

ДИНАМИКА ДВУМЕРНОГО РЕКУРСИВНОГО ЦИФРОВОГО ФИЛЬТРА ВТОРОГО ПОРЯДКА ПРИ ТРЕХУРОВНЕВОМ КВАНТОВАНИИ*

Балусов И.Л., Рудых Д.В., Приоров А.Л.

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
150000, Россия, Ярославль, ул. Советская, 14.
Тел. (0852) 79-77-75. E-mail: dcslab@uniyar.ac.ru

Реферат. Исследован двумерный цифровой рекурсивный фильтр второго порядка с нелинейностью сумматора типа насыщение и трехуровневым квантованием. В ходе работы обнаружено 82 различных сигнала, возможных на выходе системы. Были получены аналитические выражения для областей существования различных типов движений, разбиения пространств параметров на соответствующие области. Построен бифуркационный портрет системы.

1. Введение

Двумерные цифровые фильтры второго порядка удобно использовать для обработки статических и динамических изображений в реальном масштабе времени, поскольку вычислительные затраты при их реализации незначительны. Одним из важнейших элементов таких фильтров является сумматор, который в реальных цифровых устройствах имеет нелинейную характеристику. Учет этой нелинейности позволяет более эффективно использовать возможности цифровых фильтров и избежать некоторых нежелательных эффектов. В большинстве работ, посвященных исследованию нелинейных свойств таких систем [1-5], обычно рассматривается случай фильтров первого порядка. Однако чем больше порядок фильтра, тем больше возможностей для его использования, но вместе с порядком фильтра возрастает и сложность его исследования.

2. Постановка задачи

Исследуем двумерный цифровой рекурсивный фильтр второго порядка с нелинейностью сумматора типа насыщение и трехуровневым квантованием, описываемый разностным уравнением вида:

$$X(m, n) = F\{a*[X(m-1, n) + X(m, n-1)] + b*[X(m-2, n) + X(m, n-2)] + c*[X(m-1, n-1) + X(m-2, n-2)]\},$$

где a , b и c – независимые коэффициенты фильтра, а функция $F(x)$ учитывает нелинейные свойства фильтра, и её вид зависит от выбора характеристики сумматора, и количества уровней квантования.

Следует учесть, что сложность двумерных нелинейных систем не сравнима со сложностью одномерных хотя бы потому, что любое граничное условие для двумерной системы второго порядка представляет собой два бесконечномерных в двух направлениях вектора, тогда как для одномерной системы первого порядка начальным условием служит один отсчет. Так что перебрать всевозможные начальные условия для двумерной системы при ее исследовании становится нереальным. В связи с этим на граничные условия двумерных систем принято накладывать дополнительные условия такие, что отличными от нуля являются только первые N вертикальных и M горизонтальных отсчетов, а все остальные равны нулю. Такие условия являются естественными, т. к. изображения имеют конечные размеры. При больших значениях N и M возникает огромное число возможных комбинаций граничных условий, учесть которые едва ли реально. Поэтому основное внимание уделяется условиям зарождения предельных циклов при отсутствии входного воздействия и начальных условиях таких, что отличным от нуля является только отсчет $X(m-2, n-2)$, а все остальные равны нулю, т. е. изучается реакция системы на скачок в начале координат. Такой выбор граничных условий является частным случаем обычно налагаемых условий, сформулированных выше. Но уже исследуя систему при таких граничных условиях, оказывается, что некоторые результаты остаются справедливыми и при иных начальных условиях. Кроме того, рассматривается случай трехуровневого квантования, т. е. отсчет после аппроксимации может принимать одно из трех значений в соответствии с характеристикой нелинейности (рис. 1).

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 99-02-17939).

