ВЫДЕЛЕНИЕ КОНТРОЛЬНЫХ ТОЧЕК НА ОСНОВЕ МЕРЫ ИНФОРМАТИВНОСТИ КОНТУРА

Лепский А.Е., Броневич А.Г., Бачило С.А.

Таганрогский государственный радиотехнический университет
E-mail lampai@tsure.ru

Реферат. Полигональное представление контура является во многих случаях наиболее эффективным и удобным представлением в задачах анализа и распознавания объектов сложной геометрической формы. При этом вершины такого полигонального представления называют контрольными точками, и возникает задача выбора положения контрольных точек из некоторого заданного множества возможных. Авторы статьи для этого вводят понятие нечеткой меры информативности контура и на основе этого рассматриваются различные алгоритмы выделения контрольных точек.

1. Введение. При цифровой обработке зашумленных изображений объектов возникают задачи их оптимального описания и последующего распознавания. Для этого согласно идеологии теории распознавания образов необходимо выбрать систему признаков, которая была бы инвариантна относительно некоторого множества преобразований образов.

В качестве такого векторного описания образов часто выбирают полигональное представление контура с вершинами в контрольных точках. Чаще всего в качестве контрольных точек выбираются характерные точки кривых, составляющих изображение: точки, где наблюдаются максимумы кривизны, точки перегиба и пр. Однако зашумленность изображений не позволяет получить достаточно точные статистические оценки указанных дифференциальных характеристик кривой.

Эти соображения приводят к теоретическим построениям иного плана, в которых вводятся оценки информативности контура, рассматривается погрешность аппроксимации контура полигональным представлением и пр.

2. Полигональное представление контура и его информативность

Будем рассматривать замкнутые несамопересекающиеся контуры, заданные последовательностью точек $X=\{\mathbf{x}_1,\dots,\mathbf{x}_N\}$ на плоскости. При этом считаем, что $\mathbf{x}_0=\mathbf{x}_N$ и предполагаем, что соседние точки $\mathbf{x}_i,\mathbf{x}_{i+1}$, $i=1,\dots,N-1$, а также конечные точки $\mathbf{x}_1$ и $\mathbf{x}_N$ связаны между собой отрезком прямой линии. Такое представление контура называется полигональным. Поскольку первичные контуры могут содержать достаточно большое число точек, возникает задача выбора полигонального представления, содержащего меньшее количество контрольных точек и в то же время достаточно точного с точки зрения аппроксимации исходного контура (такие представления будем называть минимальными информативными). Для этого введем меру информативности контура X, заданного множеством точек $X=\{\mathbf{x}_1,\dots,\mathbf{x}_N\}$. Эта мера будет показывать степень информативности произвольного упорядоченного подмножества $B=\{\mathbf{x}_{i_1},\mathbf{x}_{i_2},\dots,\mathbf{x}_{i_k}\}$, $1\le i_1<i_1<\dots<i_N\le N$ множества X, по отношению к исходному контуру. Будем считать, что мера информативности μ удовлетворяет следующим аксиомам:

1) $\mu(\varnothing)=0$, $\mu(X)=1$ (нормированность);
2) если $A\subseteq B$, то $\mu(A)\le\mu(B)$ (монотонность);
3) пусть $B=\{\mathbf{x}_{i_1},\dots,\mathbf{x}_{i_{n-1}},\mathbf{x}_{i_n},\mathbf{x}_{i_{n+1}},\dots,\mathbf{x}_{i_k}\}$ и точки $\mathbf{x}_{i_{n-1}},\mathbf{x}_{i_n},\mathbf{x}_{i_{n+1}}$ лежат на одной прямой, тогда $\mu(B)=\mu\left(B\setminus\{\mathbf{x}_{i_n}\}\right)$.
4) значение меры информативности инвариантно относительно группы аффинных преобразований на плоскости таких, как масштабирование, параллельный перенос и вращение контура, т.е. если функция ϕ задает указанные преобразования координат, то $\mu(\phi(B))=\mu(B)$.

Подчеркнем, что свойства 1, 2 - это аксиомы, которым должна удовлетворять нечеткая мера, введенная Сугено.

@2002, электронная версия подготовлена ЗАО АВТЭКС Санкт-Петербург, http://www.autex.spb.ru

3. Способы определения нечетких мер информативности контура.

а) Будем считать, что длина исходного контура X не равна нулю, а длина произвольного контура $B=\{\mathbf{x}_{i_1},\mathbf{x}_{i_2},...,\mathbf{x}_{i_k}\}\subset X$ задается функцией $L(B)$. Тогда в качестве меры информативности выберем нормированную длину контура

$$\mu_L(B)=L(B)/L(X).$$

Теорема 1. *Функция множества* μ_L *удовлетворяет всем аксиомам нечеткой меры информативности контура.*

б) Будем считать, что область, охватываемая контуром, является выпуклой и ее площадь не равна нулю, а площадь произвольного контура $B=\{\mathbf{x}_{i_1},\mathbf{x}_{i_2},...,\mathbf{x}_{i_k}\}\subseteq X$ задается функцией $S(B)$. Тогда в качестве меры информативности выберем нормированную площадь области, ограниченной контуром B:

$\mu_S(B)=S(B)/S(X)$.

