

# АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ЦИКЛИЧЕСКИХ ПРОЦЕДУР ПОИСКА СИГНАЛА СО СЛУЧАЙНО ИЗМЕНЯЮЩЕМСЯ ВО ВРЕМЕНИ ПАРАМЕТРОМ

Зинчук В.М., Смагина М.В., Гриднева Л.В.

ФГУП Воронежский НИИ связи,  
394018, Воронеж, Плехановская 14, тел.(0732) 52-58-22

Широкий класс радиотехнических систем радиолокации [1,2], радионавигации [3], радиосвязи [4-7] и других на первых этапах работы функционируют как поисковые системы обнаружения. На этом этапе необходимо обнаружить факт наличия сигнала и произвести оценку его параметров (частоты несущей, времени прихода (задержки) направления прихода и др.) с точностью до ширины полосы захвата следящими устройствами, осуществляющими точную оценку параметров и слежение за ними в процессе обработки информации.

Наиболее ярко эти проблемы возникают в системах связи с расширением спектра сигналов. [4,5,7].

Рассматривается задача анализа показателей эффективности циклических процедур поиска и обнаружения полезных сигналов  $S(t; \theta)$  на фоне помех в ограниченной области  $\Omega$  априорно неизвестных параметров  $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_n) \in \Omega \subset \mathbf{R}^n, \theta \geq 0$ , применительно к системам радиолокации, радиосвязи, радионавигации и др. [1-4]. Поисковое пространство  $\Omega$  - априорная область неопределенности параметров сигнала, в таких процедурах, как известно, [5,6] разбивается на конечное число  $m \geq 1$  прямоугольных областей (ячеек)  $\Omega_j, j = \overline{1, m}, \Omega = \bigcup_{j=1}^m \Omega_j, \Omega_j \cap \Omega_k = \emptyset$  при  $j \neq k, j, k \in \{1, \dots, m\}$ , которые образуют дискретные пространства поиска  $\Omega^{(m)} = \{\Omega_j\}_{j=1}^m$ . Ячейки  $\Omega_i \in \Omega^{(m)}$

поочередно просматриваются (анализируются) в определенном порядке. На анализ каждой ячейки выделяется ограниченный ресурс времени  $T_A > 0$ . На каждом шаге обзора  $\Omega^{(m)}$  производится анализ ячейки по некоторому, регулярному в смысле Гренандера, алгоритму обнаружения [8]. При этом с вероятностью  $\alpha$  возможно ложное обнаружение (ложная тревога) при анализе  $m-1$  ячеек не содержащих сигнал. При анализе ячейки, содержащей сигнал, с вероятностью  $\beta$  происходит пропуск сигнала, а с вероятностью  $1-\beta$  - правильное обнаружение [9].

Время анализа  $\tau > 0$ , затрачиваемое на одном шаге обзора  $\Omega^{(m)}$  зависит от вида алгоритма обнаружения и в общем случае оно случайно  $\tau_0 \in [T_0, T_A], T_0$  - минимальное время анализа на одном шаге поиска. Поиск прекращается, если при анализе какой-либо ячейки принимается решение о наличии в ячейке сигнала. Если же сигнал не был обнаружен в течение одного цикла обзора  $\Omega^{(m)}$ , то поиск возобновляется на втором цикле и т.д. [9- 13].

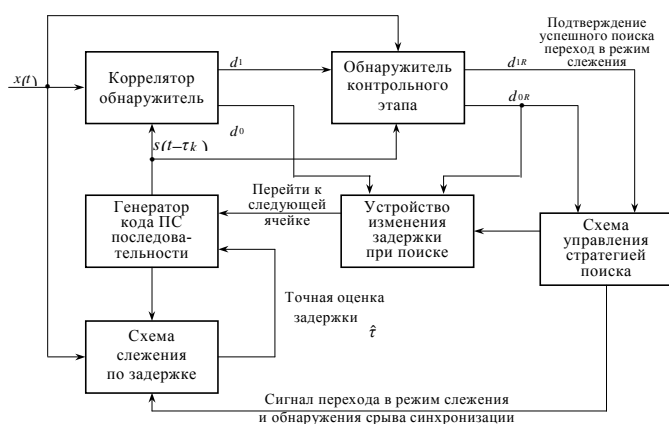


Рис.1.