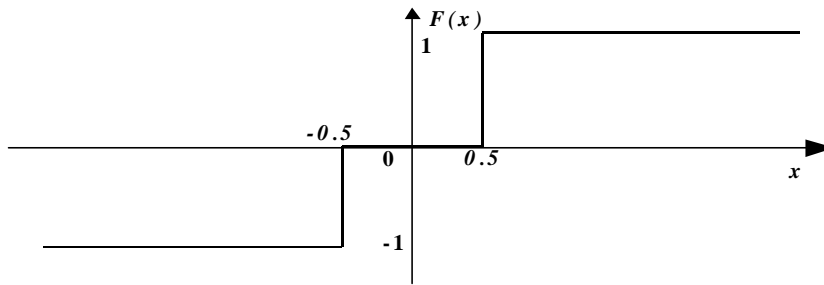


Рис.1. Вид функции нелинейности

3. Метод исследований

В настоящее время не существует единой разработанной методики исследования нелинейных явлений в двумерных цифровых системах. В данной работе для определения в пространстве параметров областей существования конкретных видов двумерных предельных циклов использовались приемы символьной динамики. Суть метода состоит в том, что область значений функции нелинейности разбивается на характерные зоны и затем отслеживаются движения системы между зонами при изменении переменных m и n . Ранее метод символьной динамики применялся в работах [6-7] для исследования нелинейных явлений в одномерных цифровых фильтрах, а также в двумерных цифровых фильтрах первого порядка. В результате исследований различных типов движений, возникающих в системе, пространство параметров разбиваются на области, в каждой из которых существует определенный вид движения.

4. Результаты исследования

В ходе работы обнаружено 82 различных сигнала, возможных на выходе системы. Для каждого сигнала найдено множество значений коэффициентов, при которых он достигается. Построен бифуркационный портрет системы (рис. 2-3).

Каждая область, ограниченная линиями бифуркационного портрета (за исключением осей координат), представляет собой множество значений коэффициентов фильтра, при задании которых на выходе системы будет конкретный сигнал. Обнаружено, что при коэффициенте c изменяющемся от -0.5 до 0.5 сигнал на выходе будет отсутствовать. Это объясняется видом функции нелинейности. Кроме того, легко заметить симметричность бифуркационного портрета, это получилось вследствие симметричного задания коэффициентов фильтра и симметричности функции нелинейности.

