим временную последовательность $X=\{X_n, n\in Z^+\}$ и определим другую последовательность $X^{(m)}=\{X_n^{(m)}, n\in Z^+\}$ путём усреднения исходного процесса по неперекрывающимся блокам размера m:

$$X_n^{(m)}=\frac{1}{m}\sum_{i=nm-(m-1)}^{nm}X_i \quad (4)$$

$X^{(1)}$ представляет самое высокое разрешение, которое возможно для процесса.

Процесс $X^{(m)}$ представляет менее детализированную копию процесса $X^{(1)}$. В случае, если статистические показатели (например, математическое ожидание и дисперсия) сохраняются при разделении на блоки, то процесс считается автомодельным.

Существует два класса автомодельных процессов: полностью автомодельный и асимптотически автомодельный.

Процесс X называется полностью автомодельным с параметром $\beta(0<\beta<1)$, если для целых положительных m выполняются следующие условия:

- Дисперсия: $Var\left[X^{(m)}\right]=\frac{Var[X]}{m^{\beta}}$ (5)
- Автокорреляция: $R(k,X^{(m)})=R(k,X)$ (6)

Параметр β связан с H соотношением $\beta=2(1-H)$.

Другой класс автомодельных процессов это так называемые асимптотически автомодельные процессы. Процесс X называется асимптотически автомодельным, если для достаточно больших k:

- Дисперсия: $Var\left[X^{(m)}\right]=\frac{Var[X]}{m^{\beta}}$ (7)
- Автокорреляция: $R(k,X^{(m)})\rightarrow R(k,X)$ (8)

при $m\rightarrow\infty$

Особенностью автомодельного процесса является то, что автокорреляционная функция не вырождается при $m\rightarrow\infty$. У стохастического процесса же, напротив, при $m\rightarrow\infty$ автокорреляционная функция вырождается.

Математическое описание автомодельного трафика

Все модели можно разделить на модели с одним источником и модели агрегатного трафика. Для большинства случаев наиболее подходящими являются модели агрегатного трафика, поэтому их мы и будем дальше рассматривать, несмотря на то, что они довольно сложны в реализации.

Дробное Броуновское движение

Дробное броуновское движение было первоначально представлено Мандельбротом и Ван Нессом в 1968 году как обобщение броуновского движения. Броуновский процесс это реальная случайная функция с независимыми бесконечно малыми гауссовскими приращениями, и где ожидаемое значение процесса приращения равно 0, т.е.

$$E\left[B(t+\tau)-B(t)\right]=0 \quad (9)$$

а дисперсия пропорциональна разности времени

$$Var\left[B(t+\tau)-B(t)\right]=\sigma^2|\tau| \quad (10)$$

С другой стороны, дробный броуновский процесс $B_H(t)$ определяется как

$$B_H(t) = \frac{1}{\Gamma(H+\frac{1}{2})} * \int_{-\infty}^{0}\left[(t-\tau)^{H-\frac{1}{2}} - (-\tau)^{H-\frac{1}{2}}\right]dB(\tau) + \int_{0}^{t}(t-\tau)^{H-\frac{1}{2}}dB(\tau) \qquad (11)$$

где функция Γ(x) это гамма-функция

Дробный броуновский процесс это непрерывный автомодельный Гауссовский процесс с нулевым математическим ожиданием, который определён для t ≥ 0 и с параметром 0,5 ≤ H ≤ 1. Все конечномерные частные распределения являются гауссовскими. Значение процесса в момент времени t может быть определено следующим образом:

$$B_H(t) = Xt^H \qquad (12)$$

где X это нормально распределённая случайная переменная, с математическим ожиданием, равным 0 и дисперсией, равной 1. Так же, благодаря автомодельности:

$$B_H(at) = a^H B_H(t)$$

Для ординарного процесса броуновского движения H = 0,5. Основные статистические показатели дробного броуновского процесса следующие:

- математическое ожидание: $E[B_H(t)] = 0$
- дисперсия: $Var[B_H(t)] = Var[Xt^H] = t^{2H}$
- автокорреляция: $R_{BH}(t,\tau) = E[B_H(t)B_H(\tau)] = \frac{1}{2}(t^{2H} + \tau^{2H} - |t-\tau|^{2H})$
- стационарные приращения: $Var[B_H(t) - B_H(\tau)] = |t-\tau|^2$

Модель дробного броуновского шума широко используется в аналитических и моделирующих исследованиях расчёта систем, управляющихся автомодельным трафиком, особенно для моделирования трафика данных на системном уровне.