Устройство поиска, в обобщенном виде показанное на рис. 1, осуществляет при этом поочередный просмотр ячеек путем перестройки коррелятора-обнаружителя, на который подается опорный сигнал, сдвинутый на величину  $\tau_k$ , что соответствует  $k$ -ой просматриваемой ячейке.

Выше была приведена простейшая стратегия так называемого циклического поиска.

Основным элементом любого приемника захвата является устройство принятия решения - обнаружитель. Например, можно классифицировать все обнаружители, как показано на рис.2.

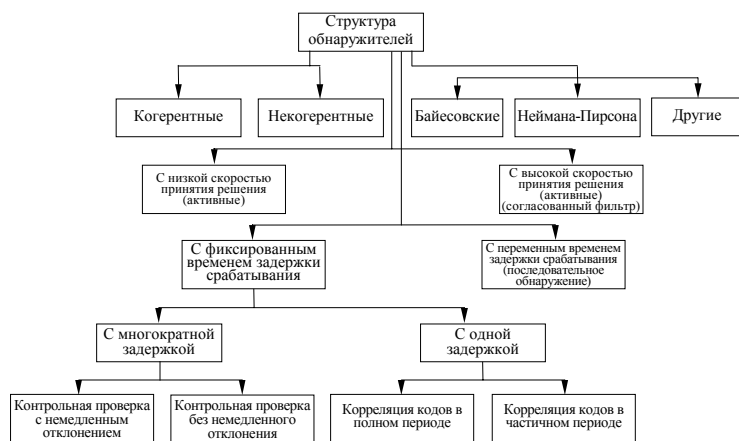


Рис. 2. Структура обнаружителей, используемых для поиска.

Во всех перечисленных работах задачи поиска рассматриваются, когда объект или параметр сигнала, по которому производится поиск остается неизменным с течением времени в пространстве поиска, т.е. не перемещается из ячейки в ячейку. Например, в радиолокации обнаруживаемая цель (летательный аппарат) меняет свое положение в пространстве [14, 15].

Поэтому анализ процедур поиска, когда искомый объект перемещается, изменяя свое положение с течением времени является актуальным для технических приложений.

Некоторые аспекты задач обнаружения и поиска движущихся объектов рассмотрены в книгах [16 – 18].

Исследована задача анализа эффективности циклических процедур поиска, когда параметр искомого сигнала изменяется во времени как марковский процесс или дискретная марковская последовательность с рядом существенных ограничений [19, 20].

### 1. Вывод общих соотношений

В общем случае [8,21,22] статистические характеристики дискретного марковского процесса  $\theta(k) \in \Omega^{(m)}$  задаются вектором вероятностей начальных состояний

$$\bar{P}(1) \triangleq (P_1(1), P_2(1), \dots, P_m(1))^T \quad (1.1)$$

и совокупностью матриц переходных вероятностей процесса  $\theta$  от  $k$ -го шага к  $k+1$ -му

$$\pi(k, k+1) \triangleq [\pi_{i,j}(k, k+1)], \quad 1 \leq i, k \in [1, \infty] \quad (1.2)$$

где  $( )^T$  – обозначает транспонирование,

$$P_v(1) \triangleq P\{\theta(1) = \theta_v\}, \quad v = \overline{1, m}, \quad \sum_{v=1}^m P_v(1) = 1 \quad (1.3)$$

$$\pi_{i,j}(k, k+1) \triangleq P\{\theta(k+1) = \theta_j | \theta(k) = \theta_i\}, \quad \sum_{j=1}^m \pi_{i,j}(k, k+1) = 1.$$

$$\begin{aligned} \pi(k, k+1) &\equiv \pi(Nm+k, Nm+k+1), \quad k = \overline{1, m-1}, \quad N = \overline{1, \infty} \\ \pi_{k+1,k}(k, k+1) &\equiv 0 \quad \pi_{k,k+1}(k, k+1) \equiv 0 \quad \delta_{i,j}(k, k+1) \equiv 0 \end{aligned} \quad (1.4)$$

при  $|i-j| \geq 2, 1 \leq i, k = \overline{1, m-1}$ .