Теорема 2. Функция множества μ_S удовлетворяет всем аксиомам нечеткой меры информативности для выпуклых контуров.

Отметим, что для невыпуклых областей, ограниченных контуром, теорема 2 уже перестает быть справедливой.

Пусть $B=\{\mathbf{x}_{i_1},\mathbf{x}_{i_2},...,\mathbf{x}_{i_k}\}$ – некоторый контур. Введем важную характеристику – функцию веса вершины **y** контура B по формуле

$$\nu_B(\mathbf{y})=\mu(\mathbf{y})-\mu(B\setminus\{\mathbf{y}\}).$$

Рассмотрим функции веса для введенных мер информативности. Если в качестве меры информативности выбирается длина контура, то для точки $\mathbf{x}_{i_n}$ контура

$$\nu_B(\mathbf{x}_{i_n})=c\left(\|\mathbf{v}_1\|+\|\mathbf{v}_2\|-\|\mathbf{v}_1+\mathbf{v}_2\|\right),$$

где $\mathbf{v}_1=\mathbf{x}_{i_n}-\mathbf{x}_{i_{n-1}}$, $\mathbf{v}_2=\mathbf{x}_{i_{n+1}}-\mathbf{x}_{i_n}$, $c=L^{-1}(X)$ - константа, учитывающая условие нормировки. В случае, если в качестве меры информативности выбирается площадь выпуклой области, ограниченной контуром, то

$$\nu_B(\mathbf{x}_{i_n})=\frac{c}{2}\left(\|\mathbf{v}_1\times\mathbf{v}_2\|\right),$$

где $\mathbf{v}_1\times\mathbf{v}_2$ – векторное произведение векторов $\mathbf{v}_1$ и $\mathbf{v}_2$, $c=S^{-1}(X)$.

4. Выбор оптимального полигонального представления контура по мере информативности.

Контур $A\subseteq X$ называется ε-точным, если для любой точки $\mathbf{y}\notin A$, $\nu_{A\cup\{\mathbf{y}\}}(\mathbf{y})\le\varepsilon$. Другими словами, добавление любой точки к контуру A увеличивает его информативность не более, чем на величину ε. Заметим, что понятие ε-точного контура должно удовлетворять также некоторым дополнительным интуитивно понятным условиям, которые накладывают ограничения на выбор меры информативности. Например, логично потребовать, чтобы из того, что $A\in \mathrm{A}_{\varepsilon}$, следовало бы, что и любое множество B, $B\supseteq A$, также было ε-точным контуром. Для этого необходимые и достаточные чтобы функция множества

$$\tau(A)=\begin{cases}\max\limits_{\mathbf{y}\in X\setminus A}\nu_{A\cup\{\mathbf{y}\}}(\mathbf{y}), & A\ne X,\\ 0, & A=X,\end{cases}$$

была антимонотонной: из $A\subseteq B$ следовало, чтобы $\tau(A)\ge\tau(B)$. Функцию $\tau(A)$ будем называть функцией точности контура. Введем еще одну характеристику полигонального представления контура. Величину

$$\delta(A)=\min_{\mathbf{y}\in A}\nu_A(\mathbf{y}),\ \varnothing\subset A\subseteq X,$$

назовем степенью обусловленности контура A. Естественно, считать, что наиболее информативный контур должен содержать вершины с достаточно большими значениями функции веса. С этой точки зрения, требуется искать контур, степень обусловленности которого больше некоторого значения ε. Назовем контур A ε-обусловленным, если $\delta(A)>\varepsilon$. Обозначим через

B_ε множество всех ε-обусловленных контуров, тогда можно рассматривать задачу нахождения B_ε-оптимального контура. Тогда контур $B \in \mathrm{B}_\varepsilon$, для которого $\mu(B) = \max\limits_{A \in \mathrm{B}_\varepsilon} \mu(A)$ называется оптимальным ε-обусловленным контуром. Алгоритм нахождения такого контура состоит из следующих шагов:

1) выбор базового множества $B_0 = \{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, ..., \mathbf{y}_m\}$;
2) из контура B_0 последовательно удаляются вершины $\mathbf{y}_i$, для которых $\nu_{B_0}(\mathbf{y}_i) \le \varepsilon$. Подчеркнем, что расчет $\nu_{B_0}(\mathbf{y}_i)$ производится с учетом удаленных вершин. В результате на шаге 2 получим контур B_1, для которого $\delta(B_1) > \varepsilon$.
3) К контуру B_1 последовательно добавляются вершины $\mathbf{y}_i$ из множества $X \setminus B_1$, для которых $\nu_{B_1 \cup \{\mathbf{y}_i\}}(\mathbf{y}_i) > \varepsilon$. В результате получим контур B_2, для которого $\tau(B_2) \le \varepsilon$. Шаги 2) и 3) следует повторять до тех пор, пока не получим контур B_k, для которого $\delta(B_k) > \varepsilon \ge \tau(B_k)$.