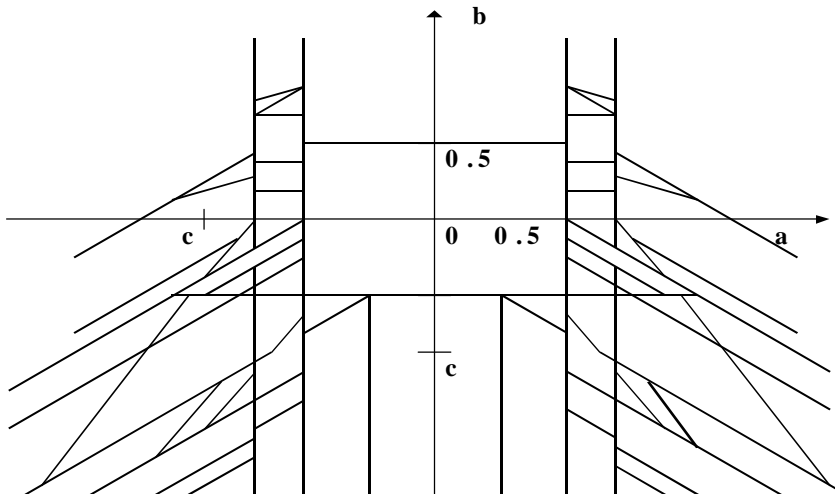


Рис.2. Бифуркационный портрет при $c < 0.5$

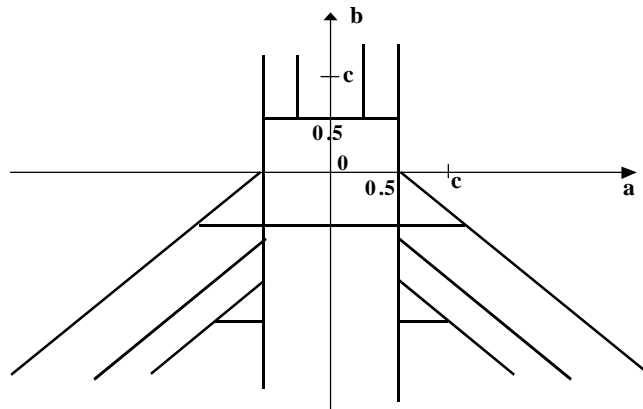


Рис.3. Бифуркационный портрет при $c > 0.5$

5. Заключение

В работе была затронута тема нелинейных эффектов в двумерных рекурсивных цифровых фильтрах второго порядка. Данный вопрос является ещё недостаточно изученным, хотя и представляет большой интерес для исследования.

Нелинейные эффекты могут проявлять себя появлением сложных сигналов на выходе при отсутствии сигнала на входе системы. Это явление, зачастую нежелательное, можно использовать в полезных целях, например для генерации различных двумерных последовательностей. Задавая определённым образом коэффициенты фильтра, можно получать как простейшие движения (единичный импульс, единичный скачок, линейные импульсы), так и более сложные (диагональные, разделимые и неразделимые предельные циклы, секторные движения).

Знание нелинейных эффектов может помочь в проектировании и использовании двумерных цифровых фильтров, а также в создании на базе цифровых систем генераторов различных двумерных сигналов. Получены аналитические выражения для областей существования различных типов движений, а также разбиения пространства параметров фильтра на соответствующие области. Результаты данной работы могут быть использованы для дальнейшего исследования и разработки двумерных цифровых систем с квантованием.

6. Литература

1. Рудых Д.В., Приоров А.Л. Двумерный цифровой рекурсивный фильтр с нелинейным сумматором и бинарным квантованием при периодических начальных условиях // Труды 7-й междунар. науч.-технич. конф. "Радиолокация, навигация и связь". Воронеж, 2001. Т.3. С. 1838-1844
2. Приоров А.Л., Рудых Д.В. Исследование двумерных рекурсивных цифровых фильтров первого порядка с двухуровневым квантованием и нелинейным сумматором // Тез. докл. LVI науч. сессии, посвященной Дню радио. Москва, 2001. Т.2., С.365-367
3. Volkov D.B., Priorov A.L., Elagin A.A. Research of two-dimensional first order recursive digital filters with two-level quantization coefficients // Proc. of 3rd Int. Conf. "Digital Signal Processing and Its Applications" (DSPA'2000), Moscow, 2000. V.3, P. 61-62.
4. Д.В. Рудых, А.А. Елагин, А.Л. Приоров. Способ исследования эффектов квантования в двумерных цифровых фильтрах // Сборник докладов молодых ученых, аспирантов и студентов. Нелинейная динамика электронных систем, Ярославль, 2000. С. 14-16
5. Д.Б. Волков, А.Л. Приоров, Д.В. Рудых. К вопросу об исследовании двумерной рекурсивной цифровой системы первого порядка с бинарным квантованием // Сборник докладов молодых ученых, аспирантов и студентов. Нелинейная динамика электронных систем, Ярославль, 2000. С. 49-51
6. Chai Wah Wu and Leon O. Chua. Symbolic Dynamics of Piecewise-Linear Maps// IEEE Trans. Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing, V.41, №6, June 1994, P. 420-424.
7. Maciej J. Ogozalek. Complex Behavior in Digital Filters// International Journal of Bifurcation and Chaos, V.2, №1, 1992, P. 11-29.



THE DINAMICS OF A TWO-DIMENSIONAL RECURSIVE DIGITAL FILTER OF THE SECOND ORDER AT THREE-LEVEL QUANTIZATION

Balusov I., Rudyh D., Priorov A.

