

Ярославский государственный университет  
150000, г. Ярославль, ул. Советская, 14, (0852)79–7756, kazakov@univ.uniyar.ac.ru

В работе изучаются статистические характеристики дискретных СФС второго порядка при наличии на входе сложного воздействия в виде полезного ФМ–сигнала, белого гауссового шума и гармонической помехи с произвольными параметрами. В основу исследований положено вычисление двумерной плотности распределения вероятности (ПРВ) фазовой ошибки с использованием уравнения Колмогорова–Чепмена, учитывающего нелинейность характеристики детектора. В докладе предлагается подход для оценки выходного отношения сигнал/шум (ОСШ) для случая сложного входного воздействия. С помощью данной методики для случая наличия гармонической помехи строятся зависимости выходного ОСШ от входного ОСШ, а также зависимости выходного ОСШ от частотной расстройки помехи.

Большой интерес вызывает поведение цифровых систем фазовой синхронизации (СФС) в условиях сложных воздействий. Анализ реакции на действие помех достаточно важен для практики, т.к. во многом именно помеховая обстановка определяет точностные характеристики системы. Ситуация усложняется, если на вход системы кроме шумового воздействия поступает и помеха в виде детерминированного сигнала с неизвестными параметрами. Учет комбинированного воздействия позволяет ответить на вопрос об эффективности функционирования СФС в условиях сосредоточенной по частоте помехи, что в настоящее время становится крайне актуальным из-за с непрерывно увеличивающегося числа одновременно работающих радиосредств. Примером могут служить помехи по основному каналу приема, характерные для систем подвижной связи, повторно использующих одни и те же частоты при формировании сотового частотного режима [1]. Работ, посвященных исследованию цифровых СФС в условиях комбинированных воздействий, в настоящее время не так много. Можно отметить серию публикаций авторов доклада, посвященных исследованию дискретных СФС, функционирующих при наличии на входе шума, гармонического колебания и гармонической помехи [2, 3]. В данной работе исследуются статистические характеристики дискретной СФС второго порядка с цифровым ПИФ в цепи управления при наличии на входе комбинированного воздействия в виде полезного ФМ–колебания, белого гауссового шума и гармонической помехи с произвольными параметрами.

Входное воздействие, рассматриваемое в данной работе, можно записать как

$$s_{вх}(k) = \sin(\bar{\omega}_c k + \beta_m \sin \bar{\omega}_m k) + A_1 \sin(\bar{\omega}_c k + \beta_1 k) + n(k), \quad (1)$$

где  $\bar{\omega}_c$ ,  $\beta_m$ ,  $\bar{\omega}_m$  – нормированная частота несущей, индекс и частота модуляции полезного сигнала,  $A_1$ ,  $\beta_1$  – амплитуда гармонической помехи и ее частотная расстройка относительно частоты несущей полезного колебания,  $n(k)$  – шумовые отсчеты. Для оценки отношения сигнал/шум (ОСШ) на выходе системы, работающей в условиях сложного входного воздействия, используется выражение [5]

$$\left(\frac{P_c}{P_{ш}}\right)_{вых} = 1 / \delta_e^2, \quad (2)$$

где  $\delta_e^2$  – приведенное к средней мощности информационного параметра сигнала дисперсия фазовой ошибки  $\sigma_e^2$ . С учетом (1) выражение (2) легко привести к виду

$$\left(\frac{P_c}{P_{ш}}\right)_{вых} = \beta_m^2 / 2\sigma_e^2. \quad (3)$$

Важно отметить, что (3) учитывает флуктуационную составляющую фазовой ошибки, обусловленную наличием на входе шума, динамическую погрешность работы СФС, возникающую по причине инерционности системы, и помеховую составляющую, возникающую при наличии на входе гармонической помехи.

Стохастическое разностное уравнение исследуемой СФС для случая ФМ–колебания единичной амплитуды с нулевой частотной расстройкой несущей и гармонической помехи на входе представимо в виде [4]

$$x_{k+2} = (1+d)x_{k+1} - dx_k + \beta_m [\sin(k+2)\bar{\omega}_m - (1+d)\sin(k+1)\bar{\omega}_m + d \sin k\bar{\omega}_m] - K\gamma \sin x_{k+1} + Kd \sin x_k - K\gamma n_{k+1} + Kd n_k - K\gamma A_1 \sin(x_{k+1} + (k+1)\beta_1 - \beta_m \sin(k+1)\bar{\omega}_m) + Kd A_1 \sin(x_k + k\beta_1 - \beta_m \sin k\bar{\omega}_m), \quad (4)$$

где  $x_k$  – отчеты фазовой ошибки,  $K$  – параметр системы,  $\gamma$  и  $d$  – параметры фильтра.

