РЕКУРРЕНТНЫЕ АЛГОРИТМЫ ДЛЯ НЕРЕГУЛЯРНЫХ ЧИСЛОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

Беспалов Е.С., Мусянков М.И., Родичев П.В.

Московский государственный институт радиотехники,
электроники и автоматики (технический университет)
Кафедра космических информационных технологий
117454, Москва, проспект Вернадского, 78, тел. 434-93-83

Реферат. Рассматриваются оригинальные алгоритмы получения нерегулярных числовых последовательностей. Приведены результаты анализа свойств таких последовательностей для различных законов распределения элементов последовательности.

В последнее время большое внимание уделяется анализу и применению на практике сигналов, получаемых на основе теории динамического (детерминированного) хаоса [1,2,3]. Известны, например, системы передачи информации, в которых для генерации детерминированных хаотических цифровых последовательностей используются конечно-разностные отображения [2,4]. Разработка и использование подобных алгоритмов для телекоммуникационных систем представляет большой интерес.

В данной работе рассматриваются оригинальные алгоритмы получения нерегулярных числовых последовательностей. Эти алгоритмы представлены рекуррентными формулами:

$$x_{n+1} = \sin^2[(1+n)\cdot\arcsin(\sqrt{x_n})], \qquad n = 0,1,2,..., \tag{1}$$

$$y_{n+1} = \sin^2[(1+n)\cdot\arccos(\sqrt{y_n})], \qquad n = 0,1,2,..., \tag{2}$$

$$z_{n+1} = \cos^2[(1+n)\cdot\arcsin(\sqrt{z_n})], \qquad n = 0,1,2,..., \tag{3}$$

$$s_{n+1} = \cos^2[(1+n)\cdot\arccos(\sqrt{s_n})], \qquad n = 0,1,2,..., \tag{4}$$

На рис. 1 для примера представлен процесс $\{x_n\}$ при n=100 элементов и x_0=0,1, а на рис. 2 приведена гистограмма для того же процесса $\{x_n\}$ при n=10000 элементов и x_0=0,1. Аналогичные результаты получаются и для процессов $\{y_n\}$, $\{z_n\}$, $\{s_n\}$.

Таким образом, с помощью формул (1)÷(4) мы получаем четыре различных нерегулярных числовых

На рис. 1 для примера представлен процесс $\{x_n\}$ при n=100 элементов и x_0=0,1, а на рис. 2 приведена гистограмма для того же процесса $\{x_n\}$ при n=10000 элементов и x_0=0,1. Аналогичные результаты получаются и для процессов $\{y_n\}$, $\{z_n\}$, $\{s_n\}$.

Таким образом, с помощью формул (1)÷(4) мы получаем четыре различных нерегулярных числовых последовательности со «случайными» элементами на интервале (0,1), подчиняющимися закону U-распределения.

Путем преобразования

$$t = \ln\left(\frac{x}{1-x}\right), \tag{5}$$

приведенного в [5], из значений с U-распределением можно получить «случайные» значения с распределением, близким к гауссову:

$$P_t = \frac{1}{\pi}\cdot\left(\frac{e^{\frac{t}{2}}}{e^t+1}\right) = \frac{1}{\pi\cdot\left(e^{\frac{t}{2}}+e^{-\frac{t}{2}}\right)}, \tag{6}$$

На рис. 3 показана гистограмма для процесса на основе $\{x_n\}$ при n=10000, x_0=0,1 для случая близкого к гауссову распределения элементов.