Yaroslavl State University
150000, Russia, Yaroslavl, Sovetskaja st., 14. Phone (0852) 79-77-75
E-mail: dcslab@uniyar.ac.ru

INTRODUCTION

The two-dimensional digital filters of the second order are convenient for using for processing the static and dynamic images real-time, as the computing expenditures at their embodying are inappreciable. One of major elements of such filters is the adder, which in actual digital devices has a nonlinear characteristic. The account of this nonlinearity allows more effectively to use opportunities of digital filters and to avoid some unwanted effects. In the majority of works devoted to probing of nonlinear properties of such systems [1], case of filters of the first order normally is considered. However the more order of the filter, the is more than opportunities for its use, but together with the order of the filter the complexity of its probing increases also.

STATEMENT OF A PROBLEM

The two-dimensional digital second order recursive filter with nonlinearity of the adder of a type saturation and three-level quantization featured by a difference equation of a view is explored:

$$X(m, n) = F\{a*[X(m-1, n) + X(m, n-1)] + b*[X(m-2, n) + X(m, n-2)] + c*[X(m-1, n-1) + X(m-2, n-2)]\},$$

where a, b and c - independent coefficients of the filter, and function $F(x)$ takes into account nonlinear properties of the filter, and its view depends on a choice of the characteristic of the adder and quantity of quantizing levels.

It is necessary to take into account that the complexity of one-dimensional nonlinear systems is not compared to complexity two-dimensional. Even because any terminal conditions for a two-dimensional system of the second order represents two infinite-dimensional in two directions vectors, whereas for an one-dimensional first order system the initial conditions is one sample. So to touch the every possible initial conditions for a two-dimensional system becomes unreal at its probing. In this connection on a terminal conditions of two-dimensional systems it is accepted to superimpose side conditions such, that nonzero are only first N vertical and M horizontal samples and all others are equal to zero. Such requirements are natural, because the images have the terminating sizes. Under greater values N and M there is a huge number of possible combinations of terminal conditions, which to take into account rather difficultly. Therefore fundamental notice is given to requirements of generations of limit cycles at absence of input influence and initial conditions such that nonzero the sample $X(m-2, n-2)$ is only, and all others are equal to zero, because the response of a system on unit step at the beginning of coordinates is studied. Such choice of terminal conditions is a special case of normally imposed requirements formulated above. But already exploring a system at such terminal conditions it appears, that some results remain valid and at other initial conditions. Besides the case of three-level quantization is considered. The sample after approximation can take one of three values according to the characteristic of non-linearity.

RESULTS OF PROBING

Many different signals on an output of a system are revealed. For each signal the range of coefficients is found. The bifurcation portrait of a system is found.

Each area restricted by lines of a bifurcation portrait (except for axes of coordinates) represents a range of coefficients of the filter, at which assignment on an output of a system there will be a concrete signal. It is revealed that at coefficient c varying from -0.5 up to 0.5 output signals will be absent. It is explained by a view of function of nonlinearity. Besides it is easy to note symmetry of a bifurcation portrait, it has turned out as a result of the symmetric assignment of coefficients of the filter and symmetry of function of nonlinearity.

CONCLUSION

In probing the theme of nonlinear effects in two-dimensional recursive digital filters of the first order was affected. The given question is still insufficiently investigated and represents major interest for probing.

The nonlinear effects can show themselves by occurrence of composite output signals at absence of an input signal of a system. It is possible to use this phenomenon frequently unwanted in the useful purposes, for example for generation of different two-dimensional sequences. Setting definitely coefficients of the filter it is possible to gain as the elementary motions (discrete-time pulse, unit step, linear pulses) and more composite (diagonal, separable and inseparable limit cycles, sector-shaped motions).

The knowledge of nonlinear effects can help in design and use of digital filters and also in making on the basis of digital systems of oscillators of different motions. The analytical expressions for areas of existence of different types of motions, dissection of spaces of parameters into the relevant areas were obtained. The results of the investigations can be used for the further investigation and development of digital systems with quantization.

LITERATURE

1. Volkov D.B., Priorov A.L., Elagin A.A. Research of two-dimensional first order recursive digital filters with two-level quantization coefficients // Proc. of 3rd Int. Conf. "Digital Signal Processing and Its Applications" (DSPA'2000), Moscow, 2000. V.3, P. 61-62.