

# ШИРОКОПОЛОСНЫЙ ЦИФРОУПРАВЛЯЕМЫЙ КАЛИБРАТОР ФАЗЫ

Сапельников В.М., Хакимов Р.А.

Башкирский государственный аграрный университет  
450001, г. Уфа, ул. 50 лет Октября, 34, E-mail [VSapelnikov@bsu.bashedu.ru](mailto:VSapelnikov@bsu.bashedu.ru)

**Реферат.** В докладе рассмотрен способ построения широкополосного цифруправляемого калибратора фазы использующего степенную аппроксимацию тригонометрических функций, и показаны возможности улучшения его метрологических характеристик [1]. Установлено, что применение интерполяции и метода Чебышева для вычисления коэффициентов степенного ряда позволяет значительно снизить погрешности по сравнению с разложением в ряд Тейлора[2, 3].

Структурная схема широкополосного цифруправляемого калибратора фазы представлена на рис. 1. Основу этой схемы составляют две цепочки каскадно включенных умножающих цифроаналоговых преобразователей (ЦАП) ЦАП1-ЦАП4 и ЦАП5-ЦАП8, которые вместе с соответствующими операционными усилителями и масштабными резисторами образуют два функциональных ЦАП, моделирующих синусную и косинусную функции.

Выходной сигнал формируется в соответствии с зависимостью:

$$U_{\text{вых}} = C(x)U_{\text{вх}} + jS(x)U_{\text{вх}} \approx \approx \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)U_{\text{вх}} + j\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)U_{\text{вх}} = U_{\text{вх}}e^{j\frac{\pi}{2}x}, \quad (1)$$

$$\text{где } C(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 \approx \cos(\pi x/2), \quad (2)$$

$$S(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2 + b_3x^3 + b_4x^4 \approx \sin(\pi x/2), \quad (3)$$

многочлены, аппроксимирующие функции  $\cos(\pi x/2)$  и  $\sin(\pi x/2)$ . Здесь  $x$  – относительное значение цифрового кода  $N/N_{\text{max}}$ , подаваемого на входы всех ЦАП, и изменяющееся в интервале  $[0,1]$ .  $N_{\text{max}}$  – максимальное значение цифрового кода. Это позволяет регулировать угол фазового сдвига в диапазоне от  $0$  до  $\pi/2$ .

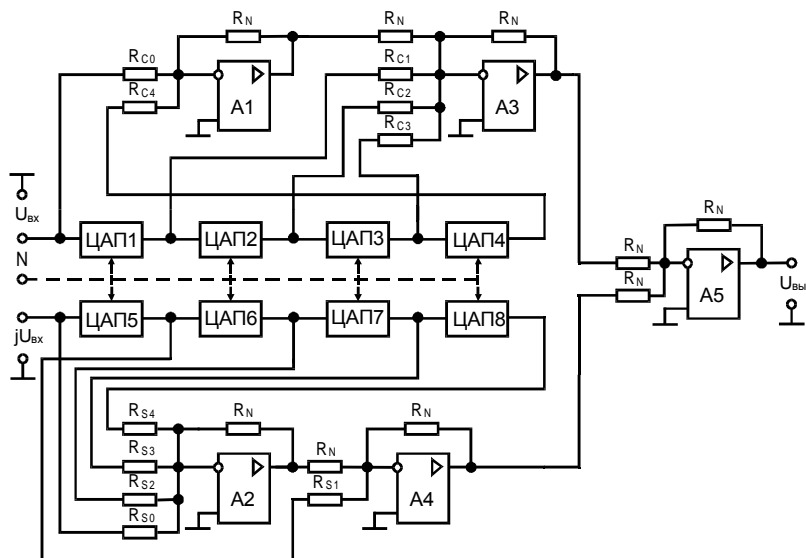


Рис. 1. Структурная схема калибратора фазы

На аналоговые входы цифроаналоговых преобразователей ЦАП1 и ЦАП5 поступают гармонические сигналы с одинаковыми амплитудой и частотой, но сдвинутые относительно друг друга на  $90^\circ$ . Цифроаналоговые преобразователи ЦАП1-ЦАП4 и операционные усилители А1, А3 осуществляют умножение сигнала  $U_{\text{вх}}$  на многочлен  $C(x)$ . Цифроаналоговые преобразователи ЦАП5-ЦАП8 и операционные усилители А2, А4 формируют сигнал  $jU_{\text{вх}}S(x)$ , сдвинутый на  $90^\circ$ , и моделирующий второе слагаемое в выражении, определяющем выходное напряжение.