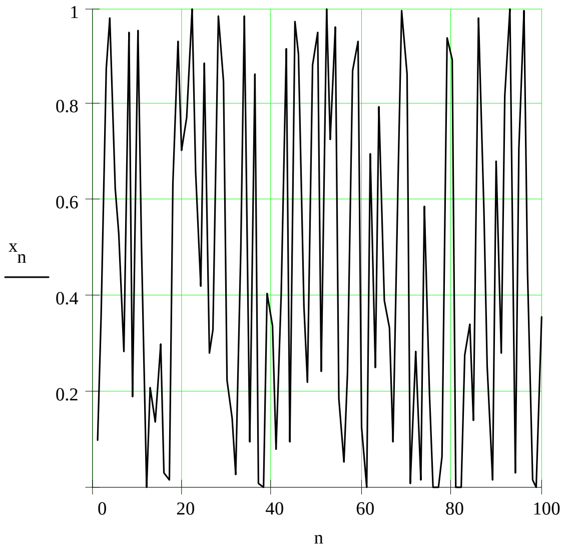

Рис. 1

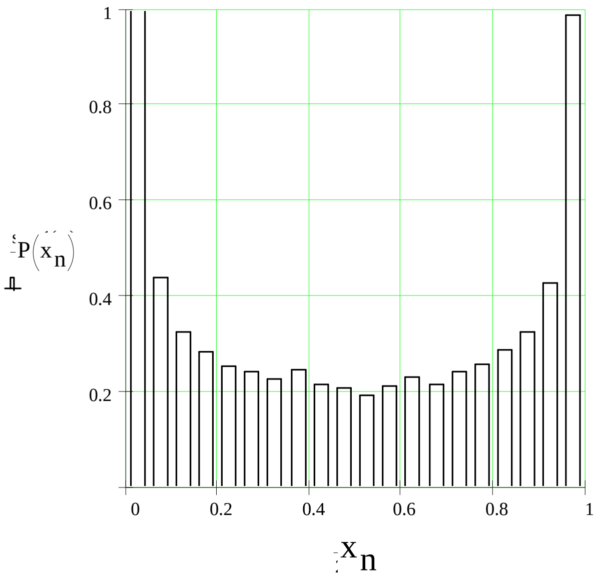

Рис. 2

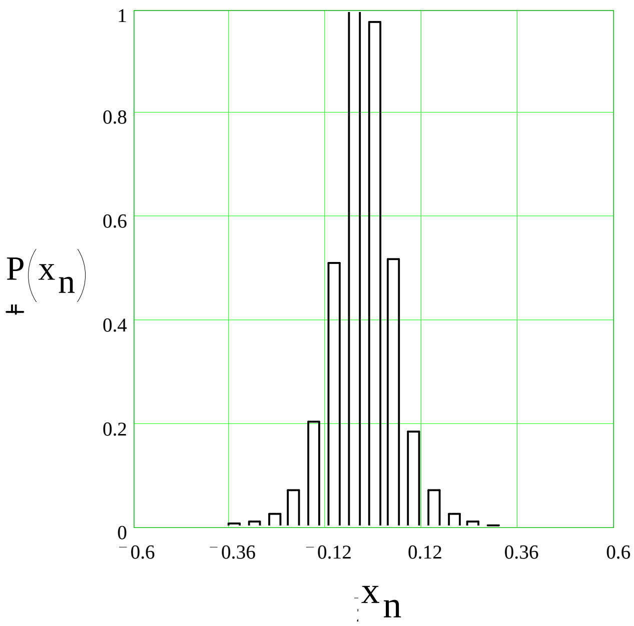

Рис. 3

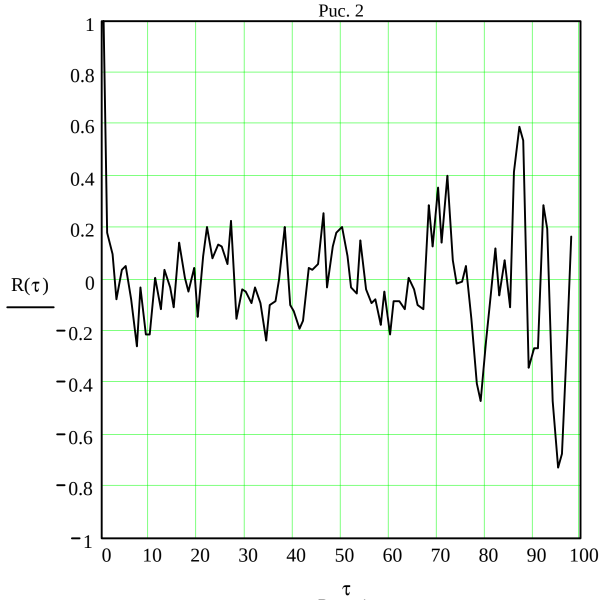

Рис. 4

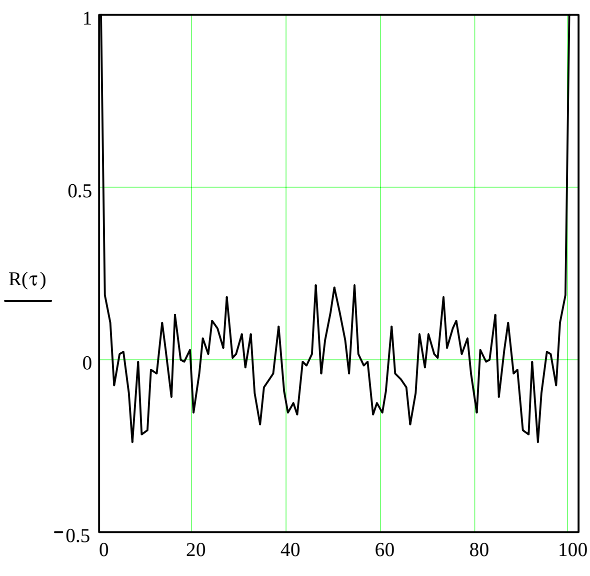

Рис. 5

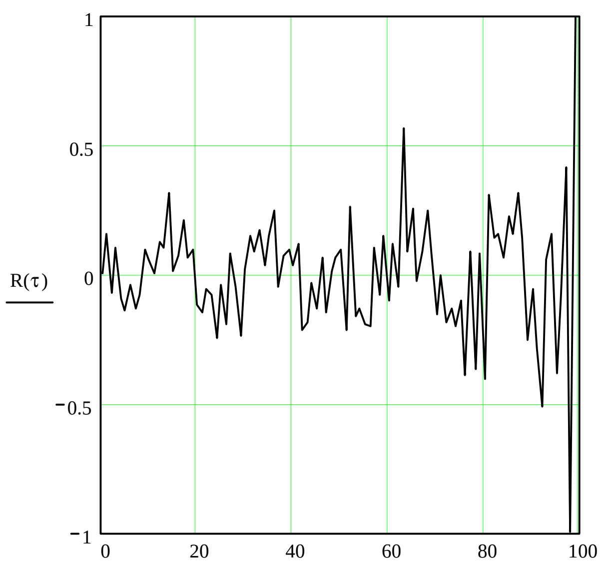

Рис. 6

Также можно получить «случайные» значения с равномерным распределением. Формула преобразования из U-распределения в равномерное дана в [5]:

$$t = \left(\frac{2}{\pi}\right) \cdot \arcsin\left(\sqrt{x}\right). \qquad (7)$$

Были исследованы корреляционные свойства найденных нерегулярных числовых последовательностей. На рис. 4 и 5 приведены, соответственно, непериодическая и периодическая АКФ для процесса $\{x_n\}$ при n=100, x_0=0,1 для случая U-распределения. На рис. 6 и 7 – непериодическая и периодическая ВКФ процессов $\{x_n\}$ и $\{y_n\}$ при n=100, x_0=0,1 , y_0=0,1 для случая U-распределения. На рис. 8 и 9 – непериодическая и периодическая АКФ для преобразованного процесса $\{x_n\}$ при n=100, x_0=0,1 для нормального распределения.

