

Московский энергетический институт (технический университет)  
Москва, Красноказарменная ул., д. 14, кафедра ЭФ  
E-mail: [sergey.vishnyakov@mtu-net.ru](mailto:sergey.vishnyakov@mtu-net.ru)

Одним из наиболее мощных и часто применяемых методов расчета электромагнитных полей является метод конечных элементов. Отдельной задачей при использовании этого метода является построение сетки - набора конечных элементов, причем решение этой задачи определяет эффективность применения метода, т.е. одновременно требуются и хорошее качество разбиения, хорошая аппроксимация границ разделов сред (что позволяет получить более точное решение), и, одновременно, экономичность разбиения (большой размер элементов в свободном пространстве, вдалеке от границ разделов сред, неоднородностей), что дает возможность решать систему уравнений меньшего порядка.

Сегодня в профессиональных программных пакетах используется метод, основанный на итерационном надстраивании сетки, начиная от заданных границ разделов сред, причем этот метод весьма чувствителен к наличию поверхностей (или линий) сложной формы, соотношению размеров разбиваемых областей пространства, поэтому в случае, если геометрия решаемой модели сложна (много поверхностей сложной формы, многосвязных областей), сеточное разбиение строится очень долго и часто не удовлетворяет приведенным условиям (особенно в случае решения трехмерных задач). В данной работе предлагается алгоритм построения адаптивного конечноэлементного разбиения, основанный на применении методов и средств, используемых при цифровой обработке многомерных сигналов.

Алгоритм построения сетки включает следующие этапы:

- 1) рабочая область представляется как многомерный (2D или 3D) дискретный сигнал, причем границам раздела сред ставятся в соответствие единичные отсчеты, а свободному пространству - нулевые;
- 2) производится фильтрация полученного сигнала цифровым НЧ фильтром, в результате чего границы раздела сред «размываются»;
- 3) в «размытой» последовательности отсчетов восстанавливаются границы раздела сред (для их лучшей аппроксимации);
- 4) формируются узлы сетки - плотность их размещения пропорциональна значению отсчетов полученного 2D или 3D сигнала - для «единичной» границы плотность максимальна, для «нулевого» свободного пространства - минимальна, а для областей с промежуточными значениями отсчетов («размытие») плотность также принимает некоторую промежуточную величину;
- 5) полученные узлы рассматриваются как вершины конечных элементов, производится формирование этих элементов.

Пункты 1-4 этого алгоритма позволяют построить систему узлов для метода сеток. Следует отметить, что на каждом этапе выполнения разбиения возможна гибкая настройка алгоритма, позволяющая добиться наилучшего для данной задачи соотношения между числом узлов (элементов) и качеством аппроксимации граничных условий, и что алгоритм позволяет восстановить границы раздела сред с абсолютной точностью, т.е. каждому единичному отсчету исходного MD сигнала соответствует узел созданной сетки. Особый интерес представляет исследование влияния параметров многомерного цифрового фильтра (порядок, форма опорной области, способ вычисления свертки) на трудоемкость вычислений и качество получаемой сетки, а также создание рекомендаций по выбору (автоматическому и/или ручному) этих параметров в зависимости от решаемой задачи. При возможно малых вычислительных затратах надо добиваться достаточно сильного и плавного «размытия»; желательно наиболее регулярное расположение формируемых узлов; следует выявить оптимальную форму реализации алгоритма с учетом особенностей современной микропроцессорной техники. Следует отметить возможность гибкой настройки алгоритма на каждом этапе; возможно сопряжение сетки, полученной данным методом, с сеткой, построенной обычным способом.

Данный алгоритм (в двумерном варианте) был реализован в среде программы MATLAB и в виде отдельной программы для Win95, причем помимо разбиения программы выполняют расчет поля методом сеток (предполагается также включить и метод конечных элементов), что позволяет использовать их в учебных и профессиональных расчетах. Программа позволяет пользователю задавать двумерный цифровой КИХ фильтр произвольного порядка и с произвольными значениями коэффициентов (предполагается включить возможность использования БИХ фильтров).

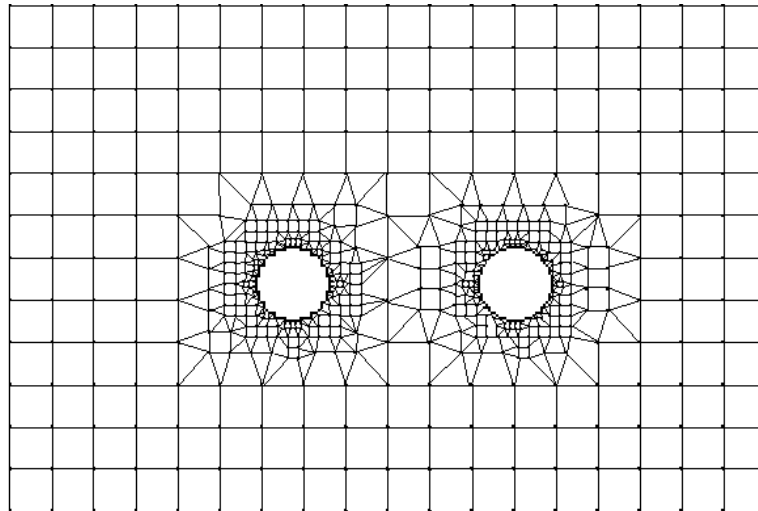


Рис.1. Конечноэлементное разбиение при наличии 2-х электродов круглого сечения.

