

ВЛИЯНИЕ ПОСТОЯННОГО ВНЕШНЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ И НАЧАЛЬНЫХ УСЛОВИЙ НА ДВУМЕРНЫЕ РЕКУРСИВНЫЕ ЦИФРОВЫЕ ФИЛЬТРЫ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С НЕЛИНЕЙНЫМ СУММАТОРОМ

*Рудых Д.В., Приоров А.Л., Манько В.Э.

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
150000, Россия, Ярославль, ул. Советская, 14.
Тел. (0852) 79-77-75. E-mail: dcslab@uniyar.ac.ru

Реферат. Рассматривается динамика двумерных рекурсивных цифровых фильтров первого порядка с произвольными начальными условиями при постоянном внешнем воздействии. Получена зависимость сигнала на выходе фильтра от начальных условий. Выявлена зависимость перехода между зонами бифуркационного портрета исследуемой системы от амплитуды внешнего воздействия. Проанализировано поведение системы при некоторых конкретных типах начальных условий.

1. Введение

Двумерные цифровые фильтры первого порядка удобно использовать для обработки статических и динамических изображений в реальном масштабе времени, поскольку вычислительные затраты при их реализации незначительны. Одним из важнейших элементов таких фильтров является сумматор, который в реальных цифровых устройствах имеет нелинейную характеристику. Учет этой нелинейности позволяет более эффективно использовать возможности цифровых фильтров и избежать некоторых нежелательных эффектов. В большинстве работ, посвященных исследованию нелинейных свойств таких систем [1-4], обычно рассматривается случай нелинейности квантования (округление, усечение в прямом и дополнительном кодах) без учета глобальной нелинейности (насыщения, обнуления или переполнения). Частично эта тема исследовалась только для случая одного или двух отличных от нуля начальных условий, без внешнего воздействия [5-7].

В работе рассматриваются двумерные рекурсивные цифровые фильтры первого порядка, описываемые нелинейным разностным уравнением вида

$$X(m, n) = f(a * X(m-1, n) + b * X(m, n-1) + c * X(m-1, n-1) + A),$$

где A – амплитуда внешнего воздействия, a , b и c – независимые коэффициенты фильтра, а функция $f(x)$ учитывает его нелинейные свойства. Её вид зависит от выбора характеристики сумматора, способа квантования и количества уровней квантования. Начальными условиями для фильтра является совокупность двух бесконечных последовательностей $\{X(m, -1)\}$ и $\{X(-1, n)\}$.

2. Влияние амплитуды внешнего воздействия

Рассмотрим поведение двумерного рекурсивного цифрового фильтра первого порядка под влиянием постоянного внешнего воздействия. Пусть начальные условия заданы и в процессе исследования не меняются. Наиболее удобными начальными условиями является единичный импульс. Он задается следующим образом:

$$X(m, -1) = X(-1, n) = 1, \text{ при } m = n = -1$$

$$X(m, -1) = X(-1, n) = 0, \text{ при других } m \text{ и } n.$$

Исследован данный класс фильтров при различных функциях нелинейности сумматора (обнуление, насыщение и переполнение) и числе уровней квантования. Построены соответствующие им бифуркационные портреты. Для определения в пространстве параметров областей существования конкретных видов двумерных предельных циклов использовались приемы символьной динамики. Суть метода состоит в том, что область значений функции нелинейности разбивается на характерные зоны, и затем отслеживаются движения системы между зонами при изменении индексов m и n . Ранее метод символьной динамики применялся в работах [8-10] для исследования нелинейных явлений в одномерных цифровых фильтрах. В результате исследований различных типов движений, возникающих в системе, пространство параметров разбивается на области, в каждой из которых существует определенный вид движения. В ходе анализа бифуркационных портретов выявлено интересное свойство данного класса фильтров. Изменение амплитуды внешнего воздействия приводит к изменению вида сигнала на выходе фильтра. Бифуркационный портрет сдвигается по биссектрисе главного координатного угла вниз, на величину, приблизительно равную $1.4A$, где A – амплитуда внешнего воздействия. Следовательно,

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 99-02-17939).

изменяя A , можно переходить от одной области бифуркационного портрета к другой. Данное свойство удобно тем, что, зная правила, по которым данный переход происходит, можно получить генератор различных видов двумерных цифровых сигналов, управляемый внешним сигналом, при этом коэффициенты фильтра, лежащего в основе данного генератора, можно оставить постоянными.

3. Влияние начальных условий

Исследование совместного влияния начальных условий и амплитуды постоянного внешнего воздействия – сложная математическая задача, решение которой пока недоступно, ввиду недостаточной степени развитости математического аппарата, поэтому ограничимся исследованием влияния начальных условий, положив амплитуду внешнего воздействия равной нулю. Данная задача связана с решением нелинейного разностного уравнения и в явном виде для исходной системы пока неосуществима. Поэтому наложим на фильтр следующие ограничения:

- 1) в фильтре отсутствуют эффекты переполнения,
- 2) перекрестный коэффициент фильтра $c=0$.