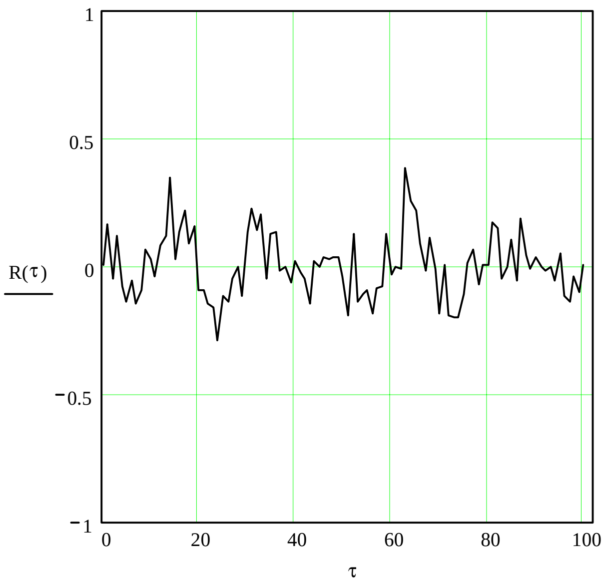

Рис. 7

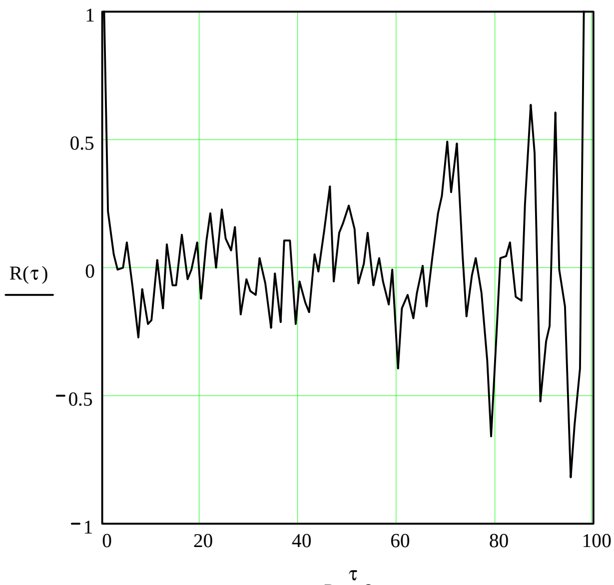

Рис. 8

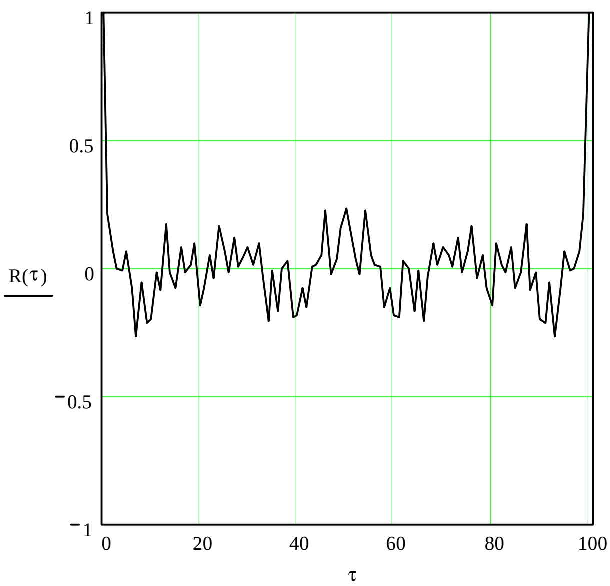

Рис. 9

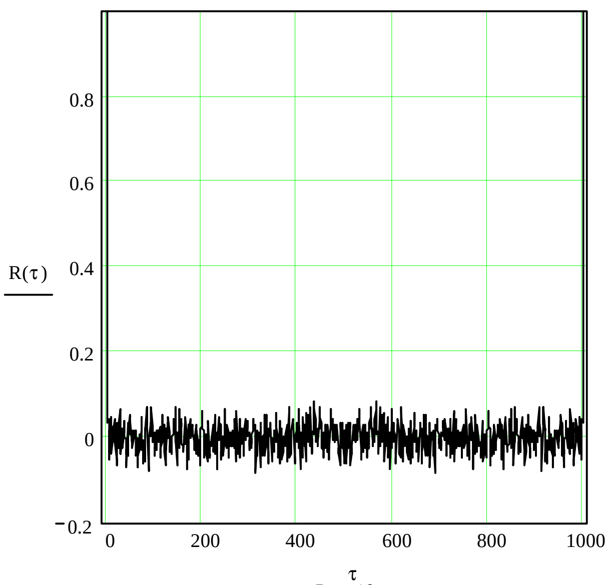

Рис. 10

Как видно из расчета корреляционных функций, представленных на рисунках, найденные нерегулярные числовые последовательности имеют достаточно хорошие корреляционные свойства, причем расчет показывает, что вид АКФ и ВКФ мало изменяется при изменении вида распределения чисел в последовательности. При длине последовательности n=100 боковые лепестки АКФ и ВКФ последовательностей, задаваемых формулами (1)÷(4) не превышают 1/3 от главного лепестка АКФ. При увеличении длины последовательности корреляционные свойства улучшаются. Данное свойство представлено на рис. 10, где показана периодическая АКФ процесса $\{x_n\}$ при n=1000, x_0=0,1 для U-распределения.

Представленные в данной работе корреляционные характеристики оригинальных нерегулярных числовых последовательностей подтверждают возможность использования предложенных алгоритмов в системах передачи данных в потоке случайных чисел и в других практических приложениях [6,7].

Литература

1. Бельский Ю.Л., Дмитриев А.С. Передача информации с использованием детерминированного хаоса // Радиотехника и электроника, 1993, №7. – с. 1310–1315.
2. Дмитриев А.С., Панас А.И., Старков С.О. Динамический хаос как парадигма современных систем связи // Зарубежная радиоэлектроника. Успехи современной радиоэлектроники, 1997, №10. – с. 4–26.
3. Кулешов В.Н., Ларионова М.В., Удалов Н.Н. Система передачи информации с хаотической несущей // Вестник МЭИ, 1997, №5. – с. 54–61.
4. Перов А.И., Плотников П.В., Перов А.А. Некоторые аспекты оптимального оценивания конечной выборки дискретного хаотического процесса // Радиотехника, 2001, №7. – с. 9–16.
5. Clifford A. Pickover. Generating extraterrestrial terrain // IEEE Computer Graphics and Applications, 1995, March. – p. 18–21.
6. Перов А.И. Оптимальная фильтрация управляющего параметра дискретного хаотического процесса с неизвестным начальным значением // Радиотехника, 2001, №7. – с. 3–8.
7. Беспалов Е.С, Мусянков М.И., Родичев П.В. Передача данных в последовательности случайных чисел // 3-я международная конференция и выставка «Цифровая обработка сигналов и ее применение» (доклады, том 2), 29 ноября – 1 декабря 2000 г., Москва. – с. 318–323.