Эффективность поиска при гипотезе  $H_1$  – о наличии сигнала, будем характеризовать вероятностями  $P_{Об}$  – правильных и  $P_E$  – ошибочных решений о значении параметра сигнала и средним временем поиска  $\bar{t}_{П1}$ ; при гипотезе  $H_0$  – об отсутствии сигнала – вероятностью  $P_{ЛТ}^{(N)}$  – ложного обнаружения (ложных тревог) за  $N$  циклов обзора и средним временем  $\bar{t}_{П0}$  до окончания поиска ложным обнаружением [8]. Можно показать, что:

$$P_{Об} = (1-\beta) \sum_{k=1}^m (1-\alpha)^{k-1} \left\{ D_k^T [I - \gamma D^T]^{-1} \bar{P}(1) \right\}_k \quad (1.5)$$

$$P_E = 1 - P_{Об} \quad (1.6)$$

$$\gamma \triangleq \beta(1-\alpha)^{m-1} \quad (1.7)$$

$$D_k \triangleq \prod_{r=0}^{k-1} \pi(r, r+1), \quad k = \overline{1, m}; \quad D_1 \triangleq \bar{E} \quad (1.8)$$

$$P_j(n) \triangleq \left\{ \left( D^{n-1} \right)^T \cdot \vec{P}(1) \right\}_j, \quad 1 \leq j \leq m \quad (1.9)$$

$$P_{\text{ПТ}}^{(N)} = 1 - (1 - \alpha)^{mN} \quad (1.10)$$

$$\bar{t}_{\text{ПТ}} = \sum_{n=1}^{\infty} P\{N \geq n\} \bar{t}_{\text{ПТ}}(n) = T_A \cdot \bar{R}_{\text{ПТ}} \quad (1.11)$$

$$\bar{R}_{\text{ПТ}} = \frac{1}{\alpha} - \frac{1 - \alpha - \beta}{\alpha} \sum_{n=1}^m (1 - \alpha)^{k-1} \left\{ D_k^T [I - \gamma D^T]^{-1} \vec{P}(1) \right\}_k \quad (1.12)$$

Легко видеть, что

$$\bar{t}_{\text{ПТ}} = \frac{T_A}{\alpha} \left[ 1 - \frac{1 - \alpha - \beta}{1 - \beta} P_{\text{Об}} \right], \quad P_{\text{Об}} = \frac{1 - \beta}{1 - \alpha - \beta} \left[ 1 - \alpha \cdot \frac{\bar{t}_{\text{ПТ}}}{T_A} \right],$$

Можно показать, что

$$\bar{t}_{\text{ПТ}} = \frac{T_A}{\alpha} \quad (1.13)$$

$$\bar{R}_{\text{ПТ}} \leq \bar{R}_{\text{ПТ}} \quad \text{или} \quad \bar{t}_{\text{ПТ}} \leq \bar{t}_{\text{ПТ}} \quad (1.14)$$

Можно показать, что (1.14) справедливо при условии (1.15)

$$1 - \beta \geq \alpha \quad (1.15)$$

Рассмотрим разные модели изменения параметров сигнала.

1. Параметры сигнала не изменяются в процессе поиска, тогда подставляя в (1.5), (1.12),

$\pi(r, r+1) \equiv \hat{E}$  (1.4) для всех  $r = \overline{1, m}$  получим.

$$P_{\text{Об}} = \frac{1 - \beta}{1 - \beta(1 - \alpha)^{m-1}} \sum_{k=1}^m P_k (1 - \alpha)^{k-1} \quad (1.16)$$

$$\bar{R}_{\text{ПТ}} = \frac{1}{\alpha} \left[ 1 - \frac{1 - \beta - \alpha}{1 - \beta} P_{\text{Об}} \right] \quad (1.17)$$