Результаты работы данного алгоритма продемонстрированы на рис.1-4.

Исходный базовый контур содержал 46 контрольных точек. Оптимальные 1-, 1.5- и 2-обусловленныеконтуры содержали соответственно 18, 15 и 13 точек.

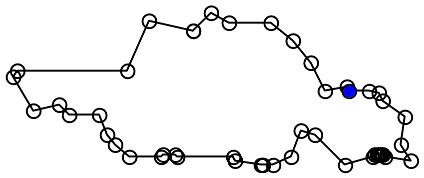

Рис.1. Базовый контур

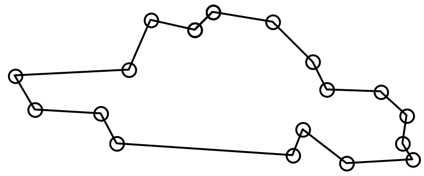

Рис.2. 1-обусловленный

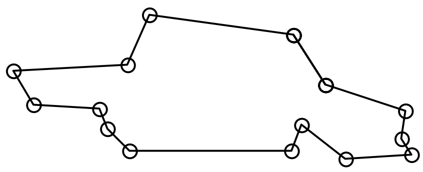

Рис.3. 1.5-обусловленный

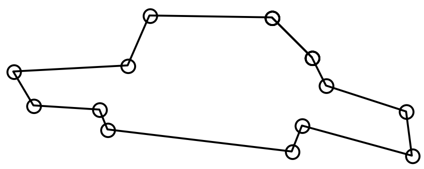

Рис.4. 2-обусловленный

EXTRACTION OF CONTROL POINTS BASED ON AN INFORMATIVE QUANTITY MEASURE

Lepskiy A., Bronevich A., Bachilo S.

1. Introduction. The polygonal representation of contours is very common way of image processing for their recognition. It is worth to mention that the well-known methods for extracting control points work very unsteadily while images are corrupted with noise and its dimensions are comparable with the step of quantization. To cope with such difficulties we can use the following approach based on the conception of informative quantity measure.

2. The polygonal contour representation and its informative quantity

Let $X=\{\mathbf{x}_1,...,\mathbf{x}_N\}$ is a polygon defined by a sequence of points $(\mathbf{x}_1,...,\mathbf{x}_N)$. For the sake of convenience we determine $\mathbf{x}_0=\mathbf{x}_N$, $\mathbf{x}_{N+1}=\mathbf{x}_1$. Because original contours as a rule can be consisted of many points the problem arises how to choose the optimal polygonal representation of a contour having not a big number of points but informative one. To solve it we introduce an informative quantity measure $\mu(B)$ for each subcontour $B=\{\mathbf{x}_{i_1},\mathbf{x}_{i_2},...,\mathbf{x}_{i_k}\}\subseteq X$, $1\le i_1<i_1<...<i_N\le N$ which by definition satisfies the following axioms:

5) $\mu(\varnothing)=0$, $\mu(X)=1$ (norming);
6) if $A\subseteq B$ then $\mu(A)\le\mu(B)$ (monotonicity);
7) let $B=\{\mathbf{x}_{i_1},...,\mathbf{x}_{i_{n-1}},\mathbf{x}_{i_n},\mathbf{x}_{i_{n+1}},...,\mathbf{x}_{i_k}\}\subseteq X$ and points $\mathbf{x}_{i_{n-1}},\mathbf{x}_{i_n},\mathbf{x}_{i_{n+1}}$ belong to some line on a plane then $\mu(B)=\mu(B\setminus\{\mathbf{x}_{i_n}\})$;
8) the value of informative quantity measure should be invariant relevantly affine transformations in the plane such as parallel transferring, rotation and scaling.

Emphasize that axioms 1, 2 have been introduced by Sugeno for fuzzy measures.

3. The ways of definition of the quantity information measure of a contour

a) Suppose that the length of an original contour is not equal to zero and function $L(B)$ determines the length of an arbitrary contour $B=\{\mathbf{x}_{i_1},\mathbf{x}_{i_2},...,\mathbf{x}_{i_k}\}\subseteq X$ then the informative quantity measure by contour length defines as

$$\mu_L(B)=L(B)/L(X).$$

b) Suppose that the domain limited by an original contour is convex and function $S(B)$ determines the space limited by an arbitrary contour $B=\{\mathbf{x}_{i_1},\mathbf{x}_{i_2},...,\mathbf{x}_{i_k}\}\subseteq X$ then the informative quantity measure by contour space defines as

$\mu_S(B)=S(B)/S(X)$.

It can be proved that introduced measures satisfy all axioms for the informative quantity measure.

In the report we also consider the different ways of choosing the optimal contour representation based on the informative quantity measure, discuss some algorithms of finding it and eliminate some results of digital processing.