Данный алгоритм позволяет получить адаптивное разбиение, причем трудоемкость решения задачи практически независима от сложности геометрии рабочей области и количества границ раздела сред. Из-за применения сглаживающего НЧ фильтра плотность расположения узлов меняется достаточно плавно, что позволяет строить конечноэлементное разбиение хорошего качества. Применение методов цифровой обработки многомерных сигналов позволяет лучше использовать возможности современной вычислительной техники. Алгоритм разбиения можно настраивать под конкретную задачу, варьируя точность и трудоемкость вычислений.

#### Литература

1. Вишняков С.В. Применение методов цифровой обработки многомерных сигналов для создания сеточного разбиения //Радиоэлектроника, электротехника и энергетика. 7-я Международ. науч.-техн. конф. студентов и аспирантов. Москва, 27-28 февраля 2001г. М. Издательство МЭИ, 2001г. Т. 1 Стр. 363-364.



IMPLEMENTATION OF ADAPTIVE FINITE ELEMENTS MESH BY APPLICATION OF MULTIDIMENSIONAL DIGITAL FILTERING

Vishnyakov S.

Moscow Power Engineering Institute, Moscow  
E-mail: [sergey.vishnyakov@mtu-net.ru](mailto:sergey.vishnyakov@mtu-net.ru)

Finite elements method is the most powerful tool for electromagnetic fields design. The quality of finite elements mesh plays an important part in this method, because it provides us with the good approach of boundary conditions and decreases the time needed for analysis. In the simplest case one can use regular mesh, but one can't use it in arbitrary topology case. There are some different ways to work with irregular (free) mesh, however it usually takes more time to build mesh and to solve the problem and sometimes it doesn't give us the accurate result. The method considered in this article uses multidimensional digital filtering to create adaptive mesh in the model with arbitrary topology.

The steps of this method are:

- 1) Model is considered as multidimensional (2D or 3D) digital signal, where unit samples correspond to boundaries and zero samples – to free space.
- 2) The signal is filtered by LF multidimensional digital filter.
- 3) Then the boundaries are recovered in the filtered model.
- 4) After it nodes and nodes' density are put down equivalent to points value, and each point of boundary has one node.
- 5) The triangles are formed with vertices at these nodes.

Low frequency filtering applied to the model gives us smooth density of nodes and triangles. The Figure illustrates application of this method to 2D model

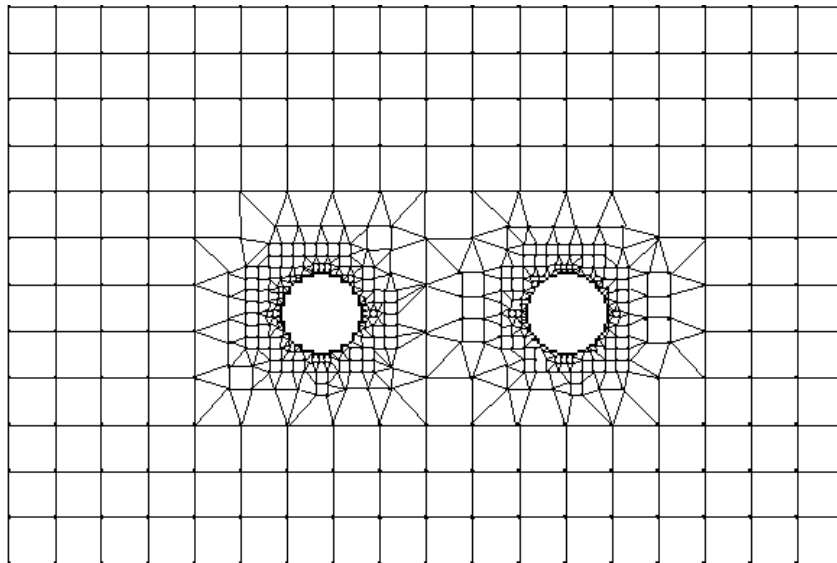


Fig.1: Triangle and quad elements built with 2D digital filtering.

We can adjust this method on every step: different filters may be applied; different algorithms of the nodes creating may be used for building a mesh with better quality and more efficient.

The result of the work is the method, which produces high-quality adaptive mesh on arbitrary topology by using multidimensional digital filtering.

### References

1. S. Vishnyakov. Application of methods of digital multidimensional signal processing for creation of a mesh // Radioelectronica, electotecnica, energetica. 7th International scientific conference for students and PhD students. Moscow, 2001. Publisher house MPEI, V. 1, Page 363-364.