Каждый ЦАП умножает сигнал, поступающий на его аналоговый вход, на величину  $x$  и изменяет его полярность. Поэтому на выходах цифроаналоговых преобразователей ЦАП1-ЦАП4 получаем напряжения:  $-xU_{ex}$ ,  $x^2U_{ex}$ ,  $-x^3U_{ex}$ ,  $x^4U_{ex}$ , а на выходах ЦАП5-ЦАП8 получаем ряд напряжений:  $-jxU_{ex}$ ,  $jx^2U_{ex}$ ,  $-jx^3U_{ex}$ ,  $jx^4U_{ex}$ .

Операционные усилители А1-А4 выполняют суммирование этих напряжений с соответствующими коэффициентами. На операционных усилителях А1 и А2 суммируются напряжения, требующие изменения полярности. На операционных усилителях А3, А4 происходит формирование гармонических сигналов с амплитудами, пропорциональными функциям  $\cos(\pi x/2)$  и  $\sin(\pi x/2)$ . При этом напряжения с выходов операционных усилителей А1 и А2 суммируются с весовыми коэффициентами, равными единице.

Значения модулей коэффициентов  $b_i$  и  $a_i$  определяются отношениями сопротивлений резисторов  $R_N/R_{Si}$  и  $R_N/R_{Ci}$ . Полярности суммируемых напряжений определяют знаки этих коэффициентов. Операционный усилитель А5 выполняет операцию сложения согласно равенству (3) и на его выходе напряжение сдвинуто по фазе относительно входного напряжения на угол  $\pi x/2$ .

Степень многочленов  $C(x)$  и  $S(x)$  выбирается исходя из требуемой точности и определяет количество используемых в схеме ЦАП. В целях упрощения устройства следует стремиться к уменьшению количества каскадно включенных ЦАП без увеличения погрешности.

Рассмотренный калибратор фазы является широкополосным. ЦАП, моделирующие синусную и косинусную зависимости частотонезависимые и могут работать в диапазоне частот, определяемом их частотными характеристиками. Некоторую сложность представляет обеспечение на входах калибратора фазы в диапазоне частот равных по модулю и сдвинутых на  $90^\circ$  напряжений  $U_{ex}$  и  $jU_{ex}$  (рис. 1). Эта задача в ряде случаев может быть решена применением широкополосных фазоразностных устройств[1].

Применение приближенных равенств (2) и (3) приводит к появлению методической погрешности воспроизведения угла фазового сдвига и нестабильности выходного напряжения. Уменьшить погрешность можно путем оптимального подбора коэффициентов полиномов  $C(x)$  и  $S(x)$ .

Для нахождения этих коэффициентов широко используют разложение функции в ряд Тейлора в произвольной точке. В качестве такой точки выгоднее всего брать середину отрезка аппроксимации. Однако, этот метод не всегда дает наилучший результат. Для уменьшения методической погрешности в рассматриваемом калибраторе фазы были использованы методы Чебышева и интерполяции [2, 3].

Метод Чебышева основан на разложении функции по обобщенным многочленам Чебышева. Известно, что для одной и той же функции такой ряд сходится гораздо быстрее, чем ряд Тейлора. Поэтому при одинаковых степенях многочлена погрешность аппроксимации по методу Чебышева будет меньше.

Выбор узлов интерполяции сильно влияет на погрешность степенной интерполяции. Если узлы интерполяции выбрать в точках, где многочлен Чебышева, определенный на отрезке аппроксимации, равен нулю, погрешность будет минимальной.

Методическую погрешность воспроизведения фазового сдвига и нестабильность амплитуды выходного напряжения калибратора фазы можно определить из следующих соотношений [1]:

$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2} x - \operatorname{arctg} \frac{S(x)}{C(x)},$$

$$\delta U_{вых} = \frac{U_{ex} - U_{вых}}{U_{ex}} = 1 - \sqrt{C^2(x) + S^2(x)}.$$

Максимальные значения погрешностей для указанных выше методов в сравнении с разложением в ряд Тейлора приведены в табл. 1. Здесь  $n$  - степень многочленов  $S(x)$  и  $C(x)$ .