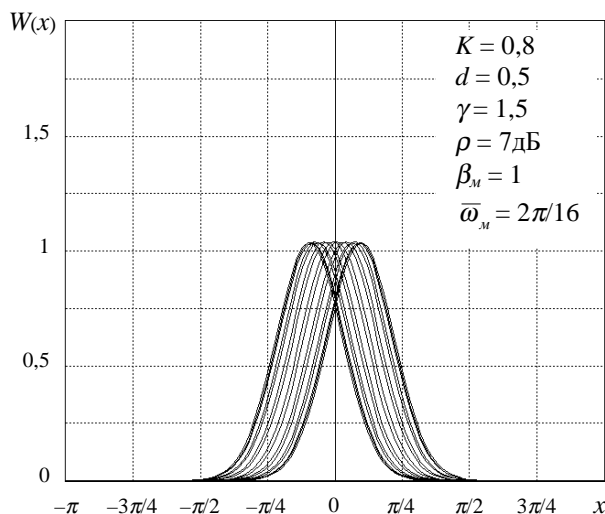


Рис. 1. Нестационарная ПРВ фазовой ошибки при действии на входе ФМ-сигнала

Для вычисления дисперсии фазовой ошибки  $\sigma_e^2$  в (3) можно использовать различные подходы, включая численное решение (4). В данной работе  $\sigma_e^2$  вычисляется путем расчета ПРВ фазовой ошибки с помощью уравнения Колмогорова–Чепмена. Для этого от (4) выполняется переход к системе уравнений, описывающей марковскую последовательность. Для примера на рис. 1 показаны установившиеся одномерные нестационарные ПРВ фазовой ошибки на интервале  $(-\pi, \pi)$  при наличии на входе шума и ФМ-колебания. Можно видеть, что для представленного случая ПРВ в отдельные моменты времени отличаются друг от друга в основном средними значениями, а дисперсия остается одинаковой. Хотя можно отметить, что в ряде случаев, не типичных для практики, в частности, когда частота модуляции превышает полосу пропускания системы, могут иметь место значительные изменения среднего значения и дисперсии фазовой ошибки на каждом шаге.

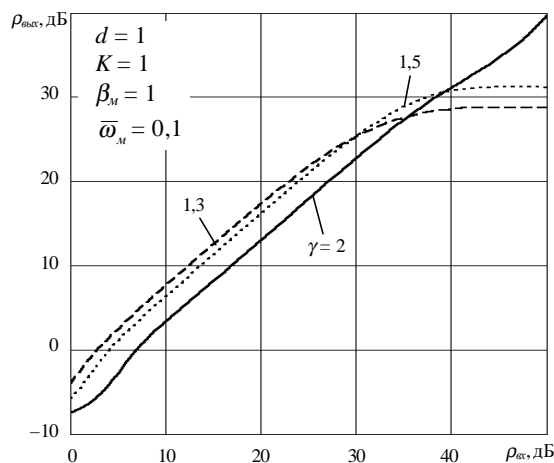


Рис. 2. Пороговые кривые для случая ФМ-сигнала

На рис. 2 показаны пороговые кривые, полученные с использованием (3), для различных параметров системы при действии ФМ-колебания без гармонической помехи. Можно указать на следующие особенности полученных кривых. Рост выходного ОСШ  $\rho_{вых}$  с ростом входного  $\rho_{вх}$  носит ограниченный характер. Данный факт объясняется наличием динамической составляющей ошибки слежения, которая начинает преобладать над шумовой составляющей при больших  $\rho_{вх}$ . Динамическая составляющая ошибки уменьшается при увеличении коэффициента  $K$ , а также при увеличении параметра  $\gamma$ . Динамическая погрешность резко уменьшается и при уменьшении частоты модуляции. На качественном уровне данные утверждения можно объяснить в рамках линейной модели, анализируя амплитудно–частотные характеристики системы.