Данные ограничения не оказывают серьезного влияния на общность задачи, т.к. коэффициент c можно взять таким маленьким, что отсчет $X(m-1, n-1)$ практически не влияет на отсчет $X(m, n)$. Оставшиеся коэффициенты можно подобрать таким образом, что фильтр будет работать без эффектов переполнения.

Обозначим столбец начальных условий $\begin{pmatrix} 0 \\ X(0,-1) \\ \dots \\ X(m-1,-1) \\ X(m,-1) \end{pmatrix} = X_m$, а строку начальных условий -

$$(0 \ X(-1,0) \ \dots \ X(n-1,-1) \ X(n,-1)) = X_n.$$

Пусть $A = a^{m+1} * \begin{pmatrix} b^n \\ b^{n-1} \\ \dots \\ b \\ 1 \end{pmatrix}$, $B = b^{n+1} * \begin{pmatrix} a^m & a^{m-1} & \dots & a & 1 \end{pmatrix}$. Тогда решение исходного разностного

уравнения имеет вид: $X(m, n) = X_n * A + X_m * B$.

Анализ данного уравнения показывает, что при $|a| < 1$, $|b| < 1$, влияние более удаленных начальных условий на отсчет $X(m, n)$ меньше, чем влияние более близких. Если пронормировать весовые коэффициенты $X(-1, n)$, то зависимость весового коэффициента от номера n имеет вид:

$$K_n = b^{-n}.$$

Аналогично для $X(m, -1)$:

$$K_m = a^{-m}.$$

Если набор начальных условий ограничен ($X(m, -1)=0$ при $m > M$ и $X(-1, n)=0$ при $n > N$), то за границами области ненулевых начальных условий сигнал $X(m, n)$ будет иметь следующий вид:

$$X(m, n) = X(M, n) \text{ при } m \geq M \text{ и}$$

$$X(m, n) = X(m, N) \text{ при } n \geq N.$$

Данные уравнения показывают, что при ограниченных начальных условиях и амплитуде внешнего воздействия равной нулю, фильтр будет устойчив.

4. Заключение

Проведено исследование влияния амплитуды внешнего воздействия и начальных условий на двумерный рекурсивный цифровой фильтр первого порядка. Получены закономерности для перехода от одной зоны бифуркационного портрета к другой при изменении амплитуды внешнего воздействия. Представлена и проанализирована зависимость произвольного отсчета $X(m, n)$ на выходе фильтра от начальных условий. Результаты работы могут быть использованы для дальнейших исследований в области нелинейных свойств двумерных цифровых фильтров и разработке устройств передачи и обработки двумерных сигналов и изображений.

Литература

1. G.A. Maria, M.M. Fahmy. Limit cycle oscillation in first-order two-dimensional digital filters // IEEE Trans. Circuits and Systems, V. CAS-22, Mar. 1975, P. 246-251.
2. T.L. Chang. Limit cycles in a two-dimensional first order digital filter // IEEE Trans. Circuits Syst., V. CAS-24, Jan. 1977, P. 15-20.
3. N.G. El-Agizi, M.M. Fahmy. Sufficient conditions for the nonexistence of limit cycle in two-dimensional digital filters // IEEE Trans. Circuits and Syst., V. CAS-26, June 1979 P. 402-406.
4. T. Bose, D.A. Trautmen. Stability of first-order multidimensional digital filters under quantization // IEEE Trans. Signal Processing, V. 41, Jan. 1993, P. 387-390.
5. A.L. Priorov, A.A. Sudakov, A.A. Elagin Research of overflow effects in 2-D recursive first-order digital filters // Proc. of 2nd Int. Conf. "Digital Signal Processing and Its Applications" (DSPA'99), Moscow, 1999. V.3, P.613-614.
6. Рудых Д.В., Приоров А.Л. Двумерный цифровой рекурсивный фильтр с нелинейным сумматором и бинарным квантованием при периодических начальных условиях // Труды 7-й междунар. науч.-технич. конф. "Радиолокация, навигация и связь". Воронеж, 2001. Т.3. С. 1838-1844
7. Volkov D.B., Priorov A.L., Elagin A.A. Research of two-dimensional first order recursive digital filters with two-level quantization coefficients // Proc. of 3rd Int. Conf. "Digital Signal Processing and Its Applications" (DSPA'2000), Moscow, 2000. V.3, P. 61-62.
8. Chai Wah Wu and Leon O. Chua. Symbolic Dynamics of Piecewise-Linear Maps// IEEE Trans. Circuits and Systems-II: Analog and Digital Signal Processing, V.41, №6, June 1994, P. 420-424.
9. Maciej J. Ogozalek. Complex Behavior in Digital Filters// International Journal of Bifurcation and Chaos, V.2, №1, 1992, P. 11-29.
10. Yu. Bryuhanov. Periodic oscillations in second order digital recursive filters with overflow nonlinearity // Proc. of the 2000 International Symposium of Nonlinear Theory and its Applications, Dresden, 2000. P. 185-188.