Таблица 1. Максимальные значения погрешности для различных методов

n	Метод Чебышева		Интерполяция		Метод Тейлора	
	$\Delta\varphi$ , degree	$\delta U_{вых}$ %	$\Delta\varphi$ , degree	$\delta U_{вых}$ %	$\Delta\varphi$ , degree	$\delta U_{вых}$ %
3	0,07	0,2	0,06	0,2	0,5	1
4	0,009	0,01	0,009	0,01	0,1	0,6
5	0,0006	0,001	0,0006	0,001	0,01	0,06
6	0,0006	0,0003	0,0006	0,0002	0,002	0,002

Как показывает анализ табл. 1., интерполяция и метод Чебышева значительно уменьшают методические погрешности по сравнению с разложением в ряд Тейлора. Это обстоятельство дает возможность либо сократить количество каскадно включенных ЦАП при заданной погрешности калибратора фазы, либо на порядок увеличить точность регулирования угла фазового сдвига при заданном количестве ЦАП.

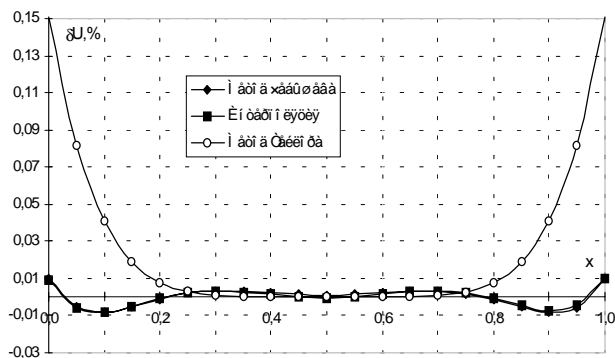


Рис. 2. Нестабильность выходного напряжения при регулировании фазового сдвига в интервале  $[0, \pi/2]$

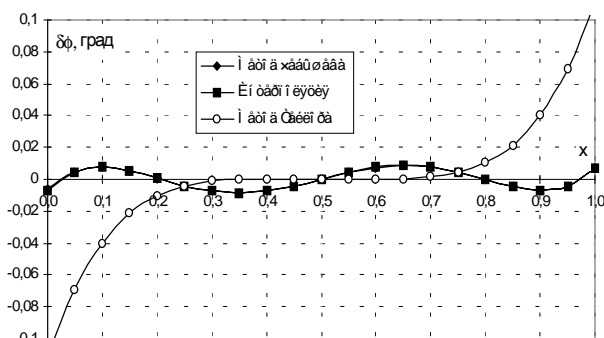


Рис. 3. Погрешность воспроизведения фазового сдвига в интервале  $[0, \pi/2]$

Рис. 2 и 3 иллюстрируют распределение погрешностей по интервалу регулирования фазового сдвига (интервалу аппроксимации) для случая  $n=4$ . Как видно из графиков, погрешности интерполяции и метода Чебышева отличаются мало. Необходимо также отметить тот факт, что для указанных методов погрешность близка к нулю на всем отрезке воспроизведения функции, в отличие от метода Тейлора, для которого погрешность быстро возрастает по мере приближения к краям отрезка аппроксимации.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Сапельников В.М, Кравченко С.А., Чмых М.К. Проблемы воспроизведения смещаемых во времени электрических сигналов и их метрологическое обеспечение / Изд-е Башкирск. гос. ун-та. – Уфа, 2000. - 196 с.
2. Хакимов Р.А., Максutow А.Д., Коловертнов Г.Ю., Сапельников В.М. К вопросу построения функциональных цифроаналоговых преобразователей. / 3-я международная конференция «Цифровая обработка сигналов и ее применение», Материалы конференции, М., 2000. – С. 55 – 56.
3. Сапельников В.М., Хакимов Р.А., Коловертнов Г.Ю. Цифроаналоговые преобразователи для воспроизведения тригонометрических функций //Измерительная техника. - 2001. - № 3. - С. 17-20.



THE BROADBAND PHASE CALIBRATOR WITH DIGITAL CONTROL

Sapelnikov V., Khakimov R.