Дробный гауссовский шум

Стационарный процесс приращений X_H дробного броуновского движения известен как дробный гауссовский шум:

$$X_H = (X_H(t) = B_H(t+1) - B_H(t) : t \ge 0) \qquad (13)$$

Дробный гауссовский шум это процесс с гауссовским распределением, с математическим ожиданием µ и дисперсией σ^2, и где дисперсия среднеквадратических приращений пропорциональна разности времени.

Автокорреляционная функция равна

$$R(t) = \frac{1}{2}(|t+1|^{2H} - |t|^{2H} + |t+1|^{2H}) \qquad (14)$$

В случае, если $t \to \infty$

$$R(t) \approx H(2H-1)|t|^{2h-2}$$

Дробный гауссовский шум полностью автомоделен при 0,5 ≤ H ≤ 1.

Данная модель довольно точно подходит для описания агрегатного IP трафика [4].

Дробный авторегрессионый интегрируемый процесс скользящего среднего

Дробные авторегрессионые интегрируемые модели скользящего среднего были представлены Гранджером и Джоюксом (Granger, Joyeux) в 1980 году. Из за своей простоты и гибкости, эти модели очень популярны в различных областях, особенно в анализе временных рядов.

Дробная авторегрессионая интегрируемая модель скользящего среднего определяется как стохастический процесс $X = (X_k : k = 0,1,2,...)$ представленный как:

$$\Phi(B)\Delta^d X_k = \Theta(B)\varepsilon_k \qquad (15)$$

Здесь $\varepsilon_k : k = 0,1,2,...$ – белый гауссовский шум.

Полиномы $\Phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - ... - \phi_p B^p$ и

$\Theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - ... - \theta_q B^q$ имеют оператор сдвига назад $BX_k = X_{k-1}$. Параметры *p* и *q* являются целыми числами. Оператор Δ определяется как $\Delta = 1 - B$, а оператор Δ^d позволяет параметру d принимать дробные значения в биномиальном ряду и рассчитывается как $\Delta^d = (1-B)^d = \sum_k C(d,k)(-B)^k$. В этом выражении $C(d,k)$ задаётся следующим равенством

$$C(d,k)(-1)^k = \frac{\Gamma(-d+k)}{\Gamma(-d)\Gamma(k+1)} \tag{16}$$

Было доказано, что для $0 < d < 0.5$ процесс будет асимптотически автомодельным с параметром $H = d + 0.5$. Одним из основных достоинств этой модели является то, что она может удовлетворять процессам как с большой так и с малой корреляцией, и, поэтому может использоваться для моделирования потоков, имеющих сложную структуру, например, видеотрафика с переменной скоростью. Основным недостатком является сложность этой модели, но, как правило, используется её упрощенный вариант с параметрами *p* и *q* равными 0.

Заключение

Упомянутые здесь модели довольно удачно подходят для описания некоторых видов пакетного трафика. Однако, несмотря на схожесть трафика различных видов сетей с пакетной коммутацией, имеются и отличия, которые обуславливают применение той или иной модели. Кроме того имеются сети для которых аналогичное моделирование ещё не проводилось. Так, например, проводились исследования распределение пакетов в сети ОКС №7, где были определены свойства данного трафика [2], однако подходящей модели ещё не предложено. Поэтому простого применения писанных моделей недостаточно.Необходимо определить показатели, которые отражают различие потоков информации в этих сетях и попытаться учесть их в этих обобщённых моделях.

Литература

1. G. Babic, B. Vandalore, R. Jain Analysis and modeling of traffic in modern data communication networks. – Ohaio State University, Department of Computer and information Science, 1998
2. Diane E. Duffy, Allen A. McIntosh, Mark Rosenstein, Walter Willinger Analyzing Telecommunications Traffic Data from working Common Channel Signaling subnetworks. – Computing Science and Statistics: Proceedings of the 25th Simposium on the Interface, 1993, pp 156-165.
3. Adrian Popescu Traffic Self-Similarity. – University of Karlskrona/Ronnerby, Department of Telecommunications and Signal Processing
4. Anibal D. Angulo Miranda Alessandro Anzaloni LAN/WAN Traffic Modelling – SCI 2001
5. Chang Xinjie T-Y Tan K.R. Subramanian Source Traffic Modeling In OPNET – Network Technology Research Center, Nanyang Technological University, Singapore
6. Leland W., Taqqu M., Willinger W., and Wilson D., On the Self-Similar nature of Ethernet Traffic (Extended Version), IEEE/ACM Transaction on Networking Vol.2, No. 1, February 1994.