THE INFLUENCE OF A FIXED EXTERNAL ACTION AND INITIAL CONDITIONS ON TWO-DIMENSIONAL RECURSIVE DIGITAL FILTERS OF THE FIRST ORDER WITH THE NONLINEAR ADDER

Rudyh D., Priorov A., Manko V.

Abstract - Dynamics of two-dimensional first order recursive digital filters with the arbitrary initial conditions at a constant external influence is considered. The dependence of an output signal of a circuit from the initial conditions is obtained. The dependence of transition between zones of a bifurcation diagram of the research system from amplitude of an external influence is detected. We have performed the analysis of the behaviour of system at some concrete types of the initial conditions.

1. INTRODUCTION

In research the two-dimensional recursive digital filters of the first order are considered. The nonlinear differential equation has a view:

$$X(m, n) = f(a * X(m - 1, n) + b * X(m, n - 1) + c * X(m - 1, n - 1) + A),$$

where A - amplitude of an external influence, a , b and c - independent coefficients of the filter, and function $f(x)$ takes into account its nonlinear properties. The initial conditions for the filter is the collection of two infinite sequences $\{X(m, -1)\}$ and $\{X(-1, n)\}$.

2. INFLUENCE OF AMPLITUDE OF AN EXTERNAL ACTION

Let's consider behaviour of a two-dimensional recursive digital filter of the first order under influence of a constant external action. Let's initial conditions have been preset and during research do not change. The most convenient initial condition is the discrete-time pulse. He is set as follows:

$$X(m, -1) = X(-1, n) = 1, \text{ if } m = n = -1$$

$$X(m, -1) = X(-1, n) = 0, \text{ in other case.}$$

We have researched this class of filters at different functions of nonlinearity of the adder (zeroing, saturation and overflow) and different number of quantizing levels. The bifurcation portraits relevant to them are constructed. For determination in space of parameters of areas of existence of concrete kinds of two-dimensional limit cycles the receptions symbolical speakers were used. In a course of the analysis of bifurcation portraits the interesting property of this class of filters is detected. The variation of amplitude of an external action gives in variation of a view of an output signal of the filter. The bifurcation portrait is offset on a bisector of a main coordinate corner downwards on value approximately equal $1.4A$, where A - amplitude of an external action. Hence, changing A , it is possible to transfer from one area of a bifurcation portrait to another. The given property is convenient for that, knowing rules on which the given transition occurs, it is possible to receive the oscillator of different kinds of two-dimensional digital signals controlled by an exterior signal, thus coefficients of the filter underlying given oscillator, it is possible to leave by stationary values.

3. INFLUENCE OF THE INITIAL CONDITIONS

The research of joint influence of the initial conditions and amplitude of a fixed external action - is complex mathematical problem, which solution is unavailable while, because of a poor degree of the mathematical technics. Therefore we will research the impressions of the initial conditions, if amplitude of an external influence is equal to zero. This problem is coupled to solution of a nonlinear difference equation and it has not been solved till this moment. Therefore we will impose on a filter the following limitations:

- 1) there are not effects of overflow in a filter,
- 2) cross coefficient of a filter $c=0$.

These limitations do not render serious influence to community of a problem. Let's designate a column of the initial conditions

$$\begin{pmatrix} 0 \\ X(0, -1) \\ \dots \\ X(m - 1, -1) \\ X(m, -1) \end{pmatrix} = X_m, \text{ and string of the initial conditions - } (0 \quad X(-1, 0) \quad \dots \quad X(n - 1, -1) \quad X(n, -1)) = X_n.$$

Let's $A = a^{m+1} * \begin{pmatrix} b^n \\ b^{n-1} \\ \dots \\ b \\ 1 \end{pmatrix}, \quad B = b^{n+1} * \begin{pmatrix} a^m & a^{m-1} & \dots & a & 1 \end{pmatrix}.$

Then the solution of the initial difference equation looks like: $X(m, n) = X_n * A + X_m * B.$

The analysis of the given equation displays, that at $|a| < 1, |b| < 1,$ the influence of more remote initial conditions on a counting $X(m, n)$ is less than influence more close. If we normalize weighting coefficients $X(-1, n),$ the dependence of a weighting coefficient from numbers n looks like:

$$K_n = b^{-n}.$$

Similarly for $X(m, -1):$

$$K_m = a^{-m}.$$

If the set of the initial conditions is limited ($X(m, -1)=0$ at $m > M$ and $X(-1, n) = 0$ at $n > N$), then outside the boundaries of the area of non-zero initial conditions, the signal $X(m, n)$ will look like follows:

$$X(m, n) = X(M, n) \text{ if } m \geq M \text{ and}$$

$$X(m, n) = X(m, N) \text{ if } n \geq N.$$

These equations display, that at the restricted initial conditions and amplitude of an external influence equal to zero, the filter will be stable.

4. CONCLUSIONS

Probing influence of amplitude of an external action and initial conditions on a two-dimensional recursive digital filter of the first order is carried out. The legitimacies for transition from one area of a bifurcation portrait to another at variation of amplitude of an external action are obtained.