2. Пусть процесс  $\theta(k), k \in [1, \infty)$  не изменяется в течение одного цикла обзора, но изменяется как марковская последовательность от цикла к циклу. Тогда  $\pi(k, k+1) \equiv I$  для  $k = \overline{1, m-1}$ ,  $D_k = \hat{E}, k = \overline{1, m}; D = D_m \pi(m, m+1)$ . Допустим, что процесс однородный. Подставляя  $D_k = \hat{E}, D = G$  в (1.5), (1.12), получим

$$P_{\text{Об}} = (1 - \beta) \sum_{k=1}^m (1 - \alpha)^{k-1} \left\{ [ \hat{E} - \gamma G ]^{-1} \vec{P}(1) \right\} \quad (1.18)$$

$$\bar{R}_{\text{ПТ}} = \frac{1}{\alpha} \left[ 1 - \frac{1 - \alpha - \beta}{1 - \beta} P_{\text{Об}} \right] \quad (1.19)$$

3. Случайный процесс флуктуирует независимо от цикла к циклу. Это означает [23], что  $G_{ij} \equiv P_j(1), i, j = \overline{1, m}$ . Тогда  $G^T \vec{P}(1) \equiv \vec{P}(1)$  и из (1.18), (1.19) получим, что выражения для  $P_{\text{Об}}$  и  $\bar{R}_{\text{ПТ}}$  совпадают с (1.16), (1.17). Таким образом, эффективность циклического поиска оказывается одинаковой как в случае неизменяющегося параметра сигнала, так и при независимых флуктуациях от цикла к циклу.

4. Процесс независимо флуктуирует от шага к шагу поиска. Это означает [8], что  $\pi_{ij}(k, k+1) \equiv P_j(1), 1 \leq i, j \leq m$ . Получить в этом случае выражения для  $P_{\text{Об}}$  и  $\bar{R}_{\text{ПТ}}$  непосредственно из (1.5), (1.12) нельзя, поскольку ограничения (1.4), при которых справедливы (1.5), (1.12), теперь не выполняются. После ряда преобразований получим для  $P_{\text{Об}}$  следующее выражение:

$$P_{\text{Об}} = \frac{(1 - \beta) \sum_{k=1}^m P_k \prod_{v=1}^{k-1} [1 - \alpha - (1 - \alpha - \beta) P_v]}{1 - \prod_{k=1}^m [1 - \alpha - (1 - \alpha - \beta) P_k]} \quad (1.20)$$

$$\bar{R}_{\text{ПТ}} = m \prod_{k=1}^m [1 - \alpha - (1 - \alpha - \beta) P_k] + \sum_{k=1}^m k [\alpha + (1 - \alpha - \beta) P_k] \prod_{i=1}^{k-1} [1 - \alpha - (1 - \alpha - \beta) P_i] \quad (1.21)$$

Можно показать, что дисперсия имеет вид (1.22) или (1.23):

$$D_{\Pi}(\alpha, \beta) = \frac{1-\alpha}{\alpha^2} + \frac{1-\alpha-\beta}{\alpha(1-\beta)} \cdot \left[ 1 - \frac{2mP_{\text{ПРЦ}}}{1-P_{\text{ПРЦ}}} - \frac{1-\alpha-\beta}{\alpha(1-\beta)} P_{\text{Об}}(\alpha, \beta) \right] \cdot P_{\text{Об}}(\alpha, \beta) - 2 \frac{1-\alpha-\beta}{\alpha(1-P_{\text{ПРЦ}})} \cdot \sum_{i=1}^m iP_i(1-\alpha)^{i-1} \quad (1.22)$$

$$D_{\text{П2}}(\alpha, \beta) = \frac{2-\alpha}{\alpha} \bar{R}_{\text{П1}} - \bar{R}_{\text{П1}}^2 - \frac{2mP_{\text{ПРЦ}}}{1-P_{\text{ПРЦ}}} \cdot \left[ \frac{1}{\alpha} - \bar{R}_{\text{П1}} \right] - 2 \frac{1-\alpha-\beta}{\alpha(1-P_{\text{ПРЦ}})} \cdot \sum_{i=1}^m iP_i(1-\alpha) \quad (1.23)$$

где  $\bar{R}_{\text{П1}}$  – нормированное среднее время поиска.