Bashkir State Agrarian University,  
450001, Ufa, 50 Let Oktyabrya str., 34, Russia, E-mail VSapelnikov@bsu.bashedu.ru

**Abstract** In the report the way of build-up of the broadband phase calibrator controllable by a numerical code and possibility of improving of its metrology performances is considered [1]. The mode of construction is based on representation of trigonometrical functions by a segment of an ascending power series. The application of interpolation and method of Chebyshev for an evaluation of coefficients of an power series was stated to allow considerably to reduce errors in comparison with an expansion in a series Taylor [2, 3].

The structure scheme of the broadband calibrator of a phase are represented in a fig. 1. The basis of this scheme is two line-ups of cascade included multiplying digital-to-analog converters (DAC) DAC1-DAC4 and DAC5-DAC8 which together with the relevant operational amplifiers and scale resistors create two functional DACs simulative sine and cosine functions.

The output signal is shaped according to dependence:

$$U_{out} = C(x)U_{in} + jS(x)U_{in} \approx \cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)U_{in} + j\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right)U_{in} = U_{in}e^{j\frac{\pi}{2}x}, \quad (1)$$

where  $C(x)=a_0+a_1x+a_2x^2+a_3x^3+a_4x^4 \cong \cos(\pi x/2)$ , (2)  
 $S(x)=b_0+b_1x+b_2x^2+b_3x^3+b_4x^4 \cong \sin(\pi x/2)$ , (3)

polynomials, approximating functions  $\cos(\pi x/2)$  and  $\sin(\pi x/2)$ . Here  $x$  - relative value of a numerical code  $N/N_{max}$ , given on inputs all a DAC, and varying in an interval  $[0,1]$ .  $N_{max}$  - maximum value of a numerical code  $N$ . It allows to regulate a corner of phase shift in a range from 0 up to  $\pi/2$ .

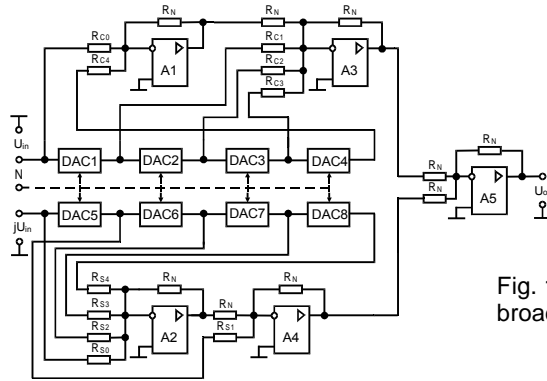


Fig. 1. Structure scheme of the broadband calibrator of a phase

The application of approximated equalities (2) and (3) reduces in appearance of a methodical error of reproduction of a corner of phase shift and stability of output voltage. To decrease an error it is possible by optimal selection of coefficients of polynomials  $C(x)$  and  $S(x)$ . For this purpose is applied methods of Chebyshev and interpolation.

Table 1. Maximum values of an error for different methods

n	Method of Chebyshev		Interpolation		Method of Taylor	
	$\Delta\phi$ , degree	$\delta U_{out}$ %	$\Delta\phi$ , degree	$\delta U_{out}$ %	$\Delta\phi$ , degree	$\delta U_{out}$ %
3	0,07	0,2	0,06	0,2	0,5	1
4	0,009	0,01	0,009	0,01	0,1	0,6
5	0,0006	0,001	0,0006	0,001	0,01	0,06
6	0,0006	0,0003	0,0006	0,0002	0,002	0,002

Maximum values of errors for the indicated methods in comparison with an expansion in a series Taylor are illustrated in tabl. 1. Here  $n$  - degree of polynomials  $S(x)$  and  $C(x)$ .

The analysis of tab. 1. displays that interpolation and method of Chebyshev considerably decrease methodical errors in comparison with an expansion in a series Taylor. This circumstance enables or to reduce an amount the DAC is cascade included at a given error of the calibrator of a phase, or by the order to increase an exactitude of regulation of a corner of phase shift at a given amount a DAC.

REFERENCES

1. Sapelnikov V.M., Kravchenko S.A., Chmih M.K. Problems of reproduction of electrical signals, movable in time, and them metrology security / Bashkir University Press, Ufa , 2000.- 196 p.
2. Hakimov R.A., Maksutov A.D., Kolovertnov G.J., Sapelnikov V.M. To the question of construction of functional digital-to-analog converters / 3-rd international conference "Digital signal processing and its applications", Materials of conference, Moscow, 2000. - P. 55 - 56.