Согласно рис. 2 для  $\rho_{вх}$ , меньших некоторого значения (для использованных параметров около 30 дБ), выходное ОСШ выше для малых  $K$  и  $\gamma$ , хотя влияние этих параметров на динамическую ошибку противоположное. Такое поведение объясняется превышением шумовой составляющей над динамической. Данный факт можно объяснить в рамках линейной модели через понятие шумовой полосы.

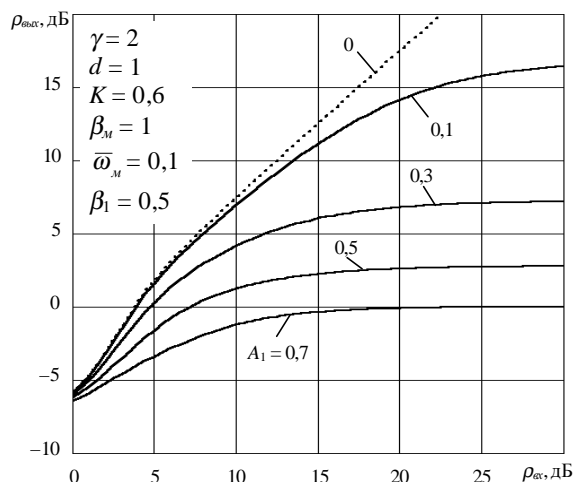


Рис. 3. Пороговые кривые при изменении интенсивности гармонической помехи

Приведенные кривые подтверждают существование порогового эффекта. При  $\rho_{вх}$ , меньших некоторого значения (около 7 дБ при  $\gamma=2$ ), наблюдается резкое ухудшение выходного ОСШ. Пороговый эффект выражен сильнее в случае малых частот модуляции, а значит, и малых значений динамических ошибок. Для случая, когда в системе имеют место значительные динамические ошибки, пороговый эффект несколько сглаживается. При этом участок кривой при значениях  $\rho_{вх}$  выше порога, на котором выходное ОСШ растет линейно с ростом входного ОСШ, меньше по протяженности.

Можно показать, что увеличение индекса модуляции приводит к пропорциональному увеличению выходного ОСШ. Но в то же время увеличение девиации (определяемую как произведение индекса модуляции на частоту модуляции) приводит к более существенному влиянию динамической ошибки слежения на выходное ОСШ, что вполне объяснимо с точки зрения частотных свойств свойств системы.

На рис. 3 показаны пороговые кривые для случая наличия на входе ФМ-колебания и гармонической помехи при различных интенсивностях помехи. Видно, что увеличение мощности гармонической помехи приводит к ухудшению выходного ОСШ. Особенно заметно ухудшение выходного ОСШ при больших входных ОСШ, что вполне объяснимо увеличением помеховой составляющей ошибки слежения. При этом более интенсивная помеха приводит к тому, что помеховая составляющая фазовой ошибки начинает весомо проявлять себя при меньших входных ОСШ.

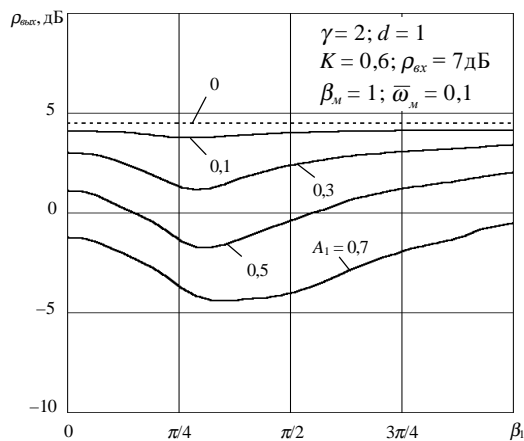


Рис. 4. Зависимости выходного отношения сигнал/шум от частотной расстройки помехи

На рис. 4 приведены зависимости выходного ОСШ от частотной расстройки помехи. Влияние помехи ослабевает по мере удаления ее от полосы пропускания системы, что связано с фильтрующими свойствами системы. С приближением помехи к полосе пропускания ( $\beta_1 \approx 2,2$ ) наблюдается значительное снижение выходного ОСШ. Для частотных расстроек помехи, значительно меньших полосы пропускания системы ( $\beta_1 < 1$ ), наблюдается увеличение выходного ОСШ с уменьшением частотной расстройки. Данный факт можно объяснить уменьшением амплитуды колебаний мгновенной частоты входного сигнала.