## 2. Результаты численных расчетов для конкретных моделей каналов, сигналов и помех.

Выше на рис. 1 была приведена обобщенная схема поиска. В зависимости от конкретных моделей сигнала и помех возможны алгоритмы обнаружения, показанные на рис. 2. Приведем наиболее часто встречающуюся в зарубежной литературе модель иллюстрирующую схему поиска, рис. 5 [24]. Алгоритм функционирования схемы ясен из обозначений, указанных на блоках. Естественно, все приведенные схемы имели иллюстративный характер, отражающий лишь основные функциональные моменты системы поиска. Пример реального устройства поиска, взятого из авторского свидетельства (а.с. 915242 [25]), показан на рис. 6, где на блоках схемы обозначено: 1 - смеситель; 2 - широкополосный усилитель; 3 - демодулятор; 4 - узкополосный усилитель; 5 - детектор с фильтром нижних частот; 6 - управляемый гетеродин; 7 - дискриминатор; 8 - корректирующий усилитель; 9 - тактовый генератор; 10 - вентиль; 11 - схема «ИЛИ»; 12 - линия задержки; 13 - вентиль; 14 - генератор псевдослучайной последовательности (ГПСП); 15 - вентиль; 16 - схема «ИЛИ»; 17 - корреляторы; 18 - пороговый элемент; 19 - дополнительный пороговый элемент; 20 - формирователь временных интервалов; 21 - ключ; 22 - узел сканирования. 23 - схема выбора номера максимума; 24 - n-канальный сумматор; 25 – n - каналные нелинейные ключи с экспоненциальной передаточной характеристикой; 26 - трехходовые схемы «ИЛИ» (всего n штук).

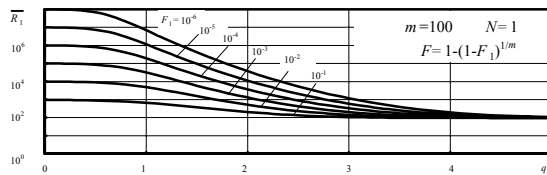


Рис. 3.1

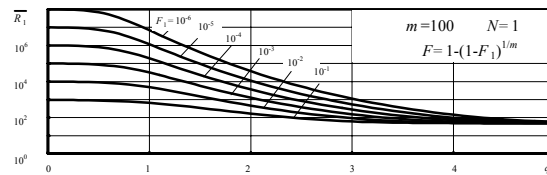


Рис. 3.2

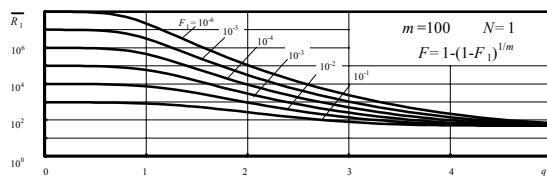
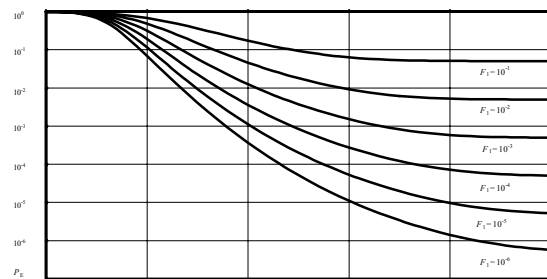
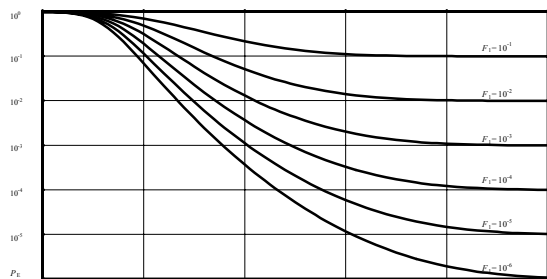