При больших частотах модуляции полезного сигнала уменьшение влияния помехи с удалением от полосы пропускания не так выражено, как в случае малых частот модуляции.

### Литература

1. Феер К. Беспроводная цифровая связь. Пер. с англ. под ред. В.И. Журавлева.– М.: Радио и связь. – 2000. – 520 с.
2. Башмаков М.В., Казаков Л.Н. Статистические характеристики дискретной СФС 2-го порядка при наличии на входе гармонической помехи // Электросвязь. № 6. 2001.– С. 25–28.
3. Башмаков М.В., Казаков Л.Н. Статистические свойства дискретной СФС при наличии прицельной по частоте помехи // Труды LVI научной сессии, посвященной Дню радио, 16–17 мая 2001 г.– Москва, 2001
4. Башмаков М.В. Расчет плотности вероятности фазовой ошибки цифровой СФС в условиях детерминированных воздействий // Радиофизика и электроника на пороге 21 века: Сб. науч. тр. молод. учен., асп. и студ. шк.–семинара июль 2001 г. – Ярославль, 2001.– С. 28–40.
5. Аналоговые и цифровые–синхронно–фазовые измерители и демодуляторы / А.Ф.Фомин, А.И.Хорошавин, О.И.Шелухин; под. ред. А.Ф.Фомина. – М.: Радио и связь, 1987. – 248 с.



**COHERENT PROCESSING OF PM-SIGNALS IN THE PRESENCE OF WHITE NOISE AND HARMONIC INTERFERENCE**

Bashmakov M., Kazakov L.

Yaroslavl State University

In this paper the statistical properties of second order discrete PLL are investigated. The paper peculiarity is input signal, which is an additive combination of informational phase-modulated (PM) oscillation, white gaussian noise and harmonic interference represented by sine wave:

$$s(k) = \sin(\bar{\omega}_c k + \beta_m \sin \bar{\omega}_m k) + A_1 \sin(\bar{\omega}_c k + \beta_1 k) + n(k), \quad (1)$$

where  $\bar{\omega}_c$ ,  $\beta_m$ ,  $\bar{\omega}_m$  are digital frequency of carrier, modulation index and modulation frequency for informational oscillation,  $A_1$ ,  $\beta_1$  are amplitude and frequency offset of sine interference,  $n(k)$  – white gaussian noise samples. To estimate the output signal-to-noise ratio (SNR) for PLL operating under complex input signal it is used the following expression:

$$(P/P_n)_{out} = \beta_m^2 / 2\sigma_e^2, \quad (2)$$

where  $\sigma_e^2$  is phase error variance. In this paper the  $\sigma_e^2$  is calculated using probability density distribution (PDD) of phase error. The PDD is obtained by means of the Kolmogorov–Chapman equation.

The expression (2) takes into consideration the following components of phase error. They are fluctuation component generated by input noise, dynamic inaccuracy of PLL operation caused by system lag, interference component arising due to input harmonic interference. Using (2) the threshold curves are obtained for input PM-oscillation and no sine influence. The following regularities are discovered. Output SNR increasing is limited by dynamical component of tracking error, which begin to dominate over fluctuation component for low input noise. Dynamical component is decreased with PLL gain increasing and also with modulation frequency decreasing. Such behavior is qualitatively explained by amplitude-frequency responses of linearized model.

It is shown when input SNR is less some value the output SNR is higher for low PLL gains. This effect appears when fluctuation component of phase error higher dynamical one. So output SNR is determined by output noise, which can be estimated by means of noise band in the linear approximation. Increasing of modulation index results in proportional output SNR increasing. At the same time it leads to more noticeable dynamical tracking error. Also it is demonstrated the greater modulation frequency the greater dynamical error, that perfectly explained by frequency properties of PLL.

The threshold curves are depicted for different interference amplitudes when PM-oscillation and sine interference at the input. Increasing of sine interference intensity leads to output SNR degradation. In addition the larger interference results in considerable manifestation of interference component of phase error at less input SNR.

It is obtained the dependencies of output SNR upon interference frequency offset. It is shown the interference influence becomes weaker with interference moving far away of system pass band. This behavior is explained by filtering properties of PLL. With interference approaching to pass band it is observed significant lowering in output SNR. For influence frequency offset much less the PLL pass band it is observed output SNR growing with influence frequency offset decreasing. When modulation frequency large enough the interference influence dumping with interference moving away of PLL pass band is expressed in lesser degree.