Рис. 4.1

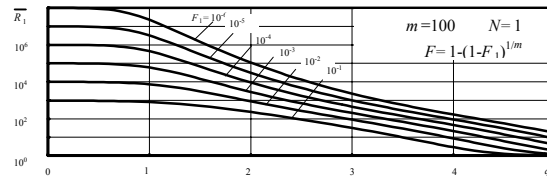


Рис. 4.2

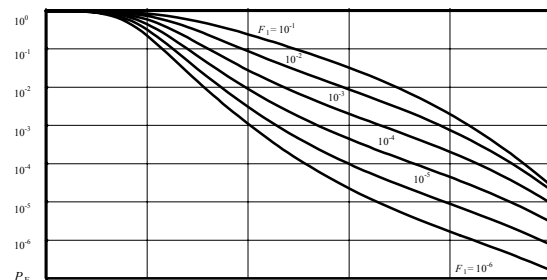
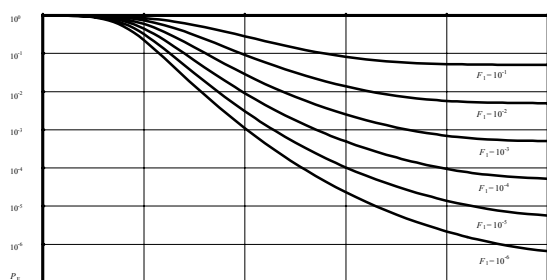


Рис. 3.1-3.2 – когерентное обнаружение

Рис. 4.1-4.2 – некогерентное обнаружение

Рис. 3.1.  $P_1=P_2=\dots P_{m-1}=0, P_m=1;$

Рис. 4.1.  $P_1=P_2=\dots P_m=1/m;$

Рис. 3.2.  $P_1=P_2=\dots P_m=1/m;$

Рис. 4.2.  $P_1=1, P_2=P_3=\dots P_m=0;$

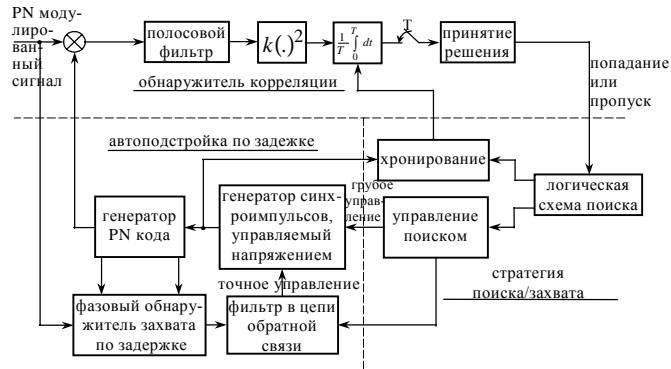


Рис. 5. Функциональная схема синхронизатора по PN коду.

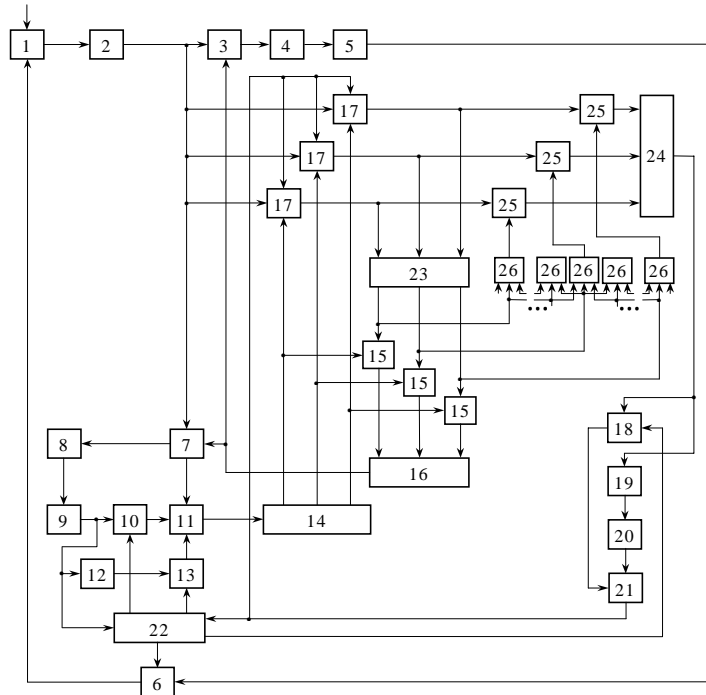


Рис. 6. Устройство поиска.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вопросы статистической теории радиолокации. Т. 1. / Под ред. Г. П. Тартаковского. - М.: Сов. радио, 1963. - 424 с.
2. Теоретические основы радиолокации. / Под ред. В.Е. Дулевича. – М.: Сов. радио, 1978. – 608 с.
3. Поиск, обнаружение и измерение параметров сигналов в радионавигационных системах. / Под ред. Ю. М. Казаринова. - М.: Сов. радио, 1975. - 296 с.
4. Алексеев А.И., Шереметьев А.Г., Тузов Г.И. и др. Теория и применение псевдослучайных сигналов. - М.: Наука, 1969.
5. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами.-М.: Радио и связь, 1985.
6. Holmes J. K. Coherent Spread Spectrum Systems. - N.Y.: John Wiley and Sons, Inc., 1982 - 624 p.
7. Simon M.K., Omura J.K., Scholtz R.A., Levitt B.K. Spread Spectrum Communications. Vol. 1. – Rockville, Maryland: Computer Science Press, Inc., 1985. – XVII+402p. Vol. 2. – 358p. Vol. 3. – XIX+423p.
8. Зинчук В. М. Показатели эффективности циклических процедур поиска с параллельно-поочередными алгоритмами обзора и случайным временем анализа на каждом шаге. - Техника средств связи. Серия: Техника радиосвязи, 1979, Вып. 4 (21), с. 15 - 23.
9. Хеллман О. Введение в теорию оптимального поиска: Пер. с англ. - М.: Наука, 1985. - 248 с.
10. Pollock S. M. Search Detection and Subsequent Action: Some Problems on the Interfaces. - Operation Research, 1971, v. 19, № 3, pp. 359 - 386.
11. Enslow P. H. A Bibliography of Search Theory and Reconnaissance Theory Literature. - Naval Research Logistics Quarterly, 1966, v. 13, № 2, pp. 177 - 203.
12. Dobbie J.M. A survey search theory // Operation Research.-1968.-v.16, № 3, pp. 457 - 708.
13. Альсведе Р., Вегенер И. Задачи поиска: Пер. с нем. - М.: Мир, 1982. - 368 с.
14. Большаков И. А. Статистические проблемы выделения потока сигналов из шума. -М.: Сов. радио, 1969.
15. Репин В. Г., Тартаковский Г.П. Статистический анализ при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. - М.: Сов. радио, 1977.
16. Бакут Л.А., Жулина Ю.В., Иванчук Н.А. Обнаружение движущихся объектов. - М.: Сов. радио, 1980.-288 с.
17. Тонконогов Ю.М. Поиск движущегося сигнала в многоканальной системе. /Под ред. Терпугова А.Ф. – Томск.: издательство Томского университета, 1989.-196 с.
18. Ким Д.П. Методы поиска и преследования подвижных объектов. – М.: Сов. радио, 1989. –336 с.
19. Зинчук В.М., Черная Н.С., Журавлев В.И. Оценка эффективности циклических процедур поиска при изменяющихся во времени параметрах сигнала. – Серия: Техника радиосвязи, 1981, выпуск 7, с. 39–53.
20. Борисов В.И., Зинчук В.М., Лимарев А.Е., Мухин Н.Н., Шестопалов В.И. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов методом псевдослучайной перестройки рабочей частоты. - М.: Радио и связь, 2000.– 384 с.: ил. ISBN – 5-256-01392-0.
21. Moore E. H. A Semi-Markov Processes Model for Secondary Acquisition Systems. - IEEE Trans. Aerosp. Electr. Systems, 1969, v. AES-5, № 1, pp. 33 - 38.
22. Кемени Дж., Снелл Дж. Конечные цепи Маркова. Пер. с англ – М.: Наука, 1970, – 272 с.
23. Карлин С. Основы теории случайных процессов. – М.: Мир, 1971.
24. Hopkins P.M. A unified analysis of pseudonoise synchronization by envelope correlation. – IEEE Trans. Commun., 1977, vol. COM-25, №8, August, pp.770-778.
25. Авторское свидетельство 915242 СССР. Устройство поиска шумоподобных сигналов/ Зинчук В.М., Щукин Н.И., Борисов В.И. – Приоритет от 18.06.80. Опубликовано 1982. Бюллетень № 11.